Министерство образования и науки России
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
“Казанский национальный исследовательский
технологический университет”

ЭПЮР № 2

Методические указания и контрольные задания

Казань
Издательство КНИТУ
2013

Составители: доц. С.Н. Михайлова,
доц. Р.Н. Хусаинов,
доц. В.В. Сагадеев

Эпюр № 2: методические указания и контрольные задания / сост.: С.Н. Михайлова, Р.Н.Хусаинов, В.В.Сагадеев; М-во образ. и науки России, Казан. нац. исслед. технол. ун-т. – Казань: Изд-во КНИТУ, 2013. – 16 с.

Даны методические указания, задания, алгоритм решения задач, требования к оформлению заданий и примеры выполнения.

Предназначены для студентов, изучающих дисциплины «Начертательная геометрия», «Инженерная графика», «Начертательная геометрия и инженерная графика».

Подготовлены на кафедре инженерной компьютерной графики и автоматизированного проектирования.

Печатаются по решению методической комиссии института управления, автоматизации и информационных технологий.

Рецензенты: проф. *В.А. Лашков*
доц. *Г.Н. Зиннатуллина*

ЭПЮР №2
СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧЕРТЕЖА.

Цель работы. Изучение способов преобразования чертежа.

Объем и оформление работы. Выполнить пять задач на двух или трех листах формата А3 (297x420) в масштабе 1:1. Координаты точек взять из таблицы по своему варианту, который соответствует порядковому номеру студента согласно списку группы в журнале. Для студентов заочного отделения он соответствует сумме двух последних цифр номера студенческого билета.

Чертежи и надписи выполнить в соответствии с ГОСТ 2.303-68 (линии) и ГОСТ 2.304-68 (шрифты чертежные). Исходные данные и результат вычертить сплошной основной линией. Линии построения, оси, линии связи и вспомогательные линии – сплошной тонкой линией. Обозначения точек, прямых, плоскостей выполнить шрифтом размера 5.

Общие сведения. Трудоёмкость решения задач часто зависит не только от сложности задач, но и от того, какое положение занимают геометрические фигуры по отношению к плоскостям проекций. Как правило, задачи решаются намного проще, если геометрическая фигура занимает частное положение.

Переход от общего положения геометрической фигуры к частному можно осуществить, изменив взаимное положение проецируемой фигуры и плоскости проекций. При ортогональном проецировании это можно достигнуть двумя путями: первый - выбрать новую плоскость проекций, по отношению к которой проецируемая фигура, не изменяющая своего положения в пространстве, займёт частное положение (способ замены плоскостей проекций); второй – переместить в пространстве фигуру так, чтобы она заняла частное положение относительно плоскостей проекций (способ вращения).

Как известно, частным случаем вращения является плоскопараллельное перемещение (вращение без указания осей вращения). Вращение осуществляют вокруг линии уровня (горизонтали или фронтали) или вокруг проецирующей прямой (прямой, перпендикулярной к плоскости проекций).

На рис.1 представлен пример преобразования отрезка прямой общего положения **AB** в положение проецирующей прямой способом замены плоскостей проекций. Вначале с помощью замены плоскости $\mathbf{\Pi_2}$ на новую фронтальную плоскость проекций $\mathbf{\Pi_4}$ переводим отрезок **AB** из общего положения в частное ($\mathbf{AB \parallel \Pi_4}$) т.е. превращаем в <u>отрезок прямой уровня</u>. Затем, вводя новую плоскость проекций $\mathbf{\Pi_5}$ перпендикулярно отрезку **AB** ($\mathbf{AB \perp \Pi_5}$), получаем <u>отрезок проецирующей прямой</u>.

На рис.2 приведён пример превращения (трансформирования) отрезка прямой общего положения **AB** в <u>отрезок прямой уровня</u> ($\mathbf{AB \parallel \Pi_2}$) способом плоскопараллельного перемещения.

На рис.3 показан пример трансформирования отрезка прямой общего положения **AD** в отрезок прямой уровня (**A*D*** $\parallel$ **Π_2**) способом вращения вокруг проецирующей прямой ($\boldsymbol{i} \perp \Pi_1$).

Координаты точек *A*, *B*, *C*, *D* в миллиметрах по вариантам заданий

Точки	№ варианта	X	Y	Z	№ варианта	X	Y	Z	№ варианта	X	Y	Z	№ варианта	X	Y	Z
A	*1*	**65**	**10**	**20**	*2*	**70**	**0**	**60**	*3*	**70**	**60**	**45**	*4*	**65**	**20**	**0**
B		**10**	**20**	**0**		**45**	**50**	**10**		**40**	**0**	**55**		**40**	**5**	**55**
C		**0**	**60**	**60**		**0**	**20**	**10**		**0**	**45**	**10**		**0**	**50**	**5**
D		**35**	**70**	**5**		**20**	**50**	**55**		**65**	**15**	**0**		**70**	**65**	**55**
A	*5*	**60**	**60**	**10**	*6*	**60**	**65**	**20**	*7*	**65**	**15**	**0**	*8*	**60**	**65**	**30**
B		**45**	**15**	**55**		**45**	**20**	**50**		**40**	**0**	**55**		**45**	**10**	**60**
C		**0**	**5**	**25**		**5**	**10**	**10**		**0**	**40**	**20**		**5**	**10**	**20**
D		**10**	**45**	**55**		**70**	**20**	**10**		**55**	**60**	**50**		**75**	**15**	**10**
A		**75**	**25**	**0**	*10*	**80**	**20**	**10**	*11*	**65**	**20**	**55**	*12*	**75**	**5**	**25**
B		**30**	**5**	**50**		**45**	**0**	**70**		**20**	**5**	**5**		**35**	**55**	**65**
C		**10**	**60**	**20**		**0**	**45**	**20**		**0**	**50**	**25**		**0**	**25**	**0**
D		**60**	**55**	**55**		**10**	**0**	**15**		**60**	**55**	**10**		**65**	**55**	**0**
A	*13*	**80**	**0**	**40**	*14*	**70**	**10**	**20**	*15*	**65**	**20**	**10**	*16*	**70**	**60**	**0**
B		**0**	**20**	**70**		**50**	**45**	**50**		**10**	**0**	**20**		**45**	**10**	**50**
C		**30**	**45**	**0**		**0**	**25**	**10**		**0**	**50**	**60**		**0**	**10**	**20**
D		**70**	**55**	**65**		**60**	**55**	**0**		**35**	**5**	**75**		**20**	**55**	**50**
A	*17*	**70**	**45**	**60**	*18*	**65**	**0**	**20**	*19*	**60**	**10**	**60**	*20*	**60**	**20**	**65**
B		**40**	**55**	**0**		**40**	**55**	**5**		**45**	**55**	**15**		**45**	**50**	**20**
C		**0**	**10**	**45**		**0**	**5**	**50**		**0**	**25**	**5**		**5**	**10**	**10**
D		**65**	**0**	**15**		**70**	**55**	**65**		**10**	**55**	**45**		**70**	**10**	**20**
A	*21*	**65**	**0**	**5**	*22*	**60**	**30**	**65**	*23*	**75**	**20**	**0**	*24*	**80**	**10**	**20**
B		**40**	**55**	**0**		**45**	**60**	**10**		**30**	**50**	**5**		**45**	**70**	**0**
C		**0**	**20**	**40**		**5**	**20**	**10**		**10**	**20**	**60**		**0**	**40**	**45**
D		**55**	**50**	**60**		**75**	**10**	**15**		**60**	**55**	**55**		**10**	**15**	**0**
A	*25*	**65**	**55**	**20**	*26*	**75**	**25**	**5**	*27*	**80**	**40**	**0**	*28*	**85**	**35**	**0**
B		**25**	**5**	**5**		**35**	**65**	**55**		**0**	**70**	**20**		**0**	**60**	**20**
C		**0**	**25**	**50**		**0**	**0**	**25**		**30**	**0**	**45**		**30**	**0**	**50**
D		**60**	**10**	**55**		**65**	**0**	**55**		**70**	**65**	**55**		**60**	**70**	**45**
A	*29*	**70**	**50**	**0**	*30*	**75**	**50**	**0**	*31*	**65**	**15**	**65**	*32*	**70**	**5**	**10**
B		**0**	**60**	**25**		**0**	**65**	**25**		**50**	**60**	**20**		**40**	**60**	**5**
C		**40**	**0**	**45**		**35**	**0**	**45**		**5**	**30**	**10**		**5**	**25**	**45**
D		**60**	**55**	**50**		**75**	**60**	**50**		**15**	**60**	**45**		**55**	**50**	**65**

