

МИНОБОРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Казанский национальный исследовательский технологический
университет»
(ФГБОУ ВО «КНИТУ»)

**КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ**

Казань, 2018

Составители: доц. Х.С.Гумерова

Контрольные задания по теоретической механике/ сост. Х.С.Гумерова; Казан. нац. исслед. технол. ун-т. – Казань: Изд-во КНИТУ, 2017. – 28 с.

Представлены задачи по курсу теоретической механики.

Предназначены для студентов механических и технологических специальностей заочной формы обучения.

Табл.34. Ил.72.

Рецензенты: доц. С.Г.Кондрашева
доц. А.И.Муштари

Курс теоретической механики состоит из трех разделов: статики, кинематики и динамики. По курсу студенты сдают зачет и экзамен. Прежде чем сдать зачет или экзамен, студент должен представить контрольные задания и получить по ним зачет. При сдаче экзамена студент предъявляет зачетные контрольные работы со всеми исправленными ошибками и недостатками, которые были отмечены рецензентом.

При выполнении контрольных работ обязательно нужно полностью переписать текст каждой задачи; аккуратно и точно вычертить относящуюся к ней схему, где должны быть изображены оси координат и все векторы, встречающиеся в ходе решения данной задачи (силы, скорости и ускорения). Ход решения каждой задачи должен сопровождаться краткими пояснениями, т.е. указывается, какие теоремы, формулы или уравнения применяются при ее решении. В противном случае задание не будет зачтено.

Контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради, на обложке которой необходимо написать свою фамилию, инициалы, шифр, номер контрольной работы. Студенты выполняют 2 контрольные работы. У задач *С-1*, *С-2*, *К-3*, *Д-1*, *Д-4* номер схемы соответствует последней цифре шифра, а номер строки или столбца в таблице – предпоследней цифре шифра. В задаче *К-1* номер варианта выбирается по числу, составленному двумя последними цифрами шифра, в задачах *К-2*, *Д-2*, *Д-3* условие, схема и таблица соответствуют последней цифре шифра, а номер строки или столбца в таблице выбирается по предпоследней цифре шифра.

Так, например, студент, имеющий шифр 121345, решает следующие задачи: *С-1*, *С-2*, *К-3*, *Д-1*, *Д-3* соответственно по схемам *С-1.5*; *С-2.5*; *К-3.5*; *Д-1.5*; *Д-4.5*, взяв данные таблиц *С-1*, *С-2*, *К-3*, *Д-1*, *Д-4* из строчек или столбцов, с номером 4; задачу *К-1* по данным варианта № 45 из таблицы *К-1*; задачи *К-2.5*; *Д-2.5*; *Д-3.5* – соответственно по схемам *К-2.5*; *Д-2.5*; *Д-3.5*, выбирая данные в таблицах *К-2.5*; *Д-2.5*; *Д-3.5* из строчек или столбцов с номером 4.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Задача C-1

Балка AB закреплена и нагружена так, как это показано на схеме. Пренебрегая силой трения, определить реакции связей.

Таблица C-1

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F , кН	3	5	3	4	3	2	3	4	4	1
Q , кН	2	1	2	1	0	1	0	3	1	0
α , град	30	45	30	45	30	30	30	30	45	60
β , град	45	60	30	45	60	90	30	30	45	30
γ , град	30	90	60	45	90	45	90	90	30	90
a , м	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

(на схемах C-1.1; C-1.0; C-1.4 и C-1.7 угол α не учитывается)

Задача C-2

Найти реакции опор и давление в промежуточном шарнире C составной конструкции. Трением в машинах пренебречь.

Таблица C-2

№ строчки	a , м	b , м	c , м	d , м	l , м	F , кН	q , кН/м	M , кН·м	α , гр.	β , гр.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	4	4	3	3	2	4	0,5	0	60	60
1	4	3	3	4	2	2	1	3	45	45
2	4	5	2	2	1	3	0	2	30	30
3	5	5	2	3	3	2	0,3	0	60	45
4	4	5	5	2	3	3	1	2	30	30
5	4	4	2	2	3	1	0,5	0	45	30
6	6	5	2	3	4	6	2	0	60	30
7	6	2	6	2	2	4	1	0,5	30	30
8	6	4	2	4	3	2	2	0	60	45
9	4	4	5	3	3	3	1	0,5	45	60

Задача К-1

По заданному закону движения точки M определить ее траекторию, указать положение точки на траектории в данный момент времени, найти ее скорость, полное, касательное и нормальное ускорения, а также радиус кривизны траектории в соответствующей точке.

Таблица К-1

№ варианта	Уравнения движения		t, C	№ варианта	Уравнения движения		t, C
	$x = x(t)$	$y = y(t)$			$x = x(t)$	$y = y(t)$	
1	2	3	4	5	6	7	8
0	$3-2t^2$	$-5t$	$\frac{1}{2}$	19	$7\sin\frac{\pi}{6}t+3$	$2-7\cos\frac{\pi}{6}t$	1
1	$-\cos\frac{\pi}{3}t+3$	$-\cos\frac{\pi}{3}t-1$	1	20	$5t$	$7t^2-3$	$\frac{1}{4}$
2	$-7\cos^2\frac{\pi}{6}t$	$7\sin\frac{\pi}{6}t+5$	1	21	$-1\cos\frac{\pi}{3}t$	$-2\sin\frac{\pi}{3}t-3$	1
3	$2\sin\frac{\pi}{3}t$	$-3\cos\frac{\pi}{3}t+4$	1	22	$4-5t^2+\frac{5}{3}t$	$3+t-3t^2$	1
4	$3t$	$-5t^2-4$	2	23	$5\sin^2\frac{\pi}{6}t$	$-5\cos^2\frac{\pi}{6}t-4$	$\frac{1}{4}$
5	$3t^2-t+1$	$5t^2-\frac{5}{3}t-2$	1	24	$-2t^2-2$	$-6t$	1
6	$6\cos\frac{\pi}{6}t+3$	$6\sin\frac{\pi}{6}t-2$	1	25	$-2t-2$	$-2/(t+1)$	1
7	$-3/(t+2)$	$3t+6$	2	26	$-9\cos\frac{\pi}{6}t+5$	$-3-9\sin\frac{\pi}{6}t$	1
8	$3t$	$4t^2+1$	$\frac{1}{2}$	27	$3t$	$4t^2+1$	$\frac{1}{2}$
9	$-4t^2+1$	$-3t$	$\frac{1}{2}$	28	$7\sin\frac{\pi}{6}t-5$	$-7\cos^2\frac{\pi}{6}t$	1
10	$-4\sin\frac{\pi}{3}t$	$-4\cos\frac{\pi}{3}t-1$	1	29	$5\sin^2\frac{\pi}{3}t$	$-5\cos^2\frac{\pi}{6}t-3$	1
11	$5\cos\frac{\pi}{3}t$	$-5\sin\frac{\pi}{3}t$	1	30	$-5t^2-4$	$3t$	1
12	$-8\sin^2\frac{\pi}{6}t-7$	$8\cos^2\frac{\pi}{6}t+2$	1	31	$5\cos\frac{\pi}{3}t$	$-5\sin\frac{\pi}{3}t$	1
13	$4\cos\frac{\pi}{3}t$	$-3\sin\frac{\pi}{3}t$	1	32	$6\sin\frac{\pi}{6}t-2$	$6\cos\frac{\pi}{6}t+3$	1
14	$4\cos^2\frac{\pi}{3}t+2$	$4\sin^2\frac{\pi}{3}t$	1	33	$4t^2+1$	$3t$	$\frac{1}{2}$
15	$-3t$	t^2-4	2	34	$3-3t^2+t$	$4-5t^2+\frac{5}{3}t$	1
16	$3\sin\frac{\pi}{3}t+3$	$3\cos\frac{\pi}{3}t+1$	1	35	$3\sin(3t+\frac{\pi}{3})$	$2\sin(3t+\frac{\pi}{3})$	1
17	$3t^2+2$	$-4t$	$\frac{1}{2}$	36	$-6t$	$-2t^2-4$	1
18	$3-3t-3t^2$	$2-3t-6t^2$	0	37	$3\cos t$	$3\sin t$	1

