

Синергия геометрических инвариантов двумерных многообразий на основе математического и компьютерного моделирования

Смирнов Евгений Иванович

профессор, д.п.н., заведующий кафедрой математического анализа, теории и
методики обучения математике,
Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского,
ул. Республиканская, 108/1, г. Ярославль, 150000, (4852)726235
smiei@mail.ru

Тихомиров Сергей Александрович

доцент, к.ф.-м.н., доцент кафедры геометрии и алгебры,
Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского,
ул. Республиканская, 108/1, г. Ярославль, 150000, (4852)725968
satikhomirov@mail.ru

Уваров Артем Дмитриевич

доцент, к.ф.-м.н., доцент кафедры математического анализа, теории и методики
обучения математике,
Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского,
ул. Республиканская, 108/1, г. Ярославль, 150000, (4852)726235
artiom_uvarov@inbox.ru

Аннотация

В настоящей статье исследуются процессы управления вузовским математическим образованием с синергетическим эффектом путем выявления и исследования «проблемных зон» вузовской математики средствами информационного, компьютерного и математического моделирования на основе самоорганизации познавательной деятельности.

This article investigates the processes of management of university mathematical education with synergetic effect by identifying and studying the "problem areas" of university mathematics by means of informational, computer and mathematical modeling on the basis of self-organization of cognitive activity.

Ключевые слова

Синергия, спирали фундирования, математическое моделирование,
компьютерный дизайн
Synergy, spirals of founding, mathematical modeling, computer design

Введение

Математическое образование в России и во всем мире претерпевает в последние десятилетия существенные изменения, если не сказать кризисные явления как объективного, так и субъективного характера. Цифровизация школы и вуза объявлена главным трендом российского образования и призвана дать ответы на «взрывное» появление новых компетенций, изменение рынка труда и открытости глобального информационного пространства. В то же время, интеллектуальные операции мышления (понимание, конкретизация, абстрагирование, обобщение, моделирование, аналогия, ассоциации и т.п.), лежащие в основе формирования

универсальных учебных действий обучаемых, по разным объективным и субъективным причинам перестали углубления опыта личности на основе текущего его состояния, формирования и развития мотивационной сферы учения, интеллектуальных операций и способностей с опорой на фундирующие механизмы и наглядное моделирование возможностей проявления и коррекции функциональных, операциональных и инструментальных компетенций в освоении сложных конструктов и процедур математики. Именно управление образовательными процессами на базе освоения сложного знания средствами математического и компьютерного моделирования способны дать мощный мотивационный заряд к изучению математических дисциплин; как следствие, повысится интерес к освоению математики с реальным развитием теоретического и эмпирического мышления (сравнение, аналогия, анализ, синтез и т.п.). При этом возможность адаптации современных достижений в науке к школьной математике и компьютерного интерактивного взаимодействия с учебным предметом усиливает развивающий эффект и повышает учебную и профессиональную мотивацию, выявляет связи с реальной жизнью и практикой, создает феномен проявления синергетических эффектов в освоении сложного математического знания. Студент уже сейчас должен знакомиться с нелинейным стилем мышления в постнеклассических науках, знать и находить ассоциации в реальной жизни таких феноменов коллективной упорядоченности как эффект Жаботинского-Белоусова, ячейки Бинара («дорога гигантов» в Ирландии), теория Гинзбурга-Ландау сверхпроводимости в системе квантов, уравнения Лотки - Вольтерра в системе «хищник-жертва», снежинка Коха и цилиндр Шварца, сценарий Ферхюльста и «эффект бабочки» странного аттрактора Лоренца и т.п. *Ведущая идея такова:* ключевым аспектом феномена проявления синергетических эффектов в обучении математике сложного знания на основе адаптации современных достижений в науке является возможность актуализации этапов и исследования характеристик освоения сущности сложных математических знаний, явлений и процедур, создания условий для коммуникаций и диалога культур, выявления атрибутов самоорганизации содержания, процессов и взаимодействий (аттракторы, точки бифуркации, бассейны притяжения, итерационные процедуры и т.п.) в ходе освоения «проблемных зон» математики. Тем самым, настоящее исследование представляет собой попытку разработки технологии адаптации современных достижений в науке к обучению вузовской математике на основе компьютерного моделирования и дизайна, наглядного и математического моделирования сложного знания в «проблемных зонах» математического образования с проявлением синергетических эффектов и выявления новых побочных продуктов исследования на основе самоорганизации когнитивной деятельности.