На рис.4 приведён пример преобразования плоскости треугольника **ABC** из общего положения в <u>проецирующее (**ΔABC⊥ П$_2$**)</u> способом вращения вокруг проецирующей прямой ***i*** (***i*** **⊥ П$_1$**), а на рис. 5 – в <u>плоскость уровня (**ΔABC ‖ П$_1$**)</u> способом плоскопараллельного перемещения.

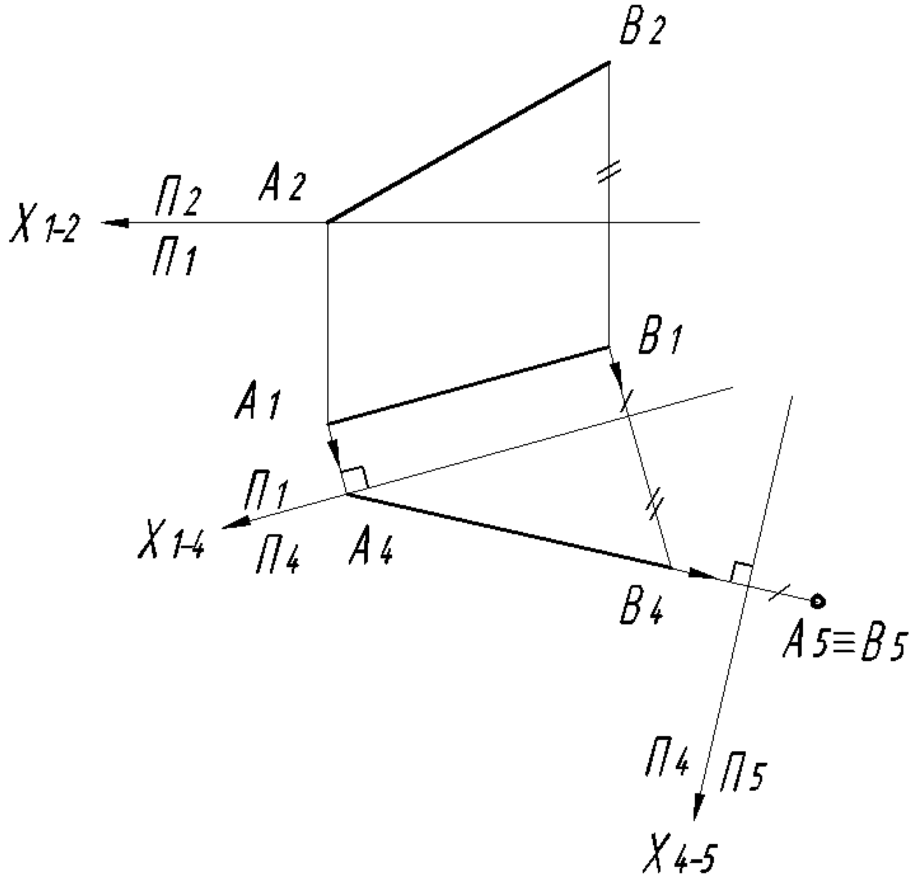


Рис.1

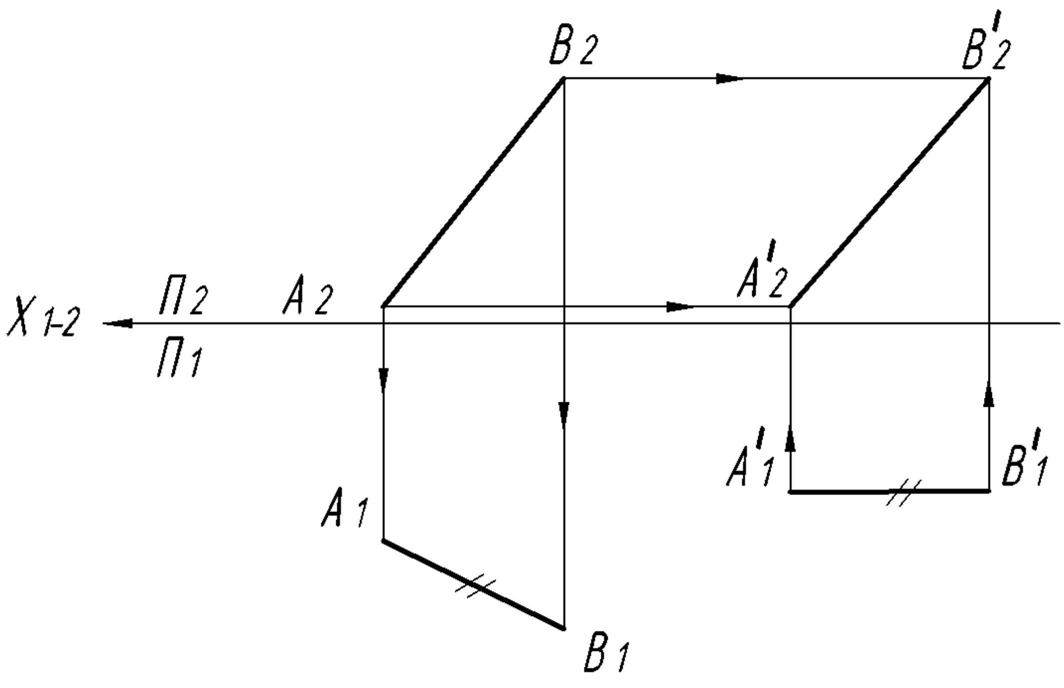
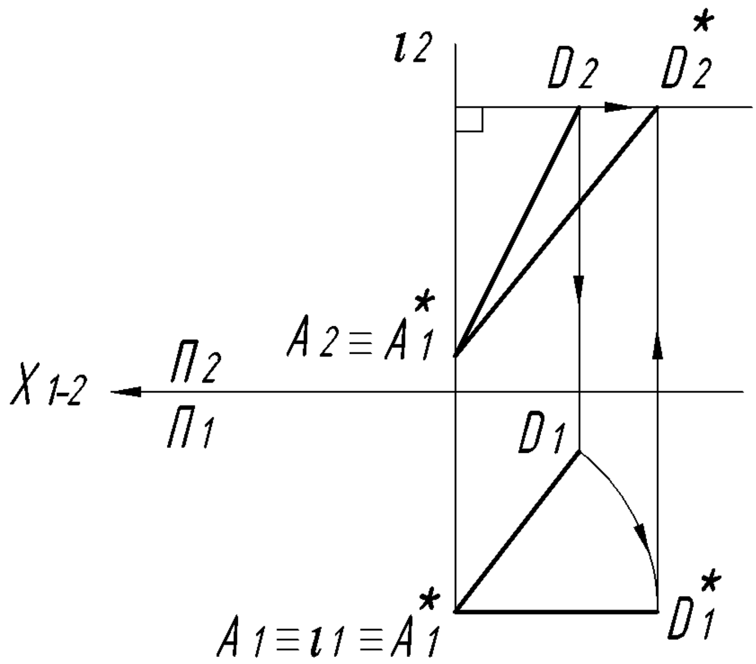
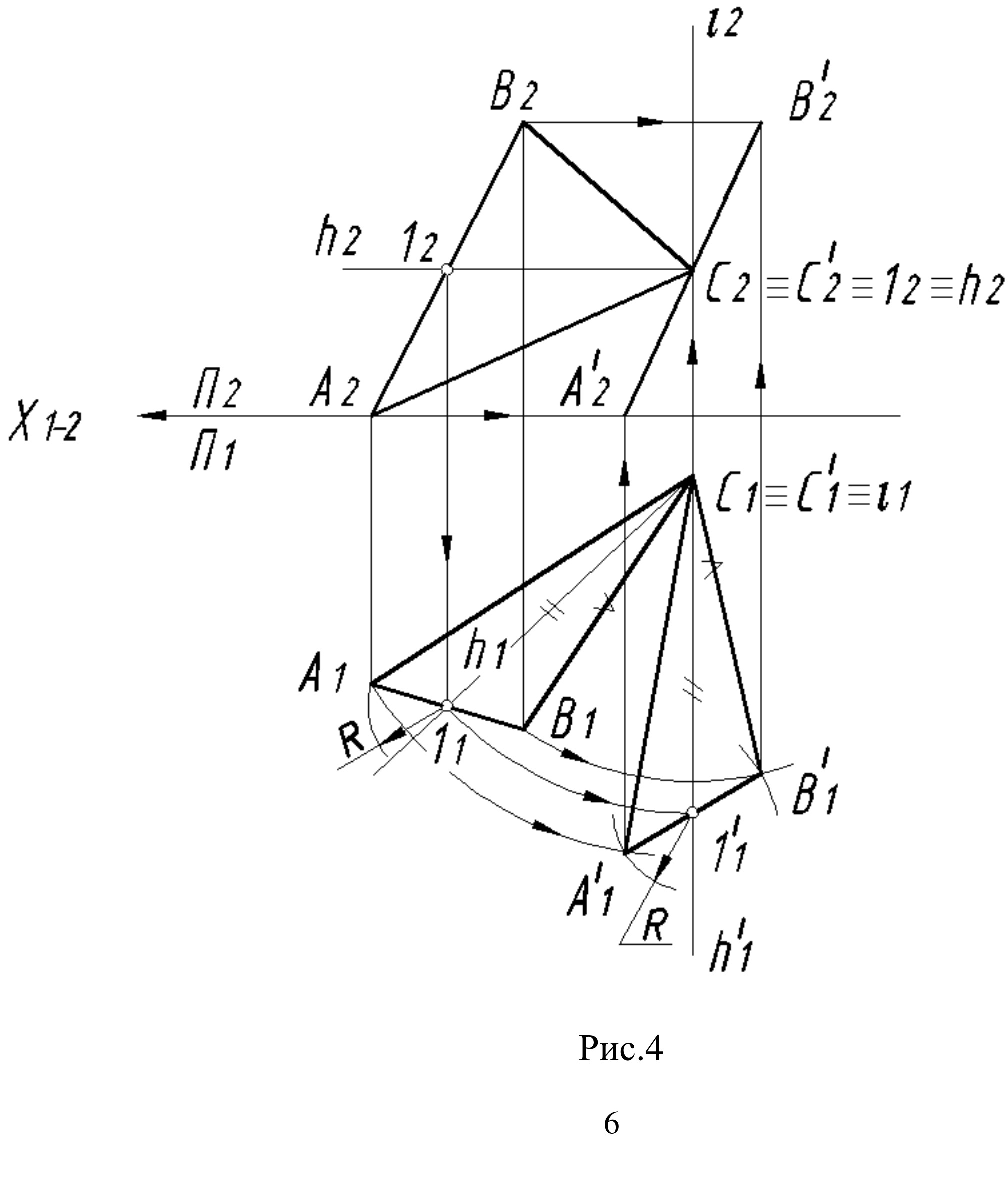


Рис.2



ι2
D2
D2*
A2≡A1*
X1-2
П2
П1
D1
A1≡ι1≡A1*
D1*

Рис.3



ι2
B2
B2'
h2
12
C2≡C2'≡12≡h2
X1-2
П2
A2
A2'
П1
C1≡C1'≡ι1
h1
A1
B1
R
11
B1'
11'
A1'
R
h1'