1	2	3	4	5	6	7	8
38	$-3-9\sin\frac{\pi}{6}t^2$	$-9\cos\frac{\pi}{6}t^2+5$	1	64	$8t^2$	$2t$	1
39	$0,5(e+e^{-t})$	$0,5(e^t-e^{-t})$	0	65	$5\sin 10t$	$3\cos 10t$	1
40	$5t^2+\frac{5}{3}t-3$	$3t^2+t+3$	1	66	$4\sin 5t-1$	$2-3\cos 5t$	1
41	$4\cos\frac{\pi}{3}t$	$-3\sin\frac{\pi}{3}t$	1	67	$-3\sin\frac{\pi}{3}t$	$4\cos\frac{\pi}{3}t$	1
42	$2t$	$8t^2$	2	68	$0,5(e^t+e^{-t})$	$0,5(e^t-e^{-t})$	0
43	$3t-5$	$4-2t$	1	69	$2-3t-6t^2$	$3-\frac{3}{2}t-3t^2$	0
44	$7\cos\frac{\pi}{6}t+2$	$7\sin\frac{\pi}{6}t-2$	1	70	$3\sin(3t+\frac{\pi}{3})$	$4\sin(3t+\frac{\pi}{3})$	1
45	$2-3\cos\frac{\pi}{3}t$	$2\sin\frac{\pi}{3}t-1$	1	71	$3t$	$4t^2+1$	1
46	$4-2\cos 5t$	$4\sin 5t-1$	1	72	$3\sin t$	$3\cos t$	1
47	$3t^2$	$4t^2$	1	73	$-6t$	$-2t^2-4$	1
48	$7t^3-3$	$5t$	1	74	$2\sin 4t$	$2\sin 2t$	1
49	$5\cos^2 t$	$5\sin^2 t$	1	75	$-2\sin\frac{\pi}{3}t-3$	$-4\cos\frac{\pi}{3}t$	1
50	$5t^2$	$3t$	1	76	$2(1+\sin 3t)$	$2(1-\cos 3t)$	1
51	$1+3\cos\frac{\pi}{3}t$	$3\sin\frac{\pi}{3}t+3$	1	77	$4\cos^2\frac{t}{2}$	$2\sin t$	1
52	$-2/(t+1)$	$-2t-2$	2	78	$5t^2-5t/3-2$	$3t^2-t+1$	1
53	$2-3t-6t^2$	$3-\frac{3}{2}t-3t^2$	0	79	$\cos 2t$	$\sin 2t$	1
54	$4\cos\frac{\pi}{3}t$	$-3\sin\frac{\pi}{3}t$	1	80	$-3\cos\frac{\pi}{3}t+4$	$2\sin\frac{\pi}{3}t$	1
55	$7t^2-3$	$5t$	$\frac{1}{4}$	81	$10-\frac{1}{2}\sin 10t$	$1-0,5\cos 10t$	1
56	$5\sin^2 t$	$5\cos^2 t$	1	82	$-3\cos\frac{\pi}{3}t+4$	$2\sin\frac{\pi}{3}t$	1
57	$4\cos\frac{\pi}{3}t-1$	$-4\sin\frac{\pi}{3}t$	1	83	$10\cos\frac{2\pi t}{6}$	$10\sin\frac{2\pi t}{6}$	1
58	$4t^2$	$3t^2$	1	84	$\sin\frac{\pi}{3}t-1$	$-\cos\frac{\pi}{3}t+3$	1
59	$8\cos^2\frac{\pi}{6}t+2$	$-8\sin^2\frac{\pi}{6}t-7$	1	85	$2t$	t^2	1
60	$4\sin t-1$	$2-3\cos t$	1	86	$-5t$	$2t^2+3$	$\frac{1}{2}$
61	$-4t^2+1$	$-3t$	1	87	$2\cos 2t$	$2\cos t$	1
62	$2\cos^2\frac{\pi}{3}t+1$	$2\sin^2\frac{\pi}{3}t$	1	88	$-3t$	$-4t^2+1$	1
63	$2\cos\frac{\pi}{3}t^2-2$	$2\sin\frac{\pi}{3}t^2+3$	1	89	$2\cos\frac{\pi}{6}t$	$2\sin\frac{\pi}{6}t$	1

1	2	3	4	5	6	7	8
90	$3t+6$	$-3/t+2$	1	95	$4\sin^2 \frac{\pi}{3}t$	$4\cos^2 \frac{\pi}{3}t + 2$	1
91	$-4t$	$3t^2+2$	1	96	$2(e^{3t}+e^{-3t})$	$2(e^{3t}-e^{-3t})$	1
92	$4\sin \frac{\pi}{2}t$	$3\sin \frac{\pi}{2}t$	1	97	$-4/(t+1)$	$4t+4$	2
93	$2-7\cos \frac{\pi}{6}t^2$	$7\sin \frac{\pi}{6}t^2+3$	1	98	$4t$	t^3	1
94	$10-0,6\sin 20t$	$0,5-0,6\cos 20t$	1	99	$3\sin 2t$	$3\sin t$	1

Задача К-2

К-2.0. Движение груза A , опускающегося при помощи лебедки, задано уравнением $y = at^2 + bt + c$. Определить скорость и ускорение груза, а также скорость и ускорение точки B на ободе шкива в момент времени t . (схему К-2.0 см. на с.21).

Таблица К-2.0

№ столбца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a , м/с	0	3	0	3	3	2	0	4	0	2
b , м/с	3	4	2	0	4	0	3	4	2	0
c , м	4	0	5	2	0	4	2	0	3	3
r , м	0,8	0,8	0,8	0,5	0,4	0,6	0,8	0,8	0,8	0,5
t_0 , с	1,0	1,5	2	1,5	1	2	1,5	1	1,5	1,5

К-2.1. Грузы A и B связаны нерастяжимым тросом, на ступенчатый барабан. Груз A поднимается из состояния покоя с постоянным ускорением a . Определить угловую скорость и ускорение барабана в момент, когда груз имеет скорость $V_B = 6$ м/с (схема К-2.1 см. на с.21).

