

Министерство образования и науки России
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Казанский национальный исследовательский
технологический университет»

ЭПЮР № 3

Методические указания

Казань
Издательство КНИТУ
2013

Составители: ст. преп. С.Ф. Дебердеева
доц. Г.Х. Гумерова

Эпюр № 3: методические указания / сост.: С.Ф. Дебердеева, Г.Х. Гумерова; М-во образ. и науки России, Казан. нац. исслед. технол. ун-т. – Казань: Изд-во КНИТУ, 2013. – 36 с.

Приведены методические указания, задания, алгоритм решения задач, требования к оформлению заданий и примеры выполнения.

Предназначены для студентов всех специальностей и всех форм обучения, изучающих дисциплины «Начертательная геометрия», «Инженерная графика», «Начертательная геометрия и инженерная графика», а также бакалавров, обучающихся по всем направлениям инженерной подготовки.

Подготовлены на кафедре инженерной компьютерной графики и автоматизированного проектирования.

Печатается по решению методической комиссии института управления, автоматизации и информационных технологий.

Рецензенты: проф. *А.Н. Николаев*
доц. *А.Г. Мухаметзянова*

ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ И ИХ РАЗВЕРТОК

Цель работы: построение линии пересечения двух поверхностей. Построение развертки одной из них с нанесением точек линии пересечения.

Объём и оформление работы.

Линия пересечения поверхностей и развертка выполняются в двух проекциях в масштабе 1:1 на формате А2 (420x594) в соответствии с номером варианта (приложение 1).

Линией пересечения двух поверхностей является пространственная кривая, строящаяся по отдельным её точкам. Достаточное количество точек на эюре позволяет плавно соединить их с помощью лекала.

Для построения линии пересечения используют вспомогательные секущие поверхности (сферы, цилиндры и др.), а также частный случай поверхности – плоскость.

В эюре № 3 применяются:

1. Способ вспомогательных секущих плоскостей.

Он применяется, если имеется возможность подобрать вспомогательные секущие плоскости, пересекающие заданные поверхности по прямым или циркульным кривым (окружности, дуги).

2. Способ вспомогательных секущих сфер:

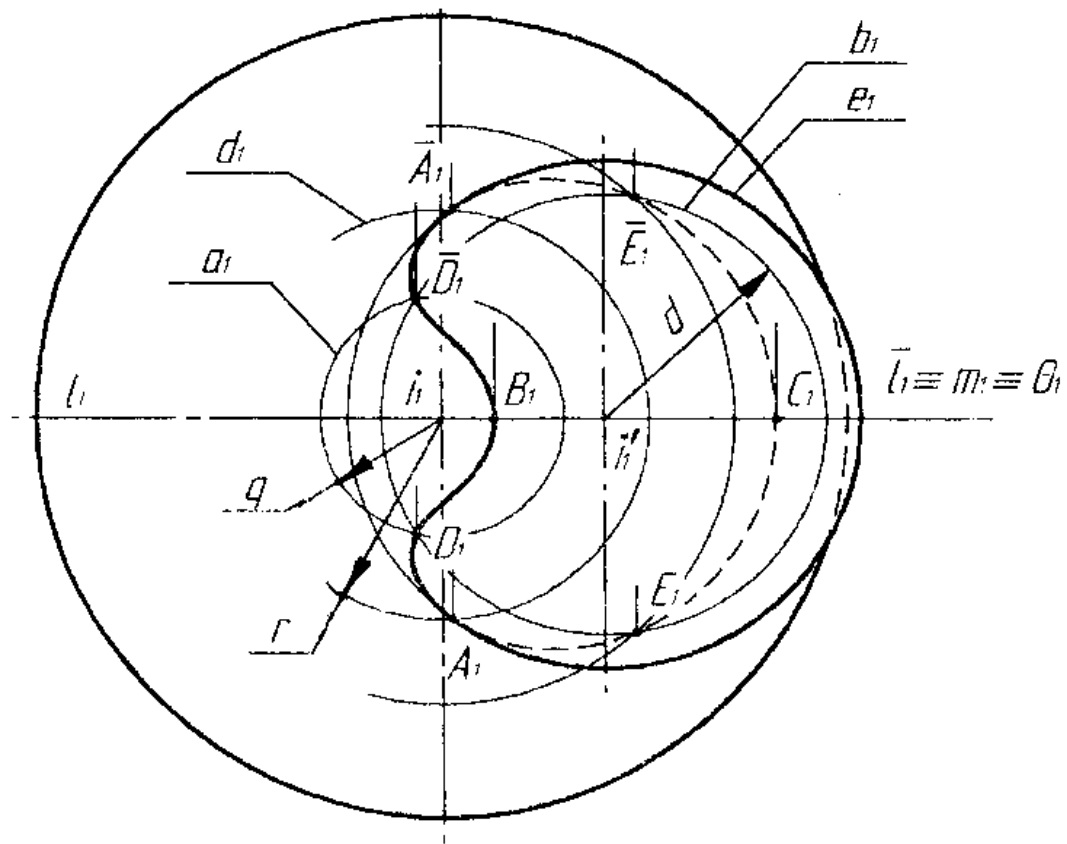
- а) концентрических;
- б) эксцентрических.