Рис.4

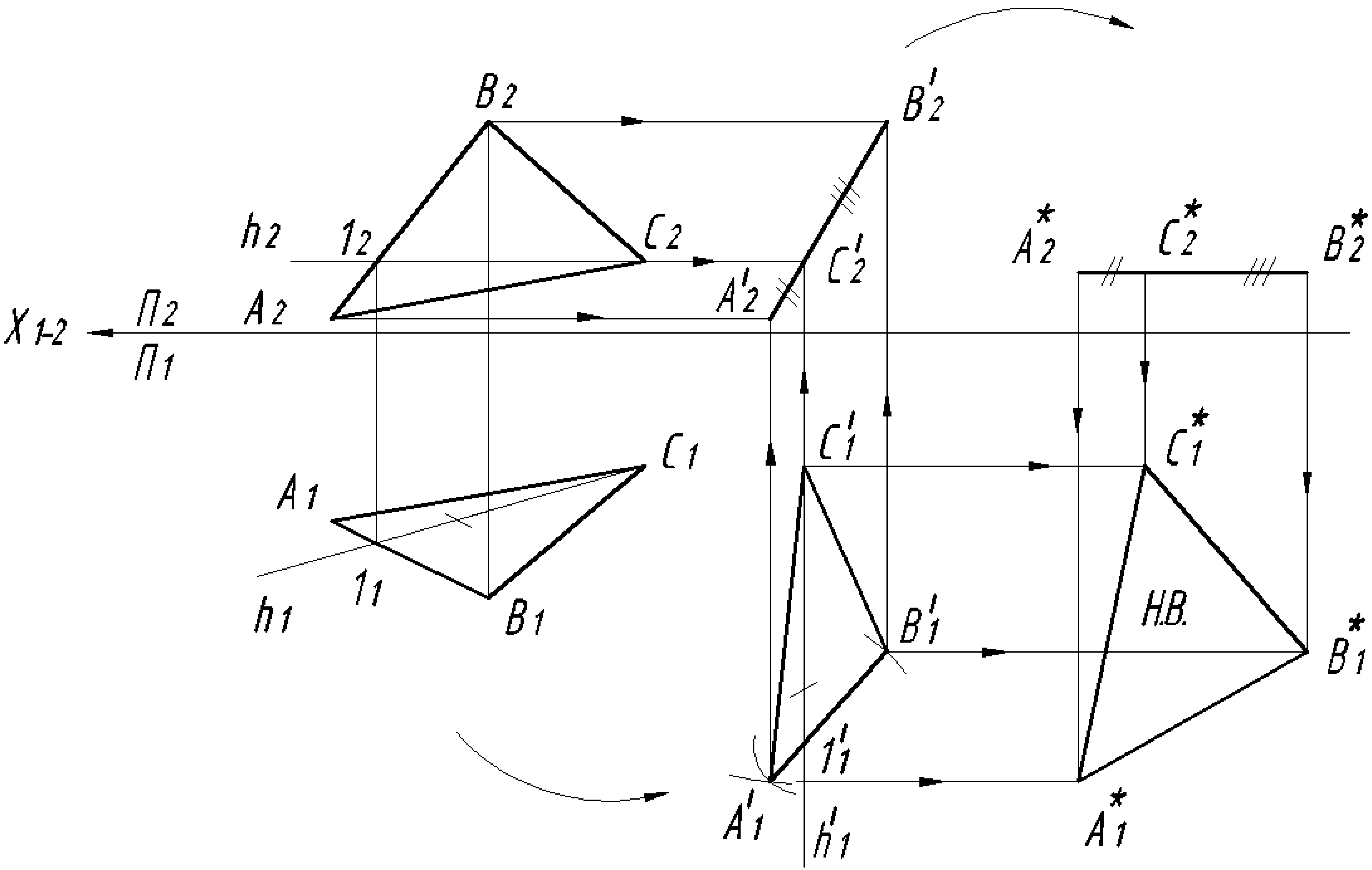

B 2
B'2
h 2
1 2
C 2
C'2
A*2
C*2
B*2
X 1-2
П 2
A 2
A'2
П 1
C'1
C 1
C*1
A 1
1 1
B 1
h 1
B'1
H.B.
B*1
1'1
A'1
h'1
A*1

Рис.5

Задача 1. Определить величину двугранного угла, образованного треугольниками **ΔABC** и **ΔABD** способом замены плоскостей проекций (рис. 6) .

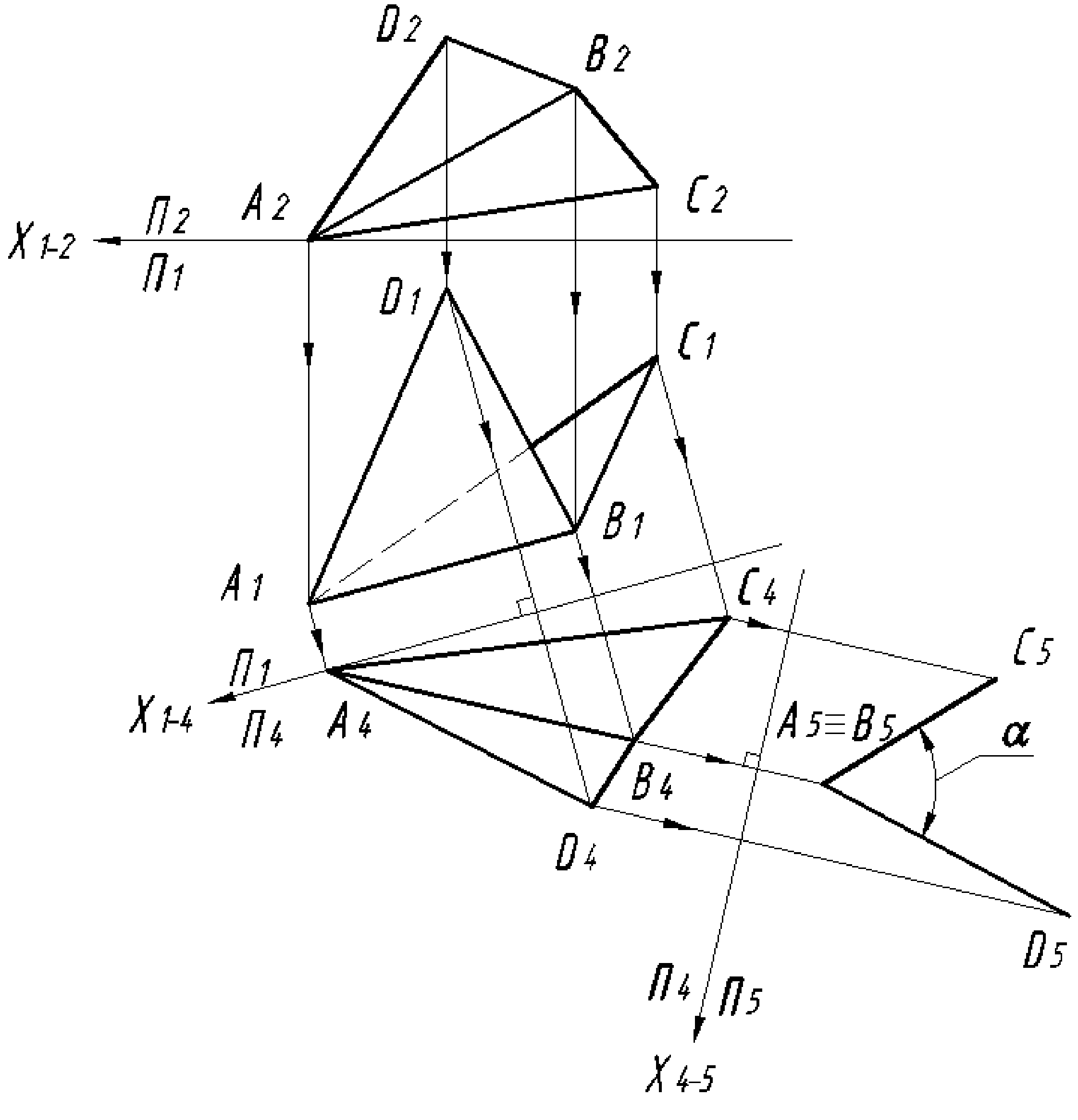


Рис.6

Двугранный угол измеряется линейным углом, если его спроецировать на плоскость, перпендикулярную к ребру **AB** . Необходимо сделать две замены плоскостей проекций. При первой замене переходим от системы $\mathbf{П_2/П_1}$ с осью $\mathbf{X_{1\text{-}2}}$ к системе $\mathbf{П_1/П_4}$ с осью $\mathbf{X_{1\text{-}4}}$. Выберем $\mathbf{П_4}$ ‖ **AB**. Тогда <u>ось</u> <u>$\mathbf{X_{1\text{-}4}}$ параллельна $\mathbf{A_1B_1}$</u> . Находим новые проекции точек $\mathbf{A_4, B_4, C_4, D_4}$. Для этого проведем от проекций $\mathbf{A_1, B_1, C_1, D_1}$ линии связи перпендикулярно к оси $\mathbf{X_{1\text{-}4}}$ и отложим на них от новой оси $\mathbf{X_{1\text{-}4}}$ отрезки, замеренные от заменяемой оси $\mathbf{X_{1\text{-}2}}$ до заменяемых проекций $\mathbf{A_2, B_2, C_2, D_2}$. Соединяем соответствующие построенные проекции точек. Проекция $\mathbf{A_4\ B_4}$ будет характеризовать величину ребра **AB**.