Методология, методы, технологии

Реализация объявленной технологии связана с освоением обучающимися сложного знания средствами математического и компьютерного моделирования в насыщенной информационно-образовательной среде. Эффективным инструментом освоения сложного математического знания и развития интеллектуальных операций мышления обучающихся может являться исследование и адаптация к школьной или вузовской математике современных достижений в науке, ярко и значимо представленных в приложениях к реальной жизни, развитию других наук, высоким технологиям и производствам.

Выделим следующие *системно-генетические контексты проявления синергии* в математическом образовании в вузе (ср. А.А. Вербицкий [1]).

1. Процессуальные контексты. Базовым понятием представленной концепции адаптации современных достижений в науке является принцип и

технология фундирования опыта личности (Э. Гуссерль [1], В.Д. Шадриков, Е.И. Смирнов [9-10] и др.). Поэтому концепция фундирования процесса становления личности выступает как эффективный механизм преодоления профессиональных кризисов становления специалиста и актуализации интегративных связей между наукой, профессиональным образованием и школой. *Адаптационные процессы* рассматриваются учеными психологами и педагогами как динамический комплекс интегрального взаимодействия внутренних результатов (системы знаний, умений, установок, компетенций, ценностей) и адекватных механизмов приспособления личности к изменениям внешней среды и результатам деятельности с развивающим эффектом (А.А. Реан [8], Ю.И. Толстых [9], С.И. Сороко [11] и др.). В соответствии с С.Н. Дворяткиной и С.А. Розановой [12] таковыми могут быть синергетические эффекты реализации адаптационных процессов: когнитивный, мотивационный, профессиональный, креативный, социально-экономический и духовно-нравственный. Процессы создания *мотивационного поля* для исследования сложных математических конструкторов требуют компьютерного дизайна и наглядного моделирования современных достижений в науке (странный аттрактор Лоренца, нечеткие множества и fuzzy-logic, губка Менгера, сценарий Ферхюльста и т.п.). *Выстраивание иерархий* в развертывании сущности обобщенного конструктора «проблемной зоны» на основе *параметризации и абстрагирования*, поиска *точек бифуркации и бассейнов притяжения* средствами построения итерационных процессов на основе информационно-технологической поддержки создают механизмы адаптации сложного знания к школьной и вузовской математике.

2. Содержательный контекст проявления синергии в математической деятельности как раз и является тем сензитивным механизмом, который позволит актуализировать *факторы успешности* решения творческих задач на основе исследовательской активности и самоорганизации обучающихся. Поэтому основным средством проявления синергии математического образования и механизмом формирования исследовательского поведения школьников в процессе обучения математике мы считаем разработку и внедрение в учебный процесс *исследовательских практико-ориентированных сложных задач в «проблемных зонах» в форме комплекса многоэтапных математико-информационных заданий* (М. Клякля, В.С. Секованов, Е.И. Смирнов [13-14] и др.). Исследовательская деятельность обучающихся реализуется в специально организованной среде (например, ресурсных занятий [15]) на фоне роста мотивов самоактуализации и самоорганизации, выявления приоритета ценностных ориентаций в математической деятельности. Немаловажным фактором содержательного контекста проявления синергии математического образования является *продуктивная деятельность по исследованию новых математических свойств и характеристик обобщенных конструкторов самоорганизации*: фрактальных объектов, математических моделей неустойчивости решений нелинейных динамических систем, средств кодирования и шифрования, клеточных автоматов, нечетких множеств и fuzzy logic, компьютерного моделирования многогранных поверхностей цилиндра Шварца, стохастических структур на странных аттракторах и т.п. (В.С. Секованов, Е.И. Смирнов, С.Н. Дворяткина [16], Е.И. Смирнов, А.Д. Уваров [17]).

3. Личностно-адаптационный и социальный контекст проявления синергии математического образования. Взаимодействие человека с миром и людьми активизирует его внутренние потенциалы, что выступает основой его самопознания, саморегуляции и самоактуализации, обеспечивая тем самым его личностное саморазвитие. В связи с этим, особое внимание нами уделено рассмотрению проблем организации группового взаимодействия обучающихся, являющегося важнейшим источником их самоактуализации и развития, стимулом для творческой активности и дальнейшего личностного роста. Фундирующие процедуры перехода от наличного состояния сущности к обобщенному потенциальному ее

развитию в форме идеального объекта (процесса или явления, состояния личностных качеств) являются многоэтапными, полифункциональными, направленными и интегративными по актуализации внутри и межпредметных связей. *Личностно-адаптационный компонент* связан с выраженностью характеристик и качеств личностного развития и адаптации обучающегося в процессе освоения современного научного знания в направлении самоактуализации («мне это интересно»), самоопределения («что я могу сделать»), самоорганизации («я способен управлять процессом»), саморазвития («я могу сделать что-то новое») [18].