Таблица К-2.1

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_A , м	0,6	0,8	0,6	0,6	0,8	1	1	1,2	1,2	1,2
r_B , м	0,2	0,4	0,6	0,8	0,1	0,5	0,2	0,3	0,4	0,6
a , м/с ²	3	2	4	3	3	5	5	3	4	2

К-2.2. При запуске электродвигателя ротор радиусом r вращается по закону $\varphi = at^2$. Определить угол поворота ротора от начала вращения, его угловую скорость и ускорение, а также касательное и нормальное ускорения точки на ободе ротора в момент времени t_0 .

Таблица К-2.2

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r , м	0,4	0,5	0,8	0,6	0,8	1	1	1,2	1,2	1
a , рад/с ²	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1	0,2	0,4	0,3	0,4	0,5
t_0 , с	10	10	8	5	12	6	7	10	8	10

К-2.3. Маховик диаметром d вращается по закону $\varphi = at^3 - bt$. Определить скорость, касательное и нормальное ускорения точек обода маховика при $t = t_0$.

Таблица К-2.3

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
d , м	0,8	1	1	0,8	0,8	1,2	1,2	1,2	2	2
a , с ⁻³	0,1	0,2	0,5	0,2	0,4	0,2	0,3	0,4	0,5	0,4
b , с ⁻¹	4	4	2	3	4	2	2	5	5	4
t_0 , с	5	4	3	3	5	2	3	4	6	4

К-2.4. Маховик вращается вокруг неподвижной оси: при этом точка, отстоящая от оси вращения на расстоянии r движется по закону $S = at + bt^3$. Найти угловую скорость и ускорение маховика при $t = t_0$; $b = 1$ м/с.

Таблица К-2.4

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r , м	0,5	0,2	0,3	0,6	0,6	0,5	0,5	1	1	0,5
a , м/с	3	4	2	3	4	2	3	6	5	4
t_0 , с	3	3	2	3	2	4	3	4	5	2

К-2.5. Маховик диаметром d , начав равноускоренное вращение из состояния покоя, за время $t = t_0$ приобрел угловую скорость, соответствующую n . Определить скорость, касательное и нормальное ускорения точек на ободе маховика в этот момент времени.

Таблица К-2.5

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
d , м	1,5	1	1	2	1,5	1,5	1	1,8	1,8	2
t_0 , мин	10	8	8	10	6	8	18	12	10	12
n , об/мин	180	160	200	180	120	120	160	120	160	120

К-2.6. Ротор электродвигателя, угловая скорость которого соответствует n_0 об/мин, начинает двигаться равнозамедленно с угловым ускорением E . Определить время его торможения.

Таблица К-2.6

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n_0 , об/мин	2100	2000	1800	1800	2000	1500	1600	1600	1800	1800
ε , рад/с ⁻²	-2	-3	-3	-4	-5	-4	-3	-2	-4	-6

К-2.7. Якорь электромотора, вращающийся с угловой скоростью, соответствующей n об/мин, после выключения тока начинает двигаться равнозамедленно и сделав N оборотов, останавливается. Найти угловое ускорение якоря.

Таблица К-2.7

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N	10	10	8	6	12	8	6	12	12	10
n	100	200	120	120	140	160	180	200	180	150

К-2.8. Ведро, разматывая веревку и вращая вал ротора, опускается в колодец с ускорением a . С каким угловым ускорением вращается вал ворота? Сколько оборотов он сделает за t секунд? Радиус вала равен r .

Таблица К-2.8

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a, \text{ м/с}^2$	1	2	2	1	2.5	2.5	2	3	3	2.5
$t, \text{ с}$	10	5	8	8	6	8	4	7	6	4
$r, \text{ см}$	25	30	25	30	20	20	15	15	20	30

К-2.9. В специальных часах стрелка длиной l за время t секунд делает один оборот. Определить линейные скорости и ускорение конца стрелки.

Таблица К-2.9

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l, \text{ см}$	10	15	20	10	15	20	10	12	20	10
$t, \text{ с}$	5	10	8	6	8	10	5	4	5	4

Задача К-3

Кривошип $OA = r$ вращается вокруг оси O с постоянной угловой скоростью ω_0 и приводит в движение шатун $AB = l$ ($AC = l/2$) и ползун В. Для заданного положения механизма найти скорости точек A , B , C и угловую скорость звена AB .

Таблица К-3

№ строки	$l, \text{ см}$	$r, \text{ см}$	$a, \text{ см}$	$\omega_0, \text{ рад/с}$	$\alpha, \text{ град.}$
0	20	7	1	10	60
1	30	10	4	1	45
2	15	5	2	2	30
3	40	10	5	3	45
4	36	10	4	4	60
5	25	10	3	5	30
6	50	20	5	6	45
7	45	15	6	7	60
8	32	11	4	8	45
9	36	12	4	9	30

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Задача Д-1

Шар D массой m , получив в точке A начальную скорость $\overline{V_0}$, движется в изогнутой трубе ABC , расположенной в вертикальной плоскости: участки трубы либо равно наклонены под углом $\alpha = 30^\circ$, либо один из них расположен горизонтально.

На участке AB на шар, кроме силы тяжести, действует постоянная сила $\overline{Q}$, направленная вдоль трубы (от A к B при $Q > 0$ и от B к A при $Q < 0$) и сила сопротивления среды $\overline{R}$, зависящая от скорости шара $\overline{V}$. Трением шара о трубу на участке AB пренебречь.

В точке B шар, не изменяя величины своей скорости, переходит на участок трубы BC . При движении на этом участке на шар, кроме силы тяжести, действует сила трения. Сопротивление среды на участке BC отсутствует.

Считая шар материальной точкой, найти закон его движения на участке BC , т.е. $X = g(t)$, где $X = BD$. Вычислить, на каком расстоянии X_1 от точки B будет находиться шар через 1 с после начала движения из точки B и какую скорость V_1 он будет иметь в этот момент времени.

Таблица Д-1

№ строки	m , кг	V , м/с	Q , Н	R , Н	$\mu \cdot 10$	l , м	t , с	f
0	8	20	0	μV^2	0,4	10	-	0,3
1	4	25	0	μV	0,8	-	2,5	0,2
2	3	12	12	μV^2	0,1	7,5	-	0,1
3	4	20	0	μV	0,8	-	2,5	0,1
4	5	12	0	μV^2	0,5	2,5	-	0,2
5	2	16	10	μV	0,4	-	2,5	0,4
6	2	10	-1,2	μV^2	0,1	5	-	0,2
7	1,5	20	2,4	μV	0,3	-	5	0,1
8	8	18	0	μV	0,2	-	2	0,3
9	1,5	25	0	μV	0,6	-	2,5	0,1

l, t – расстояние и время движения шара на участке AB ;

f – коэффициент трения шара о трубу на участке BC ;

размерность μ определяется в ходе решения задачи.