При второй замене переходим от системы **П$_1$/П$_4$** с осью **X$_{1\text{-}4}$** к системе **П$_4$/П$_5$** с осью **X$_{4\text{-}5}$**. Выбираем **П$_5$ ⊥ AB** и **П$_5$ ⊥ П$_4$**; <u>ось X$_{4\text{-}5}$ будет перпендикулярна к **A$_4$B$_4$**</u>. Находим новые проекции точек **A$_5$, B$_5$, C$_5$, D$_5$**. Для этого проведем от проекций **A$_4$, B$_4$, C$_4$, D$_4$** линии связи перпендикулярно к оси **X$_{4\text{-}5}$** и отложим на них от новой оси **X$_{4\text{-}5}$** отрезки, замеренные от заменяемой оси **X$_{1\text{-}4}$** до заменяемых проекций **A$_1$, B$_1$, C$_1$, D$_1$**. Ребро **AB** на **П$_5$** проецируется в точку (**A$_5$≡B$_5$**). Соединяем ее с **D$_5$** и **C$_5$**, получим величину искомого двугранного угла ∠**C$_5$A$_5$D$_5$**=φ.

<u>**Задача 2.**</u> Определить кратчайшее расстояние между двумя скрещивающимися прямыми **AB** и **CD** способом замены плоскостей проекций. Найти проекции этого отрезка (рис.7).

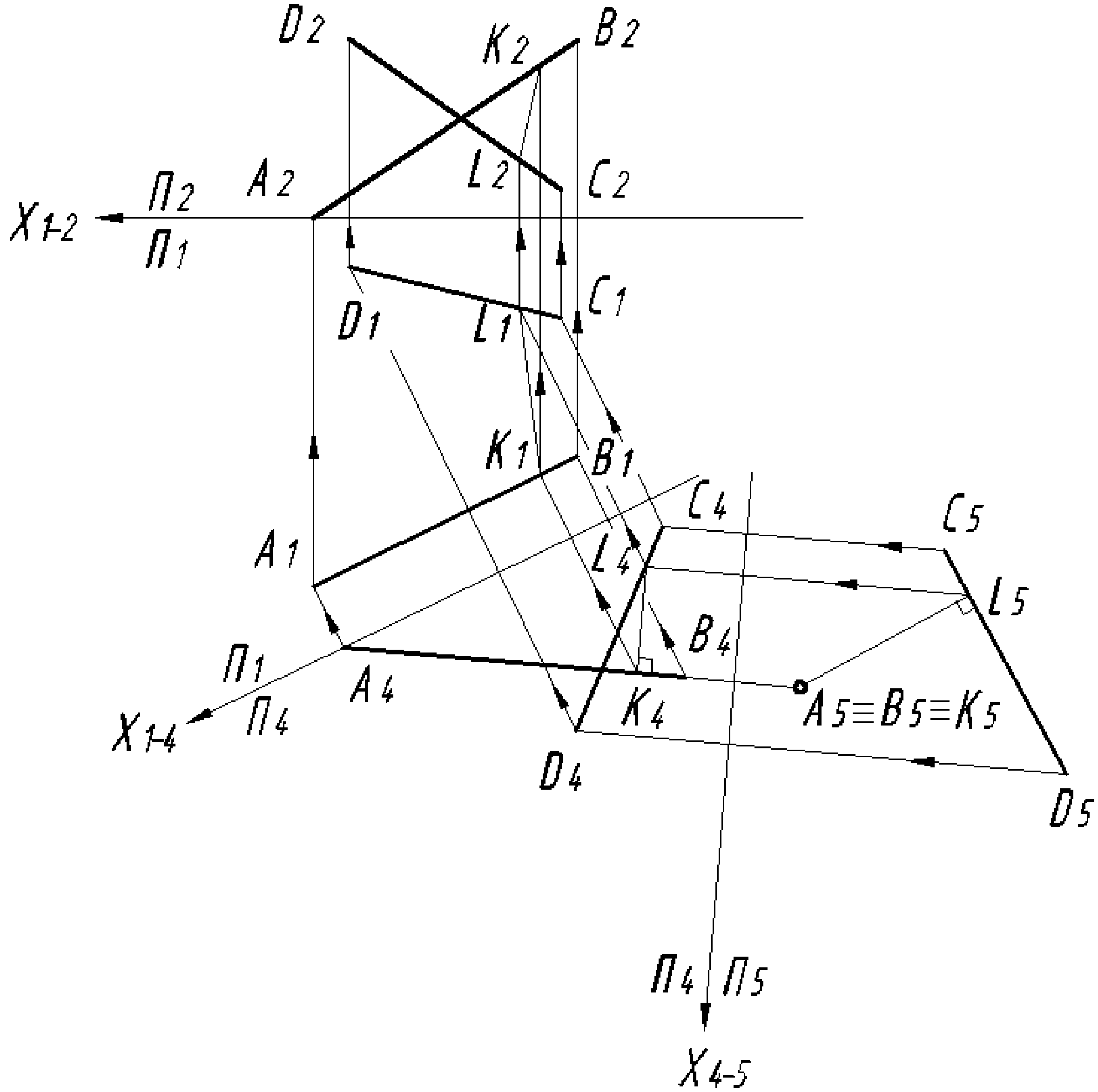


Рис.7

Кратчайшим расстоянием между двумя скрещивающимися прямыми является их общий перпендикуляр. Если одна из прямых будет перпендикулярна к плоскости проекций, то она спроецируется на нее точкой. Перпендикуляр, построенный из этой точки на проекцию второй прямой, будет искомой величиной. Необходимо сделать две замены плоскостей проекций, аналогично тем, что сделали в предыдущей задаче

1. $X_{1\text{-}2}\ \dfrac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow X_{1\text{-}4}\ \dfrac{\Pi_1}{\Pi_4}$; $\mathbf{\Pi_4 \perp \Pi_1}$; $\mathbf{\Pi_4 \parallel AB}$; $\boxed{\mathbf{X_{1\text{-}4} \parallel A_1B_1}}$,

2. $X_{1\text{-}4}\ \dfrac{\Pi_1}{\Pi_4} \rightarrow X_{4\text{-}5}\ \dfrac{\Pi_4}{\Pi_5}$; $\mathbf{\Pi_5 \perp \Pi_4}$; $\mathbf{\Pi_5 \perp AB}$; $\boxed{\mathbf{X_{4\text{-}5} \perp A_4B_4}}$.