Синергетический эффект исследования многогранных поверхностей цилиндра и конуса Шварца

Пример 1. Множественное целеполагание процессов актуализации понятия площади поверхности приемами исследования «площади» цилиндра Шварца (содержательный аспект). Возникают иерархии вопросов, связанных с исследованием многогранных поверхностей цилиндра Шварца и решаемых средствами компьютерного и математического моделирования исследовательской деятельности в малых группах школьников в дистанционной среде или в форме исследования многоэтапных математико-информационных заданий [13]. На рисунке 1 представлен фрагмент фрактальной поверхности «кубка Шварца» [15].

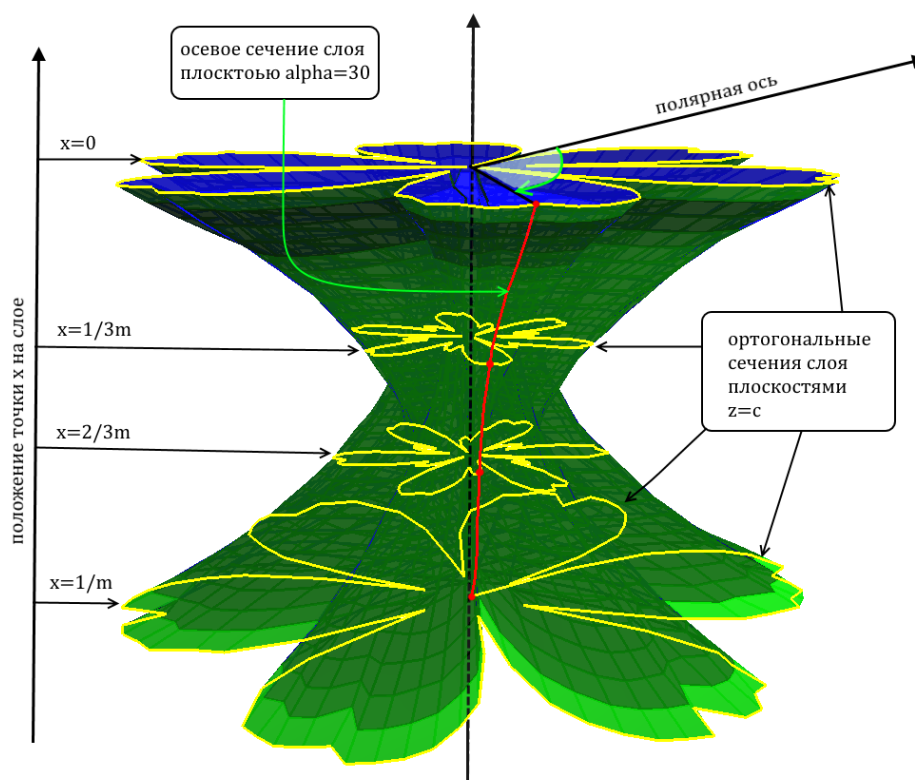


Рис.1. Кубок Шварца

Пример 2. Рассмотрим конус высоты H и радиуса R . В результате проделанных манипуляций, получим некоторую поверхность – конус Шварца (рис. 2).

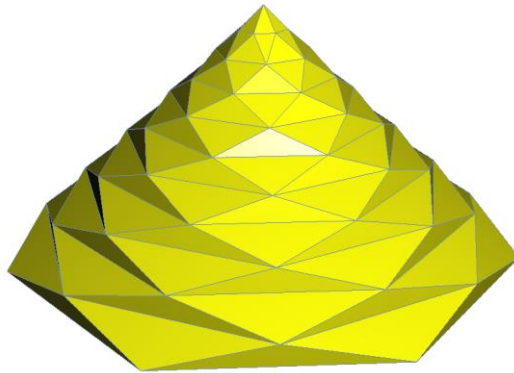


Рис.2. Конус Шварца

Выведем формулу для площади боковой многогранной поверхности конуса Шварца. Следующее изображение демонстрирует поведение площади поверхности конуса Шварца с высотой $H=1$ и радиусом $R=1$ при $m=n$, при этом $200 \leq n \leq 800$.

