

Проектный подход при изучении математического анализа студентами инженерных специальностей

Кузенков Олег Анатольевич

доцент, к.ф.-м.н., заместитель директора Института информационных технологий,
математики и механики,

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
пр. Гагарина, 23, г. Нижний Новгород, 603950, (831)4623361

kuzenkov_o@mail.ru

Рябова Елена Александровна

к.ф.-м.н., доцент кафедры дифференциальных уравнений, математического и
численного анализа Института информационных технологий,
математики и механики,

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
пр. Гагарина, 23, г. Нижний Новгород, 603950, (831)4623361

helen4ever@rambler.ru

Аннотация

Представлен опыт использования проектного метода обучения в рамках дисциплины «Математический анализ» среди студентов, обучающихся по направлению «Фундаментальная информатика и информационные технологии». Основное требование к проектам — исследование задач, позволяющих будущим программистам увидеть значимость математических понятий для их профессиональной деятельности. Приводится пример выполнения учебно-исследовательского проекта по теме «Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора». Анализируется успеваемость в экспериментальной и в обычных группах.

We describe the experience of using the project method of teaching in the course of “Mathematical analysis” discipline among the students of “Fundamental informatics and information technology”. The main requirement for projects was the study of tasks that allow future programmers to see the importance of mathematical concepts in their professional activities. We provide an example of the implementation of the educational research project “Approximate calculations using the Taylor’s formula”. Also, we analyze the academic performance in the experimental and in ordinary groups.

Ключевые слова

проектный подход, математический анализ для программистов, компетенции
project approach, mathematical analysis for programmers, competencies

Введение

Согласно федеральному государственному образовательному стандарту высшего образования по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии (ФИИТ) от 23.08.2017 г. и основной образовательной программе по профилю подготовки «Инженерия программного обеспечения» у выпускника должны быть сформированы универсальные (УК), общепрофессиональные (ОПК) и профессиональные (ПК) компетенции. Среди них: способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации,

применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1); способность осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде (УК-3); способность применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1); способность применять компьютерные методы, современное программное обеспечение для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-2).

Для формирования у учащихся этих компетенций необходимы активные методы обучения. Метод проектов является не только одним из инструментов переориентации высшего профессионального образования с традиционного «знаниевого» подхода на личностно-ориентированный и компетентностный [1-3], но это и один из способов решения проблем современной математической подготовки в структуре высшего инженерного образования [4-8].

Понятия математического анализа часто оторваны от профессиональных интересов студентов профиля «Инженерия программного обеспечения». Задача проектного подхода — помочь студентам увидеть значимость математического анализа для их профессиональной подготовки.

Методология преподавания математического анализа

Математический анализ — раздел математики, который в отличие от других математических дисциплин, таких как алгебра, геометрия, дискретная математика, связан с понятием бесконечности. Название дисциплины исторически восходит к первоначальному наименованию «Анализ бесконечно малых», в котором проявляется связь с изучением бесконечности.

В современном математическом анализе бесконечность рассматривается сквозь призму четырех основополагающих понятий: предел, непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость. Их изучение и является предметом математического анализа.

Для математического анализа огромное значение имеет формальный язык, на котором записываются его утверждения. Этот язык теории множеств и формальной логики обеспечивает строгость формулировки и логических выводов. Кстати, именно он является камнем преткновения на первых порах обучения. Множество определений, записанных в кванторах, с трудом укладываются в головы вчерашних школьников. Кроме того, математический анализ характеризуется высокой степенью абстрактности изучаемого материала, что не облегчает его восприятие.

Даже студенты с достаточно высокими баллами ЕГЭ по математике испытывают затруднения при изучении математического анализа, но среди первокурсников многие имеют не больше 62-х баллов. По их словам, алгебра и дискретная математика дается им гораздо легче. Особенно сложным для студентов является первый семестр, когда происходит адаптация к новому учебному заведению, его порядкам, формирование нового коллектива. Проблемы усугубляются и тем, что у многих бывших школьников не сформированы способности к самостоятельной учебе, контролю и оценке себя, они не могут выделить время для самоподготовки. Столкнувшись с первыми сложностями в обучении, студенты часто начинают сомневаться в правильности выбора учебного заведения и будущей профессии.