Задача Д-2

Д-2.0. Свободная материальная точка M массой m движется по окружности радиусом R под действием центральной силы $\vec{F}$, направленной к центру O окружности с начальной скоростью $\vec{V}_0$. Определить величину силы $\vec{F}$ и ее импульс за время, в течение которого точка переместится из положения M_0 в положение M_1 , если задан угол $\angle M_0 O M_1 = \alpha$.

Таблица Д-2.0

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m , кг	2	1,5	2,4	1,8	0,6	0,8	2,4	1,5	1,6	0,6
R , м	0,5	0,75	0,6	0,8	1,2	0,6	1,6	1,5	1,4	0,8
V_0 , м/с	2,5	1,5	0,8	1,2	2,4	1,6	2,4	2,4	1,6	1,8
α , град	45	90	120	120	180	180	30	120	90	120

Д-2.1. Грузу M весом P , подвешенному в неподвижной точке O на невесомой нити $OM_0 = l$ и отклоненному в начальный момент от вертикали на угол φ_0 , сообщают начальную скорость $\vec{V}_0$, перпендикулярную нити. Определить скорость груза и натяжение нити в тот момент, когда нить составляет с вертикалью угол φ .

Таблица Д-2.1

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P , Н	12	20	15	18	15	12	14	16	20	16
V_0 , см/с	280	350	368	200	440	300	480	450	400	350
l , см	40	60	80	30	40	30	40	50	30	30
φ_0 , град	0	45	90	60	60	90	30	90	0	0
φ , град	45	90	135	90	120	150	150	180	135	150

Д-2.2. Тело весом 10 Н движется с начальной скоростью V_0 м/с по негладкой горизонтальной плоскости под действием постоянной силы $\vec{F}$ и продолжает путь по негладкой наклонной плоскости с углом наклона α . Коэффициент трения одинаков на обоих участках и равен f . Считать, что благодаря закруглению в точке B модуль скорости не изменяется при переходе с одного участка на другой; F параллельна AB , AB равна l . Найти h .

Таблица Д-2.2

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
α , град	30	45	60	30	45	45	60	30	45	60
l , м	10	12	8	6	14	8	1,5	1,5	1,6	12
f	0,8	0,005	0,1	0,1	0,055	0,4	0,3	0,05	0,3	0,06
V_0 , м/с	0	10	5	4	10	10	15	8	6	0
F , Н	12	3	4	5	10	0	7	8	9	10

Д-2.3. Груз M весом P Н прикреплен к стержню $OA = l$, который может вращаться в вертикальной плоскости вокруг неподвижной точки. В начальный момент стержень отклонили на угол φ_0 и грузу сообщили начальную скорость $\bar{V}_0$, перпендикулярную стержню. Рассматривая груз как материальную точку и пренебрегая трением в оси O и весом стержня, определите скорость груза в момент, когда угол равен заданному значению φ_1 .

Таблица Д-2.3

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
φ_0 , град	30	90	180	60	45	0	0	180	180	120
φ , град	180	160	210	90	180	180	225	225	230	210
V_0 , м/с	4	5,6	2,4	3	5,6	3,2	4,4	1,8	1,8	4
l , см	50	100	60	80	75	20	50	60	60	100

Д-2.4. вагонетка весом P скатывается вниз с высоты h без начальной скорости по рельсам, проложенным по криволинейному пути АВ и образующим затем круговое кольцо радиусом R . Определить скорость вагонетки и реакцию кольцевой опоры в тот момент, когда вагонетка находится в точке C , если $\angle BOC = \varphi$. Сопротивлением движению пренебречь.

Таблица Д-2.4

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
H , м	6	10	5	3	6	15	8	12	5	20
R , м	2	3	1,5	1	2,5	5	2	3	1	4
Φ , град	30	60	45	90	135	210	240	180	270	120
P , Н	6000	4000	5000	4200	5600	6800	6400	4500	7500	8000

Д-2.5. Кольцо M весом P скользит без трения по окружности радиусом R , расположенной в вертикальной плоскости. Начальный момент радиус-вектор $\overline{OM}_0$ кольца составляет с вертикалью угол φ_0 , а

начальная скорость кольца равна $\overline{V}_0$. Определить скорость кольца в точке M , когда $\angle M_0OM = \alpha$ и импульс действующих сил за время поворота радиус-вектора кольца на угол α .

Таблица Д-2.5

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P , Н	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
R , м	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
V_0 , м/с	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
φ_0 , град	30	30	45	45	60	60	90	120	150	160
α , град	120	210	90	225	90	150	240	210	180	120

Д-2.6. По гладким рельсам, имеющим форму кривой AB , с высоты h скатывается вагонетка весом P с начальной скоростью, равной нулю. Определить скорость вагонетки и нормальную реакцию рельсового пути в наинизшем положении, если радиус кривизны траектории в точке B равен ρ .

Таблица Д-2.6

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P , Н	1000	1500	1800	2000	2100	2500	3000	4000	4500	5000
h , м	4	3,5	3	3,2	2,5	2,5	4	4	4,5	5
ρ , м	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,2	1,4	1,5	1,2	1,5

Д-2.7. Свободная материальная точка M массой m движется по эллипсу с полуосями a и b под действием центральной силы $\overline{F}$, направленной к центру O эллипса. В начальный момент она находится в вершине A эллипса и имеет скорость $\overline{V}_0$. Применяя теорему о моменте количества движения материальной точки относительно неподвижного центра, определить скорость $\overline{V}_1$ точки в момент времени t_1 , когда она находится в вершине эллипса B , а также величину импульса силы $\overline{F}$ за промежутки времени t_1 .

Таблица Д-2.7

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m , кг	0,6	0,8	1,2	1,6	2	2,4	1,5	2,5	2,6	1,0
a , м	1,2	1	0,8	0,6	1	0,7	0,8	1,2	1,3	0,9
b , м	0,8	0,8	0,6	0,8	1,2	0,4	1,2	0,6	0,65	0,6
V_0 , м/с	0,9	1,2	1,6	1,6	1,5	1,4	2,4	1,8	1,3	1,5

Д-2.8. Свободная материальная точка M массой m движется под действием некоторой силы $\vec{F}$ по криволинейной траектории. Определить работу и импульс этой силы за промежуток времени, в течение которого точка переместится из положения M_1 в положение M_2 , если заданы значения $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ скоростей в этих точках и угол α между ними.

Таблица Д-2.8

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
M , кг	0,5	1	2	1,2	2,5	4	2,4	1,5	0,8	0,6
V_1 , м/с	0,6	0,8	1,2	1,4	1,8	1,5	1	0,8	0,8	1,2
V_2 , м/с	0,8	0,8	1,6	0,7	0,6	1	1,2	0,8	0,8	0,6
α , град	45	30	60	90	180	0	30	60	60	90

Д-2.9. Вагонетка весом P (в ньютонах) движется с начальной скоростью V_0 по гладкой наклонной плоскости AB с углом наклона α . Пройдя путь l_1 , она переходит на гладкую наклонную плоскость BC с углом наклона β , причем $BC = l_2$, а затем движется по горизонтальной плоскости CD . Определить скорость вагонетки в момент, когда она пройдет путь $CD = l_3$ по горизонтальному участку пути, если коэффициент трения на этом участке равен f , считая, что благодаря закруглениям в точках B и C модуль скорости вагонетки не изменяется при переходе с одного участка пути на другой.