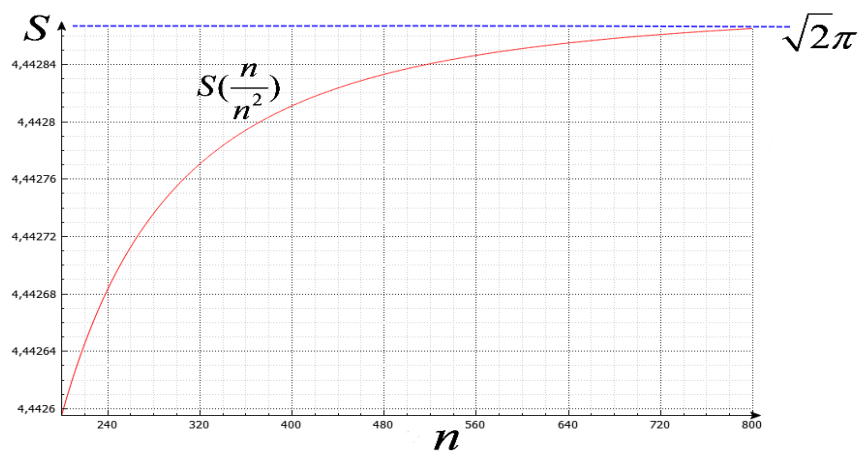


Рис.3. Зависимость площади конуса Шварца от $\lim_{n,m \rightarrow \infty} \frac{m}{n^2}$

Результаты

Таким образом, выявлены и характеризованы содержание, компьютерный дизайн и технология исследования обобщенных конструкторов выявления сущности одной из «проблемных зон» вузовской математики – площади поверхности в детализации нелинейной динамики роста площадей многогранных комплексов при измельчении триангуляций боковой поверхности цилиндра или «сапога» Шварца средствами компьютерного и математического моделирования. Выявлены и характеризованы точки бифуркации, бассейны притяжения, вычислительные процедуры и флуктуации параметров состояния, компьютерный дизайн и побочные результаты исследования «площади» боковой поверхности регулярного и нерегулярного цилиндра Шварца. Выстроены иерархии форм и средств исследовательской деятельности школьников: ресурсные и лабораторно-расчетные занятия, комплексы многоэтапных математико-информационных заданий, проектные методы и сетевое взаимодействие.

Литература

1. Вербицкий А. А. Активное обучение в высшей школе: контекстный подход. – М.: Высшая школа, 1991. – 207 с.
2. Смирнов Е. И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога: монография. – Ярославль.: Канцлер, 2012. – 654 с.
3. Смирнов Е. И., Богун В. В., Уваров А. Д. Синергия математического образования: Введение в анализ. – Ярославль: Канцлер, 2016. – 216 с.
4. Haken H. Principles of Brain Functioning. A Synergetic Approach to Brain Activity. Behavior and Cognition. – Berlin: Springer, 1996. – 350 p.
5. Мандельброт Б. Б. Фрактальная геометрия природы: Пер. с англ. – М.: Ин-т компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
6. Пригожин И. Неравновесная статистическая механика. – М.: Мир, 1964. – 314 с.
7. Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б., Подласов А. В. Нелинейная динамика: подходы, результаты, надежды. – М.: УРСС, 2006. – 279 с.
8. Подъяков А. Н. Психология обучения в условиях новизны, сложности, неопределенности. Психологические исследования. – М.: Высшая школа экономики, 2015. – С. 6-10.
9. Смирнов Е. И. Технология наглядно-модельного обучения математике. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 1997. – 323 с.
10. Подготовка учителя математики: Инновационные подходы. Под ред. В.Д. Шадрикова. – М.: Гардарики, 2002. – 383 с.
11. Сороко С. И. Индивидуальные стратегии адаптации человека в экстремальных условиях // Философия человека. – 2012. – Т.38, № 6. – С.78-86.
12. Розанова С. А. Эффекты синергии математического, естественнонаучного и гуманитарного образования: структура, основные характеристики // Математика, физика и информатика и их приложения в науке и образовании: сборник тезисов докладов международной школы-конференции молодых ученых. – Москва: МИРЭА, 2016. – С. 243-245.
13. Секованов В. С. Элементы теории дискретных динамических систем. – С-Петербург: Лань, 2016. – 180 с.
14. Осташков В. Н., Смирнов Е. И. Синергия образования в исследовании аттракторов и бассейнов притяжения нелинейных отображений // Ярославский педагогический вестник. – 2016. – № 6. – С.146-157.

15. Смирнов Е. И., Уваров А. Д., Смирнов Н. Е. Компьютерный дизайн нелинейного роста «площадей» нерегулярного цилиндра Шварца // Евразийское научное обозрение. – 2017. – Т.30, № 8. – С.35-55.
16. Schwartz H. A. Sur une définition erronée de l'aire d'une surface courbe // Gesammelte Mathematische Abhandlungen. – 1890. – № 1. – P. 309-311.