Основное предназначение метода проектов состоит в повышении значимости понятий математического анализа для профессиональной подготовки будущих программистов. Обязательным требованием к проекту является практическое использование программных средств для решения поставленных задач. Кроме аналитического исследования, требуется численное решение с помощью стандартного пакета, типа MathLab, и/или собственной компьютерной программы.

Проекты по математическому анализу, имеющие прикладное значение в области компьютерных технологий, повышают мотивацию студентов к его изучению. Работа над проектами, имеющими прикладное значение в области компьютерных технологий, использование системы электронного обучения, усиление контроля самостоятельной работы студентов со стороны преподавателя с первых дней обучения помогает студентам влиться в учебный процесс и повысить роль их самостоятельной работы в освоении материала.

Реализация метода проектов в математическом анализе

В 2013–2016 гг. Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского участвовал в выполнении международного проекта ТЕМПУС МЕТА - МАТН «Современные образовательные технологии при разработке учебного плана математических дисциплин инженерного образования России» [4]. Цель проекта состояла в поиске путей решения проблем современной математической подготовки в структуре высшего инженерного образования: повышение мотивации студентов для изучения математики, повышение качества математического образования, превращение математики для студентов в понятный и естественный инструмент инженерного дела.

Участие ННГУ в этом проекте являлось одним из этапов систематической работы по совершенствованию математической подготовки в рамках образовательных направлений «Фундаментальная информатика и информационные технологии» и «Прикладная математика и информатика», реализуемых в институте информационных технологий, математики и механики ННГУ (ИИТММ) [10–12]. В рамках этого проекта осуществлялась модернизация программы первого курса «Математический анализ» на направлении подготовки 02.03.02 ФИИТ [6,13].

Одним из этапов модернизации являлось устранение количественного превосходства лекций над практическими занятиями. С этой целью темы «Физический смысл производной», «Формула Тейлора на отрезке», «Приложения определенного интеграла» были перенесены на самостоятельное изучение с помощью метода проектов.

В начале учебного 2015–2016 года студенты первого курса бакалавриата, поступившие на образовательное направление ФИИТ профиля «Инженерия программного обеспечения», были разделены на два потока. Первый поток из 44 студентов (две учебных группы) учился по ранее принятой программе математического анализа, второй поток из 23 студентов (одна учебная группа) учился по модернизированной программе. Разделение на потоки осуществлялось так, чтобы средние показатели результатов ЕГЭ в этих потоках были приблизительно равны, то есть, чтобы потоки не отличались друг от друга по входному уровню.

Для поддержки обучения в экспериментальной группе использовался синхронный электронно-управляемый курс (представленный на сайте <http://e-learning.unn.ru/>), предусматривающий электронное тестирование обучающихся на предмет усвоения изучаемого материала и проверку их самостоятельной работы.

В первом и втором семестре студенты в группах по 4-5 человек работали над следующими проектами. «Применение производной для решения задач из различных областей науки», «Приближенные вычисления функций: создание калькулятора логарифмов, тригонометрических и гиперболических функций», «Приложения определенного интеграла».

Далее в качестве примера рассматривается выполнение проекта «Калькулятор логарифмов». Проект выполнен группой студентов Института информационных технологий, математики и механики ННГУ (Грибов Михаил (Г.М.), Лебедев Вячеслав

(Л.В.), Мишутин Андрей (М.А.), Панов Александр (П.А.), Сергеев Алексей (С.А.)) в 2015 году.

Работы проводились согласно следующему плану.

1. Подготовка и планирование. Тема определена 26.11.2015. Представление проектов назначено на 18.12.2015. Распределение обязанностей:

- Руководитель проекта — П.А.;
- Исторический обзор, отражающий современное состояние проблемы - М.А., С.А.;
- Освоение темы «Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора» - все;
- Обзор основных аналитических и численных методов приближенного вычисления логарифмов — Г.М., Л.В.;
- Выбор математической модели, ее аналитическое исследование, построение алгоритма численного счета — П.А., С.А., М.А.;
- Изучение возможностей стандартных пакетов прикладных программ, создание калькулятора логарифмов - Л.В., С.А.;
- Подготовка отчета в форме презентации - П.А..

2. Составление исторического обзора. Проводится сбор информации и анализ источников, рекомендованных в электронном курсе. Используются возможности сети Интернет. Ниже приводятся фрагменты составленного обзора.