Таблица Д-2.9

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
α , град	30	30	60	60	60	0	45	60	45	45
β , град	0	30	30	45	30	60	30	30	45	30
l_1 , м	1,2	0,8	1,6	1,5	8	4	2,4	2,6	1,8	2
l_2 , м	0,8	0,5	0,8	1	4	2	1,6	1,3	1,2	1,6
l_3 , м	0,5	1	1,2	0,5	4	0,6	2	4	6	3
V_0 , м/с	4,5	15	8	5	20	10	6	0	0	0
f	0,1	0,2	0,4	0,05	0,05	0,1	0,08	0,1	0,06	0,1

Задача Д-3

Д-3.0. Тележка весом P_1 находится на однородной горизонтальной балке AB весом P_2 , лежащей свободно на двух опорах. В некоторый момент тележка начинает двигаться по балке, которая при этом перемещается в противоположном направлении. Зная коэффициент трения f на опорах и закон относительного (по отношению к балке) движения тележки $S = S(t)$, определить ускорение балки, если тележка движется под действием внутренних сил.

Таблица Д-3.0

№ строки	P_1 , Н	P_2 , Н	f	S , м
0	80	40	0,1	$t^3 + 1,47t^2$
1	200	100	0,05	$3t^2$
2	160	80	0,2	$3t^2 - t^3$
3	200	80	0,25	$5t^2$
4	100	40	0,04	$49t^2 + 9,8\sin\frac{\pi}{2}t$
5	240	80	0,08	$5t^2 - 10\cos\frac{\pi}{2}t$
6	210	70	0,15	$5t^2 + 20\sin^2\frac{\pi}{2}t$
7	150	100	0,3	$2,45t^2 - 5\cos^2\pi t$
8	250	100	0,2	$3,5t^2 - 5t$
9	100	150	0,1	$1,2t^2 - 5t^3$

Д-3.1. Груз A весом P , привязанный к канату, поднимается при помощи цилиндрического барабана с горизонтальной осью вращения; вес барабана Q , радиус R . К барабану приложен постоянный вращающий момент L . Радиус инерции барабана относительно оси вращения ρ . Пренебрегая весом каната и сопротивлениями, определить угловое ускорение барабана.

Таблица Д-3.1

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P , Н	300	200	250	400	100	200	300	250	150	200
Q , Н	150	100	120	140	100	100	120	150	140	130
R , см	10	5	10	6	5	10	5	6	10	5
L , Н·м	100	150	80	60	90	150	100	120	80	100
ρ , см	7	6	5	10	7	8	6	8	10	7

Д-3.2. Однородный стержень $OA = l$ и весом P вращается в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси O . Определить угловое ускорение стержня в положении, определяемом углом φ .

Таблица Д-3.2

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P , Н	30	40	50	60	70	80	90	100	120	130
l , м	1	2	1.5	0.8	3	2	1	1.2	0.8	1.5
φ , град	30	60	45	90	30	45	60	90	30	45

Д-3.3. Однородный цилиндрический барабан радиусом r и весом Q вращается вокруг горизонтальной оси O с угловой скоростью $\omega = f(t)$ под действием приложенной к нему пары сил с моментом M . К канату, накрутому на барабан, подвешены два груза, вес которых равен соответственно P_1 и P_2 . Определить вертикальную реакцию в точке O , пренебрегая весом каната.

Таблица Д-3.3

№ столбца	P_1 , Н	P_2 , Н	Q , Н	r , м	ω , рад/с
0	4000	2000	600	0,5	t^2
1	5000	3000	800	0,8	$12,5(t+1)$
2	8000	600	200	0,7	$20-10 t$
3	1000	600	400	0,5	$1,5 t^3$
4	600	400	100	0,35	$2,8-1,4 t$
5	1200	800	400	0,5	$20 t$
6	1500	600	500	0,25	t^2-4
7	1600	2000	400	1,4	$1,25\sin \pi t$
8	900	600	150	0,3	$4\cos \frac{\pi}{2}t$
9	90	49	20	0,6	$3t^2-t^3$

Д-3.4. Неоднородный цилиндрический барабан радиусом r и весом Q вращается вокруг неподвижной горизонтальной оси O под действием приложенной к нему пары сил с моментом M . Канату, накрутому на барабан, подвешены два груза, вес которых равен соответственно P_1 и P_2 . Определить угловую скорость барабана, если его радиус инерции относительно оси вращения равен ρ и задана угловая скорость барабана в начальный момент ω_0 .

Д-3.5. Однородная круглая горизонтальная платформа радиусом r и весом Q может вращаться вокруг неподвижной оси A_z , проходящей

через ее центр O и закрепленной в подпятнике A и подшипники B по двум рельсовым путям, уложенным на платформе в виде двух концентрических окружностей радиусами r_1 и r_2 с центром в точке O , начинают двигаться в противоположных направлениях две вагонетки M_1 и M_2 , вес которых равен соответственно P_1 и P_2 . Определить угловую скорость ω платформы как функцию времени, если заданы законы $^{\circ}OM_1 = S_1 = f_1(t)$, $^{\circ}OM_2 = S_2 = f_2(t)$, и в начальный момент вся система неподвижна. Вагонетки рассматривать как материальные точки.

Таблица Д-3.4

№ столбца	M , Нм	P_1 , Н	ω_0 , рад/с	P_2 , Н	Q , Н	r , м	ρ , м
0	$2t$	500	15	100	250	0,5	0,4
1	$40+t$	200	4,4	200	100	0,7	0,3
2	$22,5\sin$	300	0	100	400	0,2	0,1
3	100	500	0	200	150	0,2	0,08
4	$4t$	700	8	600	400	0,6	0,4
5	$3t^2-t$	560	10	500	120	0,5	0,3
6	-65,6	349	6	500	98	0,8	0,6
7	29,84	419,6	2	400	78,4	0,9	0,3
8	$6t^2-4t$	680	8	600	240	0,7	0,3
9	t^2+15	450	3,5	400	150	0,4	0,4

Таблица Д-3.5

№ столбца	S_1 , м	S_2 , м	P_1 , Н	P_2 , Н	Q , Н	r_1 , м	r_2 , м	R , м
0	$6t^2$	$10t^2$	980	1960	490	0,6	0,5	0,8
1	$10t^2$	$5t^2$	1470	3920	500	0,8	0,6	1
2	-	$10t^2$	0	1960	980	-	0,8	1,2
3	$2t^3-3t^2$	$4t^3+3t^2$	392	441	63,7	0,9	0,8	1,2
4	$2t^3+2t^2$	-	150	0	200	0,6	-	0,9
5	-	$5t^3-10t^2$	0	980	1470	-	0,6	1,2
6	$4t^3-2t^2$	-	1470	0	980	0,4	-	0,8
7	$5t^3$	$5t^2$	1470	490	1500	0,6	0,3	0,9
8	-	$2t^3-6t^2$	1470	196	98	-	0,7	1,4
9	$5t^3+4t^2$	$2t^3-4t^2$	1960	980	490	1	0,8	1,2

Д-3.6. Прямолинейная трубка $AB = l$ и весом P_1 , наклоненная под углом $\alpha = \text{const}$ к вертикальной оси O , вращается вокруг этой оси с угловой скоростью $\omega_0 = \text{const}$ вместе с находящимся в ней шариком K весом P_2 , привязанным в точке A нитью длиной d . В некоторый момент нить обрывается. Определить угловую скорость вращения трубки в момент, когда шарик достигает точки B , если момент инерции трубки относительно оси OZ равен Y .