Рассмотрим примеры использования этих способов.

Пример 1. Построить линию пересечения кругового конуса $\Phi(l, i)$ со сферой $\Phi'(m, i')$ (рис. 1).

В данном примере в качестве вспомогательных секущих плоскостей выбираем горизонтальные плоскости уровня, пересекающие и конус, и сферу по окружностям.

1. Определим опорные точки.
 - а) Экстремальные точки.



4

Для определения экстремальных точек используем общую для обеих поверхностей плоскость симметрии $\Theta(\Theta_1)$, параллельную плоскости проекций π_2 . Она пересекает конус по очерковым образующим l и $\bar{l}$, а сферу – по главному фронтальному меридиану m . В пересечении фронтальных проекций этих линий определяем проекции точек В и С (B_2 и C_2). Горизонтальные проекции B_1 и C_1 находим по линиям связи на следовой проекции Θ_1 .

$$\theta \cap \Phi = l \quad \theta \cap \Phi = m; \quad l \cap m = B, C.$$

б) Точки видимости.

Для определения точек видимости проведем вспомогательную секущую плоскость $\Sigma (\Sigma_2) \parallel \pi_1$ через экватор сферы.

$$\Sigma \cap \Phi = a; \quad \Sigma \cap \Phi = e; \quad d \cap e = A, \bar{A}.$$

2. Определим промежуточные точки.

Точки D и $\bar{D}$ найдем с помощью вспомогательной секущей плоскости

$\Gamma (\Gamma_2) \parallel \pi_1$. Алгоритм их нахождения следующий:

$\Phi \cap \Gamma = a$; a – окружность радиуса q ;

$\Phi \cap \Gamma = b$; b – окружность радиуса d ;

$a \cap b = D, \bar{D}$.

Для определения точек E и $\bar{E}$ используем плоскость $\Delta (\Delta_2) \parallel \pi_1$.

Поступая аналогичным образом, можем найти достаточное количество точек. Соединим найденные точки с помощью лекала.

На горизонтальной проекции участок кривой $A_1 D_1 B_1 \bar{D}_1 \bar{A}_1$ будет видимым, а $\bar{A}_1 \bar{E}_1 C_1 E_1 A_1$ – невидимым.

Пример 2. Построить линию пересечения конуса вращения $\Phi(l, i)$ с цилиндром вращения $\Phi(l', i')$, оси которых параллельны плоскости проекций π_2 и пересекаются в точке O (рис. 2).

Для построения точек линии пересечения данных поверхностей используем способ вспомогательных секущих концентрических сфер, т.к. выполняются необходимые для этого условия:

1. Обе поверхности являются поверхностями вращения.
2. Оси поверхностей параллельны одной из плоскостей проекций.
3. Оси поверхностей пересекаются.