«В 1614 году шотландский математик-любитель Джон Непер опубликовал на латинском языке сочинение под названием «Описание удивительной таблицы логарифмов» В ходе тригонометрических расчётов, Неперу пришла в голову идея: заменить трудоёмкое умножение на простое сложение, сопоставив с помощью специальных таблиц геометрическую и арифметическую прогрессии, при этом геометрическая будет исходной. Тогда и деление автоматически заменяется на неизмеримо более простое и надёжное вычитание...

В 1620-е годы Эдмунд Уингейт и Уильям Отред изобрели первую логарифмическую линейку, до появления карманных калькуляторов — незаменимый инструмент инженера.

Современное определение логарифмирования ... впервые появилось у Валлиса и Иоганна Бернулли, а окончательно было узаконено Эйлером в XVIII веке...

В XXI веке точные вычисления приобретают большое значение в таких направлениях, как аэродинамика, криптография, нанотехнологии, космические технологии, геномная инженерия, микроскопическая физика, оптика...

Частота трансляции спутниковых систем достигает 10,23 МГц, с использованием одинарной точности каждую секунду ЭВМ необходимо форматировать 10 230 000 бит кода. Это около 10^6 операций в секунду. Учитывая невысокую мощность космических ЭВМ есть необходимость заняться оптимизацией данного алгоритма.

Как правило функциональные преобразования осуществляется с помощью логарифмической функции, которая разложена в ряд Тейлора (в связи с особенностями кодирования-декодирования нас интересует точность «до целых»).

3. Освоение темы «Приближенные вычисления с помощью формулы Тейлора». Правильность понимания теоретических основ контролируется путем прохождения электронного теста (Рис. 1).

Оценить с помощью формулы Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа абсолютную погрешность приближенной формулы $\sin x \approx x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}, |x| \leq 1$

Выберите один ответ:

- ☐ $\frac{1}{7!}$
- ☐ $\frac{1}{2^7 7!}$
- ☐ $\frac{1}{6!}$
- ☐ $\frac{1}{2^6 6!}$
- ☐ $\frac{1}{5!}$

Представьте функции с помощью формулы Тейлора в окрестности точки $x = 0$.

$$\frac{3}{1-3x}$$

Перетащите ответ сюда

$$\frac{3}{3-x}$$

Перетащите ответ сюда

$$\sum_{k=0}^n \left(\frac{x}{3}\right)^k + o(x^n)$$

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \left(\frac{x}{3}\right)^k + o(x^n)$$

$$3 \sum_{k=0}^n x^k + o(x^n)$$

$$\sum_{k=0}^n 3^{k+1} x^k + o(x^n)$$

$$3 \sum_{k=0}^n (-1)^k (3x)^k + o(x^n)$$

Рис. 1. Фрагменты электронного теста

4. Аналитическое исследование модели. Обзор основных аналитических и численных методов приближенного вычисления логарифмов, выбор математической модели, ее аналитическое исследование (Рис. 2).

5. Численный эксперимент. Создание калькулятора логарифмов. Пишется код на языке Паскаль. Студенты на практике используют такие понятия математического анализа как формула Тейлора, остаточный член в формуле Тейлора, оценка остаточного члена в формуле Тейлора, приближенные вычисления с заданной точностью.

6. Подготовка и представление результатов. При подготовке презентации используется редактор PowerPoint.

7. Подведение итогов. Руководителем проекта были выставлены оценки работы членов группы по семибалльной шкале, где 7 — максимальная оценка: Г.М. - 6, Л.В. - 6, М.А. - 5, П.А. - 5, С.А. - 7.

Презентация проекта обсуждается в студенческих группах. Выступление группы оценивается по общей разработанной схеме другими творческими коллективами и преподавателем. Формируется оценка проектной деятельности каждого участника проекта, зависящая от личного вклада в работу и оценки публичной защиты проекта.