Таблица Д-3.6

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
α , град	45	30	60	90	60	90	30	45	30	90
I , Н·м·с	3	1,92	3,84	2,56	6,08	3,4	1,5	2,19	3,36	3,72
l , м	1	0,8	1,2	1,6	1,6	0,9	0,6	1,8	1,6	1,2
d , м	0,5	0,2	0,4	0,4	0,6	0,4	0,2	0,4	0,2	0,2
P_2 , Н	9,8	4,9	2,45	9,8	3,9	2,45	4,9	9,8	9,8	7,35
ω_0 , рад/с	7	4,9	3	2	3	6	4	6	6	4

Д-3.7. Механическая система состоит из однородной прямоугольной вертикальной плиты массой $m_1 = 24$ кг и груза D массой $m_2 = 8$ кг, который может двигаться по имеющемуся на плите желобу. Плита движется с вертикальной плоскости вдоль горизонтальных направляющих поступательно с постоянной скоростью $U = 2$ м/с. В момент времени $t_0 = 0$ груз D начинает двигаться в желобе по закону $S = At = F(t)$, где S измеряется в метрах, а t – в секундах. Считая груз материальной точкой и пренебрегая всеми сопротивлениями, определить a_1 – ускорение плиты в момент времени ($t_1 = 1$ с). За положительное направление отсчета расстояния S движения груза D взято направление от точки A в сторону, как это показано на схеме, т.е. расстояние $S > 0$ (при $S < 0$ груз находится по другую сторону точки A).

Д-3.8. Механическая система состоит из однородной прямоугольной вертикальной плиты массой $m_1 = 24$ кг и груза D с массой $m_2 = 8$ кг, который может двигаться по имеющемуся на плите желобу. Плита движется с вертикальной плоскости вдоль горизонтальных направляющих поступательно с постоянной скоростью $U = 2$ м/с. В момент времени $t_0 = 0$ груз A начинает двигаться по желобу по закону $S = At = F(t)$, где S измеряется в метрах, а t – в секундах. За положительное направление отсчета расстояния S движения груза D взято на-

правление от точки A (начало отсчета) к тому его положению, которое показано на схеме (при $S < 0$ груз находится по другую сторону от точки A). Считая груз материальной точкой и пренебрегая всеми сопротивлениями, определить X_1 – перемещение плиты за время от $t_0 = 0$ до $t_1 = 1$ с.

Таблицы Д-3.7, Д-3.8, Д-3.9

№ строки	$S = F(t)$	№ строки	$S = F(t)$
0	$0,5\sin(\sqrt{\pi/2}t^2)$	0	$\pi R/2 t^3$
1	$0,4(1-3t^2)$	1	$\pi R/3(3t^2-1)$
2	$0,8\cos(\sqrt{\pi/2}t)$	2	$\pi R/3 t^2$
3	$0,4\sin(\pi t^2)$	3	$\pi R/2 t^2$
4	$0,3(1-3t^2)$	4	$\pi R/6(2t^3-3)$
5	$0,8\sin(\frac{\pi}{2}t^2)$	5	$\frac{\pi R}{4}(t^2-1)$
6	$0,6 t^2$	6	$\pi R/3 t^2$
7	$0,4(2t^2-1)$	7	$\pi R/6(1-5t^2)$
8	$0,6\cos(\sqrt{\pi/2}t^2)$	8	$\pi R t^3$
9	$0,5\sin(\pi t^2)$	9	$\pi R/4 t^3$

Д-3.9. Механическая система состоит из однородной прямоугольной вертикальной плиты массой $m_1 = 24$ кг и груза D массой $m_2 = 8$ кг, который может двигаться по имеющемуся на плите круговому желобу радиусом $R = 0,8$ м с центром, находящимся в центре масс C плиты. Плита движется с вертикальной плоскости вдоль горизонтальных направляющих поступательно с постоянной скоростью $U = 2$ м/с. В момент времени $t_0 = 0$ груз D начинает двигаться в желобе по закону $S = AD = F(t)$. За положительное направление отсчета расстояния S движения груза взято направление от точки A начало отсчета) к тому его положению, которое показано на схеме (при $S < 0$ груз находится по другую сторону от точки A). Считая груз материальной точки и пренебрегая всеми сопротивлениями, определить полную силу нормального давления плиты N на направляющие в момент времени $t_1 = 1$ с.

Задача Д-4

Однородный катод весом Q и радиусом R соединен гибкой не растяжимой нитью с грузом A и весом P . Нить переброшена через невесомый блок O радиусом r . К оси катка C (см. схемы Д-4.0-Д-4.4.) или грузу A (схемы 5-7), или к свободному канату нити (схемы Д-4.8 - Д-4.9) приложена сила $F = \varphi(S)$ зависящая от величины перемещения S . Каток катится без скольжения, коэффициент трения скольжения груза A о плоскость равен f , момент силы сопротивления в подшипнике блока равен M . Определить скорость груза A , когда он переместится на величину S_0 . В начальный момент система находится в покое. (В вариантах Д-4.0 и Д-4.2 считать $f = 0$)

Таблица Д-4

№ строки	α , град	f	r , см	P , кН	Q , кН	F , кН	S_0 , м	M , Нм
0	30	0,06	12	1,1	3,1	$8,1+0,5 S$	2,1	120
1	45	0,07	14	1,2	3,2	$8,2+0,4 S$	2,2	140
2	60	0,08	16	1,3	3,3	$8,3+0,3 S$	2,3	160
3	20	0,09	18	1,4	3,4	$8,4+0,2 S$	2,4	180
4	45	0,10	20	1,5	3,5	$8,5+0,1 S$	2,5	200
5	60	0,06	22	1,6	3,6	$8,6+0,5 S$	2,6	220
6	30	0,07	24	1,7	3,7	$8,7+0,4 S$	2,7	240
7	45	0,08	26	1,8	3,8	$8,8+0,3 S$	2,8	260
8	60	0,09	28	1,9	3,9	$8,9+0,2 S$	2,9	280
9	30	0,1	30	2,0	4,0	$9,0+0,1 S$	3,0	300