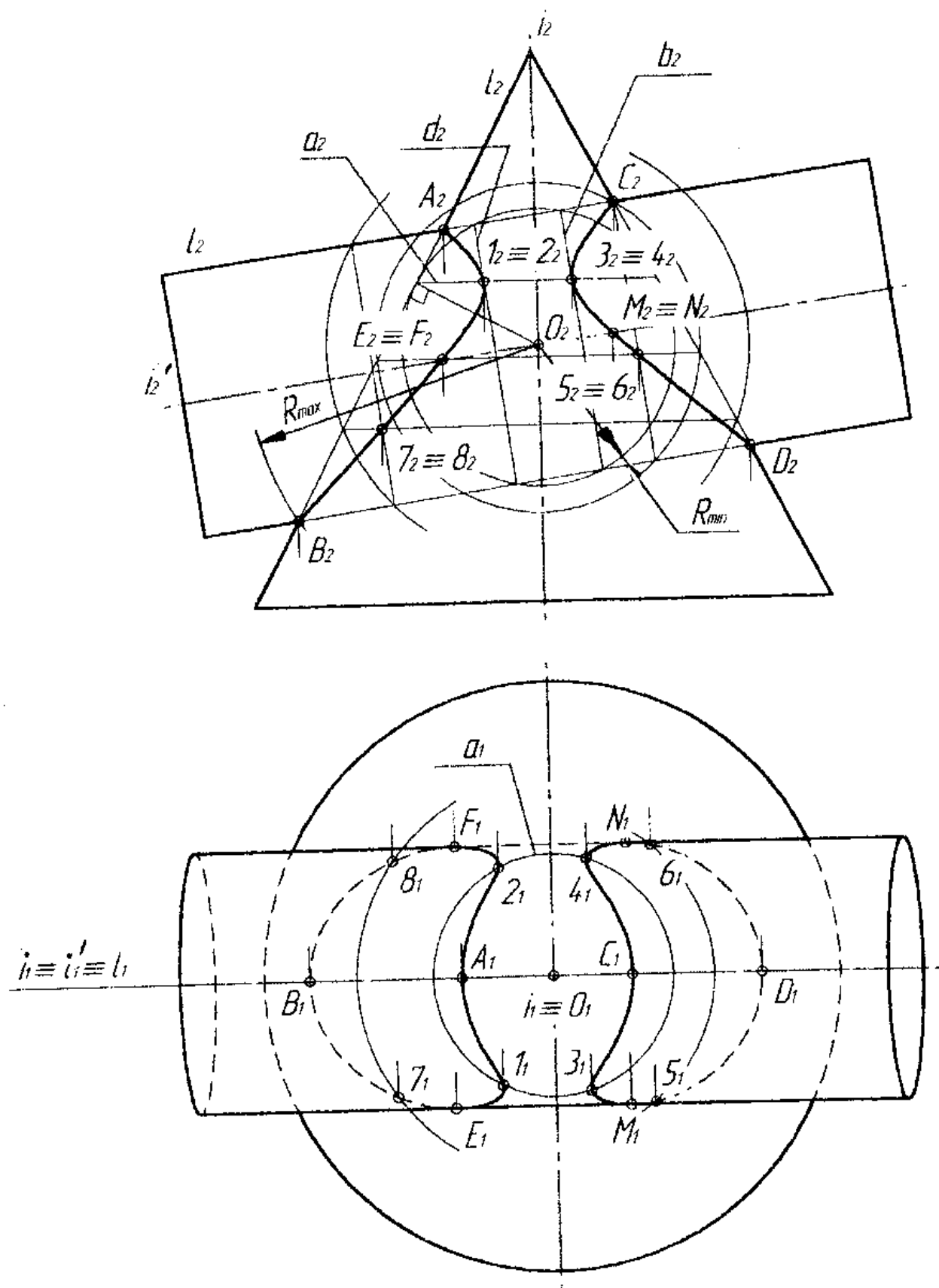


Рис. 2

Центром вспомогательных секущих сфер является точка пересечения осей поверхностей. Найдем опорные точки.

а) Экстремальные точки.

Решение задачи надо начинать с определения радиусов максимальной и минимальной секущих сфер – посредников.

Для определения радиуса максимальной сферы R_{max} отметим точки пересечения очерковых образующих цилиндра и конуса, лежащих в плоскости симметрии обеих поверхностей.

Фронтальные проекции этих точек обозначим A_2, B_2, C_2, D_2 . Горизонтальные проекции A_1, B_1, C_1, D_1 определим по линиям связи. Радиус R_{max} равен расстоянию от точки O до самой удаленной точки пересечения очерковых образующих; в нашем случае - до точки B . $R_{max} = O_2B_2$.