Разложим логарифм по формуле Тейлора: $f(x) = \ln(x+1)$ $f' = \frac{1}{1+x} \quad f'' = -\frac{1}{(1+x)^2}$ $f''' = \frac{2}{(1+x)^3} \quad f'''' = -\frac{2 \cdot 3}{(1+x)^4}$ <i>Производная k-ого логарифма</i> $f^{(k)} = (-1)^{(k-1)} \frac{(k-1)!}{(1+x)^k}, \text{ окрестности нуля справедливо:}$ $f^{(k)} \approx (-1)^{(k-1)} (k-1)! \text{ Подставим в формулу Тейлора:}$ $f(x) = \ln(x+1) + x - \frac{x^2}{2} + \frac{2!x^3}{3!} - \dots - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!x^n}{n!} + o(x^n)$ $\ln(x+1) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$ $-1 < x \leq 1$	Формула непригодна для практического расчёта логарифмов из-за того, что ряд сходится очень медленно и только в узком интервале. Однако нетрудно получить из неё более удобную формулу: $\ln \frac{1+x}{1-x} = \ln(1+x) - \ln(1-x)$ $\ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2!} - \frac{2x^3}{3!} - \frac{3x^4}{4!} + \dots + o(x^n)$ Тогда $\ln(1+x) - \ln(1-x) = 2 \left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots + o(x^{2n+1}) \right)$ Любой аргумент $t > 0$ можно представить в виде $\frac{1+x}{1-x}$ x тогда будет равен $\frac{t-1}{t+1}$, а множество значений аргумента: $0 < \frac{1+x}{1-x} < 1$
--	--

Оценим остаточный член $ f^{(n+1)}(P) \leq M, \forall P \in (-1, x), x \in [-1, 1]$ $ r_n \leq \frac{M}{(n+1)!} x - x_0 ^{n+1}$ $f' = \frac{1-x}{1+x} \quad f'' = -\frac{2}{(1+x)^2}$ $f''' = \frac{2 \cdot 2}{(1+x)^3} \quad f'''' = -\frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{(1+x)^4}$ <i>Производная (n+1)-ого логарифма</i> $f^{(k+1)} = 2 \cdot (-1)^{(n)} \frac{n!}{(1+x)^{n+1}}, \forall P \in (-1, x): f^{(n+1)}(P) \leq \left 2 \cdot \frac{n!}{(1+x)^{n+1}} \right ,$ $ f^{(n+1)}(x) < 2 \cdot n! ,$ $ r_n \leq \frac{2 \cdot n!}{(n+1)!} x - x_0 ^{n+1} = \frac{2}{(n+1)} x - x_0 ^{n+1}$
--

Рис. 2. Фрагменты презентации

```

begin
repeat
clrscr;
writeln('Выберите вариант разложения');
writeln('1. ln(1+x) для |x|<1');
writeln('2. ln(1+x)/(1-x)');
readln(choice);
writeln('Введите основание логарифма');
Readln(a);
writeln('Введите число');
Readln(b);
writeln('Точность');
readln(step);
case choice of
(1): stmylog1(z1,z2);
(2): stmylog2(z1,z2);
end;
answer := z2 / z1;
show := findam1(step);
step := 1;
for i := 1 to show do
step := step * 10;
writeln('Ответ от программы = ', ((int(answer * step)) / step));
answer := ln(b) / ln(a);
writeln('Ответ от калькулятора паскаль = ', answer);
writeln('');
writeln('Введите 0 для выхода');
readln(choice);
If choice=0 then
exit;
until false
end.

```

Рис. 3. Фрагмент кода

Анализ и оценка проектной деятельности студентов

При оценке качества выполнения проекта принимаются во внимание приобретаемые компетенции, связанные с формированием профессионального мировоззрения и определенного уровня культуры. Проектная деятельность студента оценивается по следующим индикаторам компетенций.

УК-1-1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации;

УК-3-3. Имеет практический опыт участия в командной работе;

УК-4-2. Умеет выражать свои мысли на государственном языке Российской Федерации в ситуации делового взаимодействия;

ОПК-1.2. Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты;

ОПК-1.3. Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности;

ОПК-2.2. Умеет анализировать типовые языки программирования, составлять программы.

Преподавателем и членами творческих коллективов непосредственно оценивается:

- Работа студента в группе (умение конструктивно взаимодействовать внутри группы, толерантность к членам других групп) (УК-3-3);
- Соответствие проекта теме, целям и задачам (ОПК-1.2);
- Полнота представленного теоретического материала, использование наглядных средств (картинки, графики и т.п.) (УК-1-1);
- Аналитическое решение поставленной задачи (ОПК-1.3);
- Численный эксперимент (ОПК-2.2);
- Логичность высказываний, аргументация, умение уточнить, переспросить, задать вопрос (УК-4-2).