Схема К-2.0

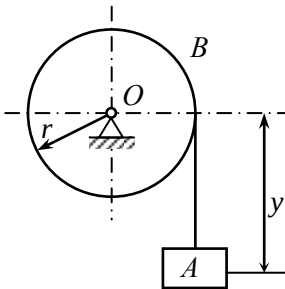
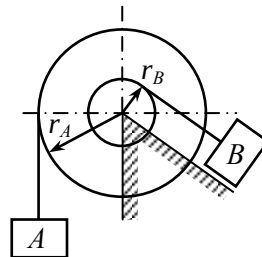
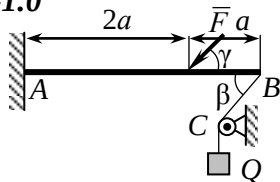
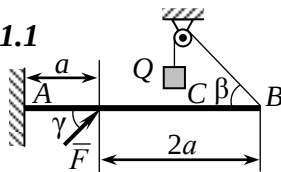
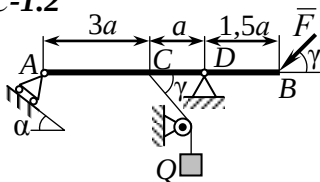
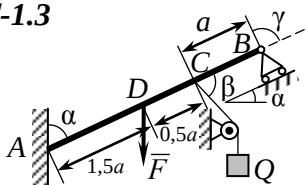
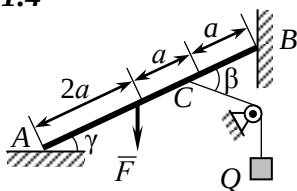
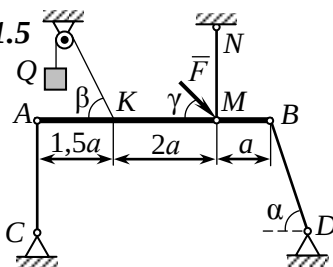
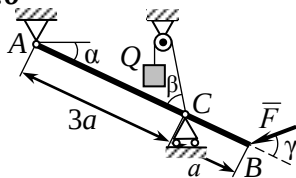
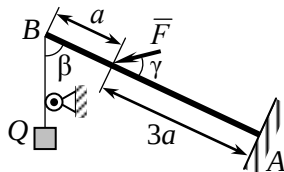
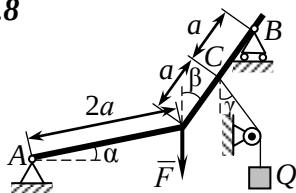
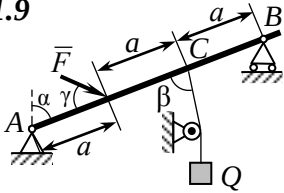


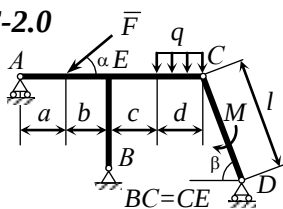
Схема К-2.1



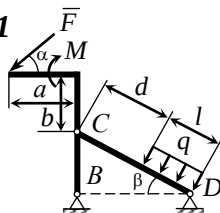
C-1.0**C-1.1****C-1.2****C-1.3****C-1.4****C-1.5****C-1.6****C-1.7****C-1.8****C-1.9**

Схемы к задаче C-1

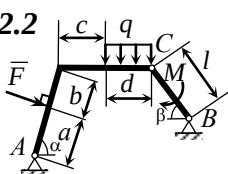
C-2.0



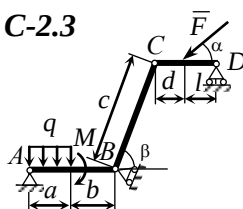
C-2.1



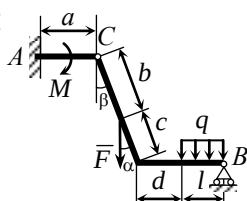
C-2.2



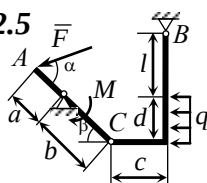
C-2.3



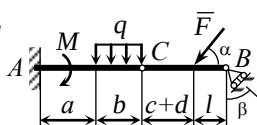
C-2.4



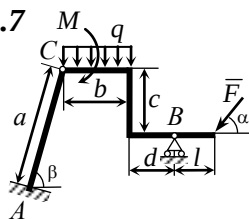
C-2.5



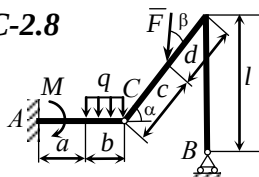
C-2.6



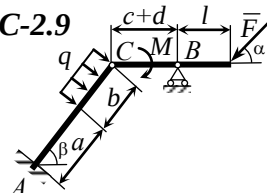
C-2.7



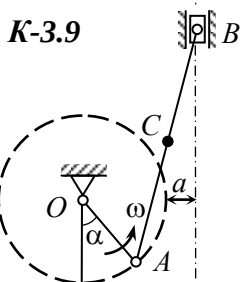
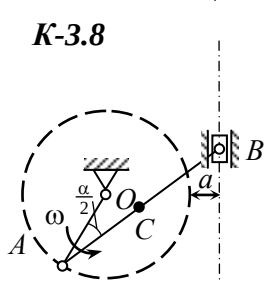
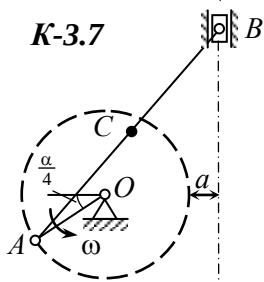
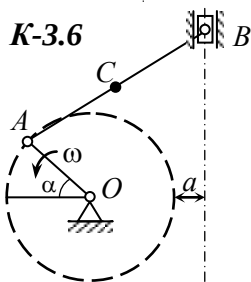
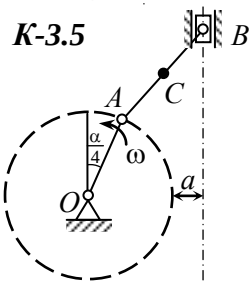
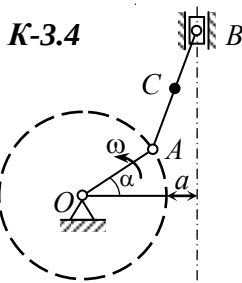
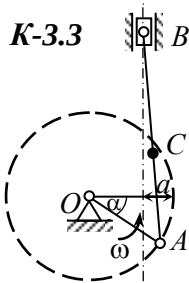
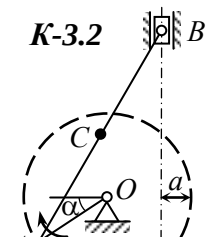
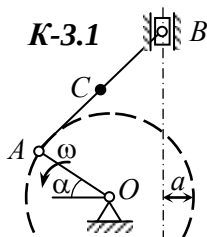
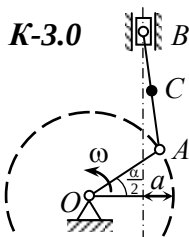
C-2.8