При построении новых проекций точек расстояние от заменяемой оси до заменяемой проекции откладывается по линиям связи от новой оси. Из $\mathbf{A_5 \equiv B_5}$ - построим перпендикуляр на $\mathbf{C_5D_5}$. **В**еличина $\mathbf{K_5L_5}$ и есть кратчайшее расстояние между скрещивающимися прямыми **AB** и **CD**. Остальные проекции точек **K** и **L** определяем по линиям связи и принадлежности их соответствующим прямым $\mathbf{K_4 \in C_4D_4}$, $\mathbf{L_4 \in A_4B_4}$ и т.д. ($\mathbf{L_4K_4 \parallel X_{4\text{-}5}}$).

<u>Задача 3.</u> Определить расстояние от точки **D** до плоскости треугольника **ABC** методом вращения вокруг проецирующей прямой. Построить проекции основания перпендикуляра (рис. 8).

Расстояние от точки **D** до плоскости определяется длиной перпендикуляра, восставленного из точки **D** к плоскости треугольника **ABC**. Если плоскость **ΔABC** сделать проецирующей, то этот перпендикуляр спроецируется на соответствующую плоскость проекций без искажения.

Сделаем плоскость треугольника **ABC** фронтально проецирующей, вращая ее вокруг горизонтально проецирующей оси $\boldsymbol{i}$ ($\boldsymbol{i_1}$, $\boldsymbol{i_2}$), проходящей через точку $\mathbf{C(C_1, C_2)}$. В плоскости треугольника **ΔABC** проведем горизонталь $\mathbf{h(h_2, h_1)}$. Повернем ее до положения, перпендикулярного фронтальной плоскости проекций. Проекция центра вращения $\mathbf{O_1}$ совпадает с $\boldsymbol{i_1}$, радиус вращения **R** равен отрезку $\mathbf{|O_1 1_1|}$. Построим проекцию треугольника $\mathbf{\Delta A_1B_1C_1}$, затем повернутую проекцию точки **D** ($\mathbf{D_1}$). Построение проекций $\mathbf{A'_1, B'_1, C'_1, D'_1}$ выполним засечками относительно проекции горизонтали $\mathbf{h'}$. Фронтальные проекции точек $\mathbf{A_2, B_2, C_2, D_2}$ будут перемещаться по горизонтальным линиям. На пересечении их с линиями связи, проведенными из $\mathbf{A'_1, B'_1, C'_1, D'_1}$, получим $\mathbf{A'_2, B'_2, C'_2, D'_2}$.

Соединим проекции $\mathbf{A'_2, B'_2, C'_2}$. Из $\mathbf{D'_2}$ построим перпендикуляр к $\mathbf{\Delta A'_2B'_2C'_2}$. Обозначим проекцию основания перпендикуляра $\mathbf{E'_2}$. Отрезок $\mathbf{|D'_2\ E'_2|}$ - искомое расстояние от точки **D** до плоскости треугольника **ΔABC**. Проекцию $\mathbf{E'_1}$ находим на пересечении линии связи, проведенной из $\mathbf{E'_2}$, с перпендикуляром, построенным из $\mathbf{D'_1}$ к проекции $\mathbf{h'_1}$. Проекции $\mathbf{E_1}$ и $\mathbf{E_2}$ находим обратным вращением.

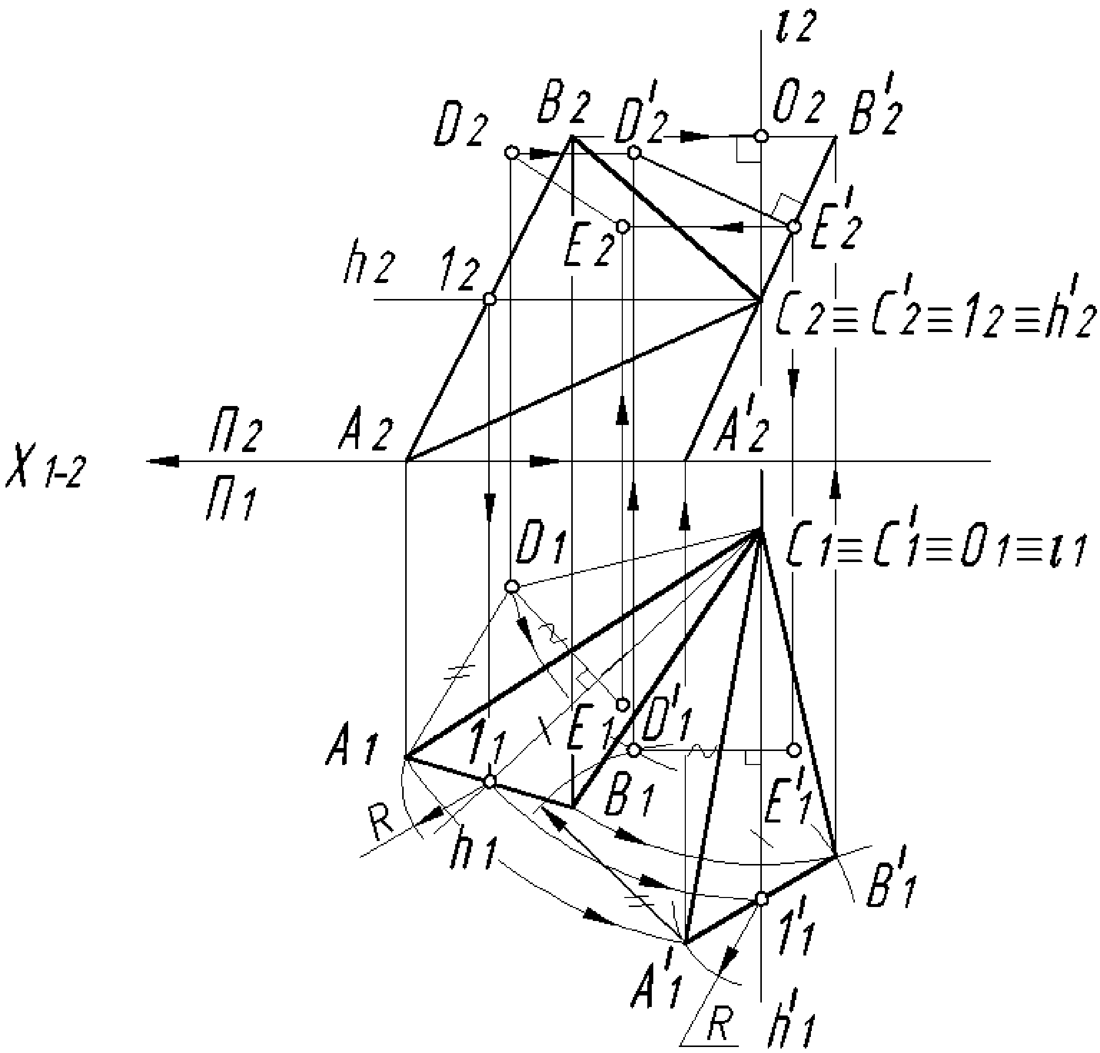


Рис.8

<u>Задача 4.</u> Определить натуральную величину (НВ) треугольника **АВС** методом вращения вокруг линии уровня (рис. 9).