Анализ журналов успеваемости студентов за 2015-2016 годы показал, что на экзамене по математическому анализу в первом семестре в экспериментальной группе 16 студентов получили оценки «хорошо» и «отлично», в двух других группах лишь 12. Во втором семестре таких студентов было соответственно 14 и 11. Отчислены по разным причинам в первом семестре из экспериментальной группы 1 человек, из двух других 8; во втором семестре 1 и 4 соответственно. В третьем семестре метод проектов и электронное обучение не применялись. В экспериментальной группе 9 студентов получили оценки «хорошо» и «отлично», в двух других группах 22 (по 11 в каждой группе).

Заключение

Описан проектный подход при изучении математического анализа, позволяющий облегчить восприятие дисциплины нынешними студентами, демонстрируя связь между теоретическим материалом, характеризующимся высокой степенью абстрактности, и практическим применением в инженерных специальностях. Работа над проектами, имеющими прикладное значение в области информационных технологий, повышает мотивацию студентов профиля «Инженерия программного обеспечения» к изучению этой дисциплины. Работа над проектами сплачивает коллектив студентов. Они быстрее адаптируются к учебе в Вузе. Успеваемость студентов при реализации проектного подхода гораздо выше.

Литература

1. Яковлева Н.Ф. Проектная деятельность в образовательном учреждении: Учебное пособие. – М.: ФЛИНТА, 2014. – 144 с.
2. Кузьмина И.В., Лозовская Л.Б., Морозов О.А., Новиков В.А. Опыт применения проектного метода обучения в практических занятиях курса «Основы теории управления» // Вестник Нижегородского университета. Сер. Социальные науки. – 2016. – Т. 43. – № 3. – С. 163–168.
3. Задорожная О.В. Учебно-научный проект как способ углубления и расширения знаний по математическому анализу // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Сер. Социальные науки. – 2017. – Т. 45. – № 1. – С. 160–166.
4. Сосновский С.А., Гириенко А.Ф., Галеев И.Х. Информатизация математической компоненты инженерного, технического и естественнонаучного обучения в рамках проекта MetaMath // Образовательные технологии и общество. – 2014. – Т. 17. – №4. – С. 446–457.
5. Zakharova I.V. [et al] Using SEFI framework for modernization of requirements system for mathematical education in Russia // Engineering Education on Top of the World: Industry-University Cooperation, SEFI 2016 44th Annual Conference of the European Society for Engineering Education. – 2016.
6. Кузенков О.А., Рябова Е.А., Бирюков Р.С., Кузенкова Г.В. Модернизация программ математических дисциплин ННГУ им. Н.И. Лобачевского в рамках проекта МетаМатх // Нижегородское образование. – 2016. – № 1. – С. 4–11.
7. Сыромясов А.О., Егорова Д.К., Козлов М.В., Чучаев И.И., Федосин С.А. Выравнивающие курсы по математике для студентов естественно научных и инженерных направлений и специальностей // Образовательные технологии и общество. – 2017. – Т. 20. – № 1. – С. 393–399.
8. Кузенков О.А., Кузенкова Г.В., Киселева Т.П. Компьютерная поддержка учебно-исследовательских проектов в области математического моделирования процессов отбора // Образовательные технологии и общество. – 2019. – Т. 22. – № 1. – С. 152–163.
9. Захарова И.В., Кузенков О.А., Солдатенко И.С. Проект Metamath программы Темпус: применение современных образовательных технологий для совершенствования математического образования в рамках инженерных направлений в российских университетах // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2014. – № 10. – С. 159–171.
10. Гергель В.П., Гурина Е.В., Кузенков О.А. Разработка образовательного стандарта Нижегородского госуниверситета по направлению «Фундаментальная информатика и информационные технологии» // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2010. – Т.1. – № 6. – С.51–60.
11. Гергель В.П., Кузенков О.А. Разработка самостоятельно устанавливаемых образовательных стандартов нижегородского госуниверситета в области информационно-коммуникационных технологий // Школа будущего. – 2012. – № 4. – С. 100–105.
12. Bedny A., Erushkina L., Kuzenkov O. Modernising educational programmes in ICT based on the Tuning methodology // Tuning Journal for Higher Education. – 2014. – V. 1. – № 2. – P. 387.
13. Кузенков О.А., Рябова Е.А., Бирюков Р.С., Кузенкова Г.В. Модернизация курса «Математический анализ» в рамках проекта МетаМатх // Инновационные методы обучения в высшей школе. Сборник статей по итогам методической конференции ННГУ им. Н.И. Лобачевского. – 2016. – С. 139–142.
14. С.С.С. 139–142.