C-2.9

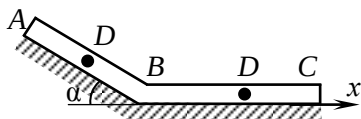


Схемы к задаче C-2

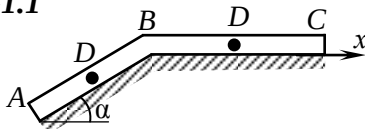


Схемы к задаче K-3

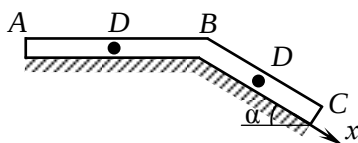
D-1.0



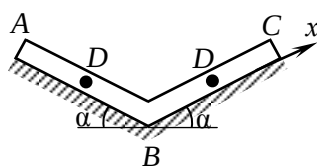
D-1.1



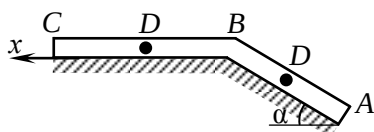
D-1.2



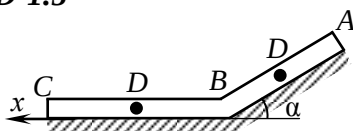
D-1.3



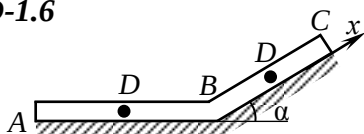
D-1.4



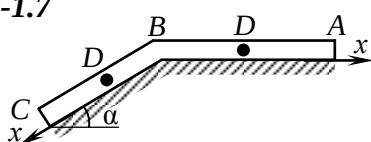
D-1.5



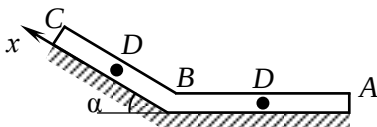
D-1.6



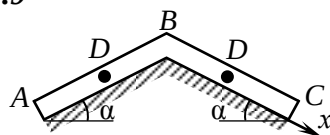
D-1.7



D-1.8

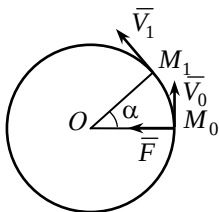


D-1.9

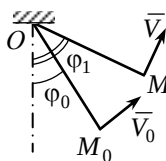


Схемы к задаче **D-1**

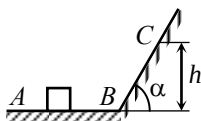
D-2.0



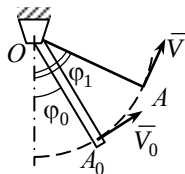
D-2.1



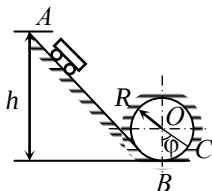
D-2.2



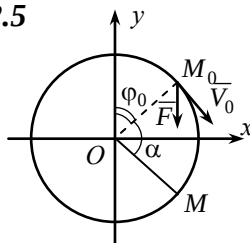
D-2.3



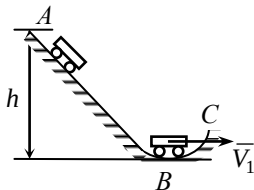
D-2.4



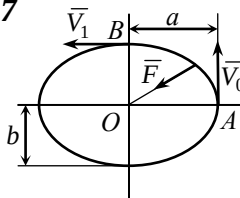
D-2.5



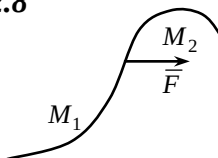
D-2.6



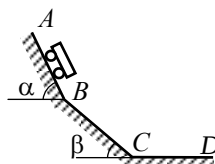
D-2.7



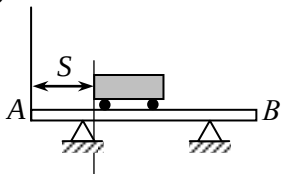
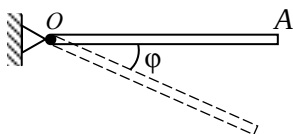
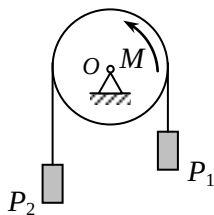
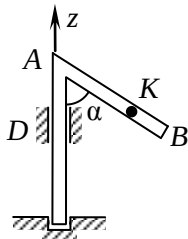
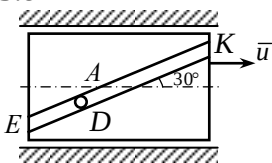
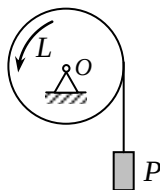
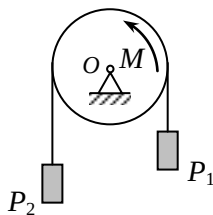
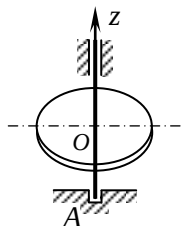
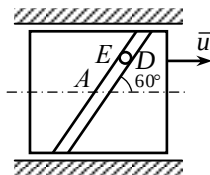
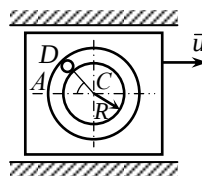
D-2.8



D-2.9

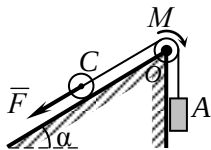


Схемы к задаче D-2

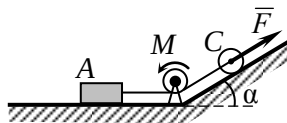
D-3.0**D-3.2****D-3.4****D-3.6****D-3.8****D-3.1****D-3.3****D-3.5****D-3.7****D-3.9**

Схемы к задаче D-3

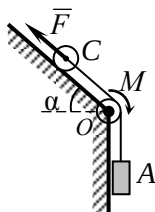
D-4.0



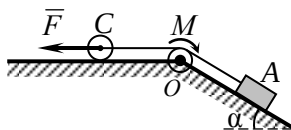
D-4.1



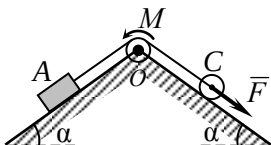
D-4.2



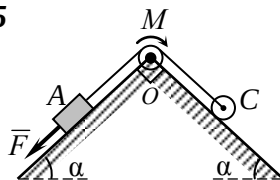
D-4.3



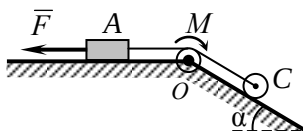
D-4.4



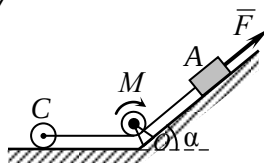
D-4.5



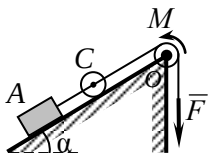
D-4.6



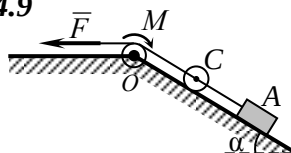
D-4.7



D-4.8



D-4.9



Схемы к задаче D-4