Повернем треугольник **АВС** вокруг горизонтали **h,** которая будет являться осью вращения. Точка **С** останется неподвижной, т.е. $\mathbf{C_1 \equiv C'_1}$.

Рассмотрим вращение точки **В**. Плоскость $\mathbf{\theta(\theta_1)}$ перпендикулярна к оси вращения $(\mathbf{\theta_1 \perp h_1})$. Центр вращения $\mathbf{O(O_1,O_2)}$ определяется на пересечении оси вращения **h** с плоскостью вращения $\mathbf{\theta}$ ($\mathbf{\theta \cap h = O}$). Радиус вращения – $|\mathbf{OB}|$. Величину $|\mathbf{OB}|$ определяем способом прямоугольного треугольника, отложив на перпендикуляре к $\mathbf{B_1O_1}$ отрезок $\mathbf{B^0B_1}$, равный разности высот точек **В** и **О,** т.е. $\Delta \mathbf{Z_{BO}}$. Гипотенуза $\mathbf{B^0O_1}$ будет характеризовать величину $|\mathbf{BO}|$, которую отложим от $\mathbf{O_1}$ на следе плоскости вращения точки **В** $(\mathbf{\theta_1})$. Получим проекцию $\mathbf{B'_1}$ повернутой точки **В**.

Через $\mathbf{A_1}$ проведем след плоскости вращения точки **А** $(\sum_1)$.

Соединим проекцию $\mathbf{B_1}$ повернутой точки **В** с проекцией $\mathbf{1_1}$ неподвижной точки **1** и продолжим эту линию до пересечения с $\sum_1$. Это и будет проекцией $\mathbf{A'_1}$ повернутой точки **A**. Соединив $\mathbf{A'_1, B'_1, C'_1}$, получим величину треугольника **ABC**.

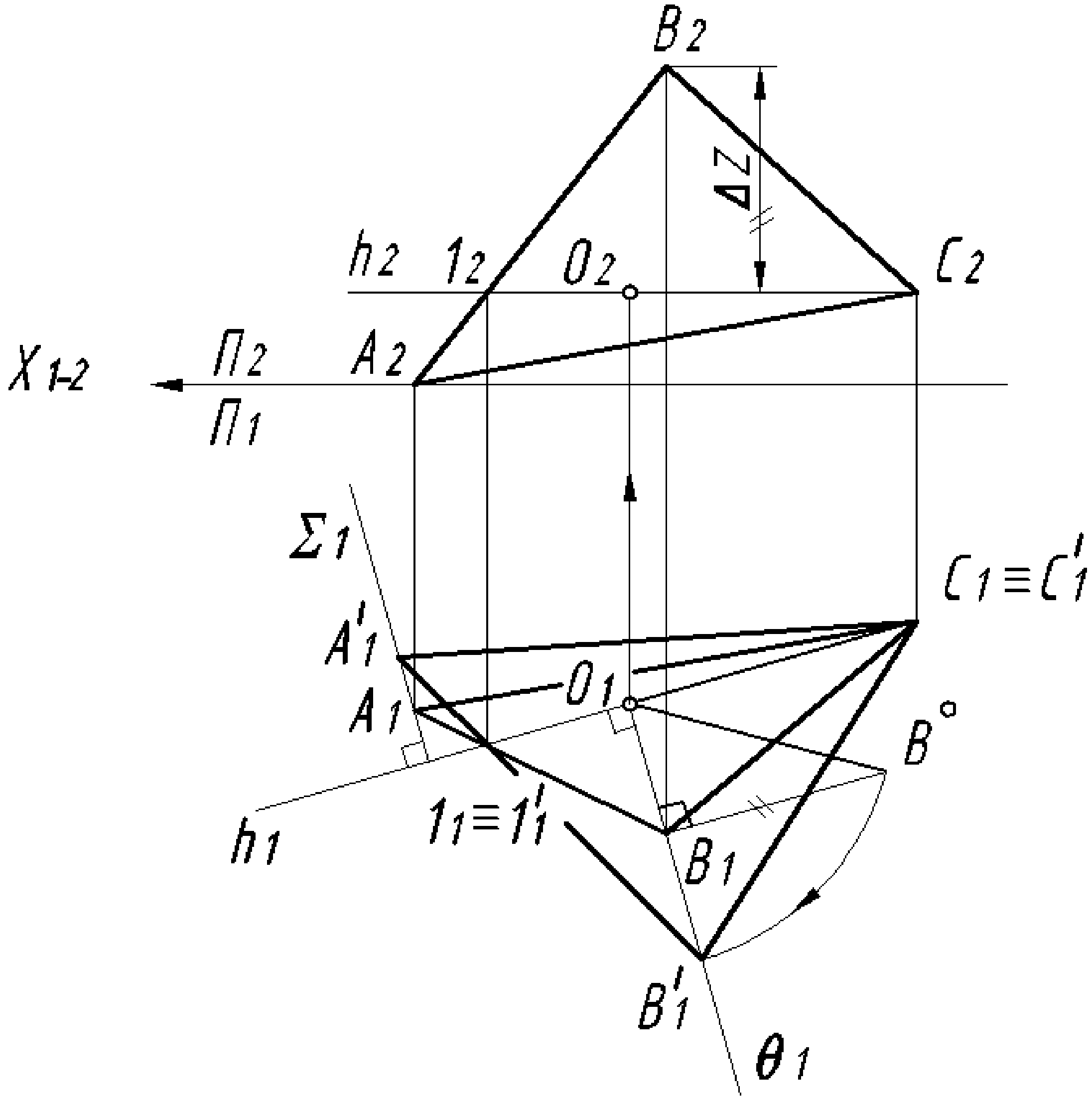
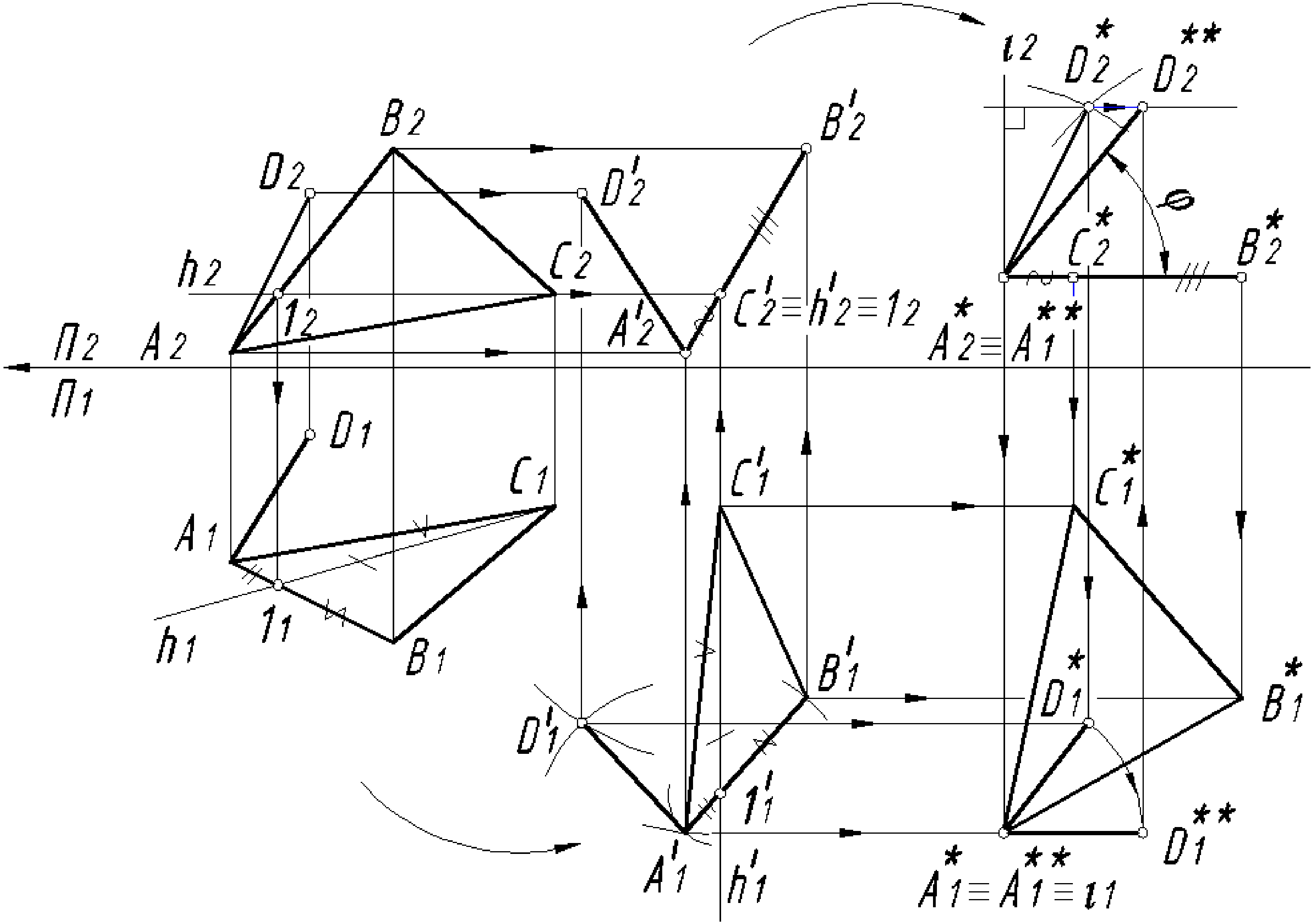


Рис.9

__Задача 5.__ Определить натуральную величину угла между прямой **AD** и плоскостью треугольника **ABC** методом плоскопараллельного перемещения и вращения вокруг проецирующей прямой $\boldsymbol{i}$ (рис.10).

Угол между прямой и плоскостью измеряется углом между самой прямой и ее проекцией на эту плоскость.

Для решения задачи сделаем плоскость треугольника сначала проецирующей, затем плоскостью уровня. Для этого в плоскости $\mathbf{\Delta ABC}$ через точку **C** проведем горизонталь $\mathbf{h(h_2, h_1)}$, разместим ее перпендикулярно фронтальной плоскости проекций $\mathbf{(h' \perp \Pi_2)}$, построим относительно $\mathbf{h'_1}$ (засечками) треугольник $\mathbf{A'_1B'_1C'_1}$, равновеликий $\mathbf{\Delta A_1B_1C_1}$, а затем проекцию $\mathbf{D'_1}$, также двумя засечками. Фронтальные проекции точек $\mathbf{A_2, B_2, C_2}$, перемещаясь по горизонтальным линиям до пересечения с линиями связи,



B_2
D_2
D'_2
B'_2
h_2
C_2
1_2
Π_2
A_2
A'_2
$C'_2 \equiv h'_2 \equiv 1_2$
Π_1
D_1
C_1
A_1
1_1
h_1
B_1
C'_1
B'_1
D'_1
$1'_1$
A'_1
h'_1
ℓ_2
D_2^*
D_2^{**}
φ
C_2^*
B_2^*
$A_2^* \equiv A_1^{**}$
C_1^*
D_1^*
B_1^*
D_1^{**}
$A_1^* \equiv A_1^{**} \equiv \ell_1$

Рис.10

проведенными из **A'_1, B'_1, C'_1,** окажутся на одной прямой. Таким образом, получим фронтальную проекцию проецирующей плоскости (**$A'_2B'_2C'_2$**). Перемещая **D_2** по горизонтальной линии до пересечения с линией связи, проведённой из **D'_1**, получим проекцию **D'_2**, после чего соединим **D'_2** с **A'_2**.

При втором перемещении фронтальная проекция сохраняет вид и величину. Разместим **$\Delta A'_2B'_2C'_2$** параллельно горизонтальной плоскости проекции и обозначим **$A^*_2B^*_2C^*_2$**, затем построим **D^*_2** (засечками). Горизонтальные проекции **A'_1, B'_1, C'_1, D'_1** переместятся в плоскостях, параллельных плоскости **Π_2** , и будут располагаться на линиях связи, проведенных из **A^*_2, B^*_2, C^*_2, D^*_2** . Обозначим и соединим **A^*_1, B^*_1,C^*_1** , а **D^*_1** с **A^*_1** .

Проекция **ΔA^*_1 $B^*_1C^*_1$** есть величина треугольника **ABC**. Повернем **DA** вокруг горизонтально проецирующей оси $\boldsymbol{i}$ ($\boldsymbol{i_1}$,$\boldsymbol{i_2}$), проходящей через точку **A**, до положения, параллельного плоскости **Π_2**. Проекции точки **D** в новом положении обозначим **D^{**}_1** и **D^{**}_2** . Угол φ, т.е. $\angle$ **D^{**}_2 A^{**}_2 B^*_2** , есть искомый угол между прямой **AD** и плоскостью треугольника **ABC**.

Библиографический список

1. Левицкий В.С. Машиностроительное черчение и автоматизация выполнения чертежей: учебник для втузов/ В.С.Левицкий. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2002 – 429 с.
2. Чекмарев А.А. Инженерная графика. 4-е изд., стереотип. / А.А. Чекмарев. – М.: Высшая школа, 2001. – 365 с.
3. Локтев О.О. Краткий курс начертательной геометрии /О.О. Локтев. – 4-е изд., испр. – М.: Высш. школа, 2001. – 136 с.
4. Локтев О.В. Задачник по начертательной геометрии/ О.В.Локтев, П.А.Числов. – 4-е изд. – М.: Высш. школа, 2002. – 104 с.
5. Начертательная геометрия. Эпюры №1, 2, 3: метод. указания и задания/ сост: И.П. Развалова, [и др.]; Казан. гос. технол. ун-т. – Казань, 2009. – 52 с.

ЭПЮР № 2

Составители: *доц. С.Н. Михайлова,*
доц. Р.Н. Хусаинов,
доц. В.В. Сагадеев

Ответственный за выпуск ст. преп. М.Е. Кирягина

Лицензия № 020404 от 6.03.97 г.

Подписано в печать 14.10.2013 Формат 60×84 1/8
Бумага офсетная Печать Riso 1,86 усл. печ. л.
2,0 уч.-изд. л. Тираж 100 экз. Заказ «С» 168

Издательство Казанского национального исследовательского
технологического университета

Офсетная лаборатория Казанского национального
исследовательского технологического университета

420015, Казань, К.Маркса, 68