Радиус наименьшей сферы - посредника R_{min} равен радиусу сферы, касательной к одной из поверхностей, и пересекающей другую. В данном случае сфера минимального радиуса касается поверхности конуса по окружности a и пересекает поверхность цилиндра по окружностям b и d . Фронтальные проекции этих окружностей изобразятся отрезками прямых a_2, b_2, d_2 . На пересечении a_2 с b_2 и d_2 получим проекции точек $1_2, 2_2, 3_2, 4_2$ принадлежащие обеим поверхностям, следовательно, линии пересечения поверхностей - $a \cap d = 1,2; a \cap d = 3,4$. Горизонтальные проекции точек лежат на горизонтальной проекции окружности $a - a_1$.

Промежуточные точки 5, 6, 7, 8 получим с помощью сфер - посредников радиуса, большего R_{min} и меньшего R_{max} . Соединим последовательно фронтальные проекции точек линии пересечения.

Отметим на полученных кривых фронтальные проекции точек E_2, F_2, M_2, N_2 . Горизонтальные проекции этих точек E_1, F_1, M_1, N_1 , лежащие на горизонтальном очерке цилиндра, являются точками видимости для горизонтальной проекции линии пересечения поверхностей.

Для получения плавной кривой надо взять достаточное количество точек линии пересечения и соединить их с помощью лекала.

Пример 3. Построить линию пересечения тора $\Phi (m, i)$ с конической поверхностью вращения $\Phi' (l, i')$. Поверхности имеют общую фронтальную плоскость симметрии $\Sigma (\Sigma_1)$ (рис. 3).

Для построения точек линии пересечения данных поверхностей используем способ вспомогательных секущих эксцентрических сфер, так как имеем необходимые для этого способа условия:

1. Одна из пересекающихся поверхностей (Φ') есть поверхность вращения, а вторая поверхность (Φ) несет на себе круговые сечения.
2. Пересекающиеся поверхности имеют общую плоскость симметрии $\Sigma (\Sigma_1)$.

Сущность способа состоит в применении сфер - посредников, имеющих различные центры.

Опорные точки $A (A_1, A_2)$ и $B (B_1, B_2)$ находятся на пересечении проекций очерковых линий поверхностей, лежащих в плоскости симметрии $\Sigma (\Sigma_1)$.

Для построения промежуточных точек проведем через ось i плоскость $\Delta (\Delta_2)$, которая пересечет тор по окружности - меридиану $a (a_2)$, фронтальная проекция которого изобразится отрезком $S_2 P_2$.

Центр сферы, пересекающей тор по окружности $a (a_2)$, лежит на перпендикуляре $q(q_2)$ к плоскости $\Delta (\Delta_2)$, восстановленном из центра $K (K_2)$ к окружности $a (a_2)$.

Если взять центр $O (O_2)$ секущей сферы - посредника на пересечении перпендикуляра $q (q_2)$ и оси конуса $i' (i'_2)$, то сфера - посредник Θ пересечет поверхность конуса по окружности b , фронтальная проекция которой изобразится отрезком $N_2 L_2$. Точки пересечения окружностей $a (a_2)$ и $b (b_2)$ будут искомыми точками $C (C_2)$ и $D (D_2)$, принадлежащими линии пересечения.

Для построения проекций точек C_1 и D_1 , воспользуемся окружностью b , лежащей на поверхности конуса.

Выполним аналогичные построения для дополнительных точек линии пересечения поверхностей, и при достаточном количестве соединим их с помощью лекала.

РАЗВЕРТКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Если представить себе поверхность как гибкую, но нерастяжимую пленку, то поверхности можно деформировать и совместить с плоскостью так, что при этом на поверхности не возникает ни трещин, ни складок. Такие поверхности называются развертывающимися, а фигура, полученная от совмещения поверхности с плоскостью - разверткой. К числу развертывающихся поверхностей относятся линейчатые поверхности трех типов: цилиндрические, конические, торсы.

Все остальные поверхности не развертываются на плоскость, поэтому при необходимости построение разверток этих поверхностей приближенно заменяют развертывающимися поверхностями.

Развертки таких поверхностей носят название условных разверток.

Рассмотрим основные графические способы построения разверток поверхностей.

Пример 1. Построить развертку цилиндра способом нормального сечения (рис. 4).

Для построения развертки заменяем цилиндрическую поверхность вписанной в нее призматической поверхностью. Так как поверхность имеет плоскость симметрии $\Sigma (\Sigma_1)$, строим только половину развертки.

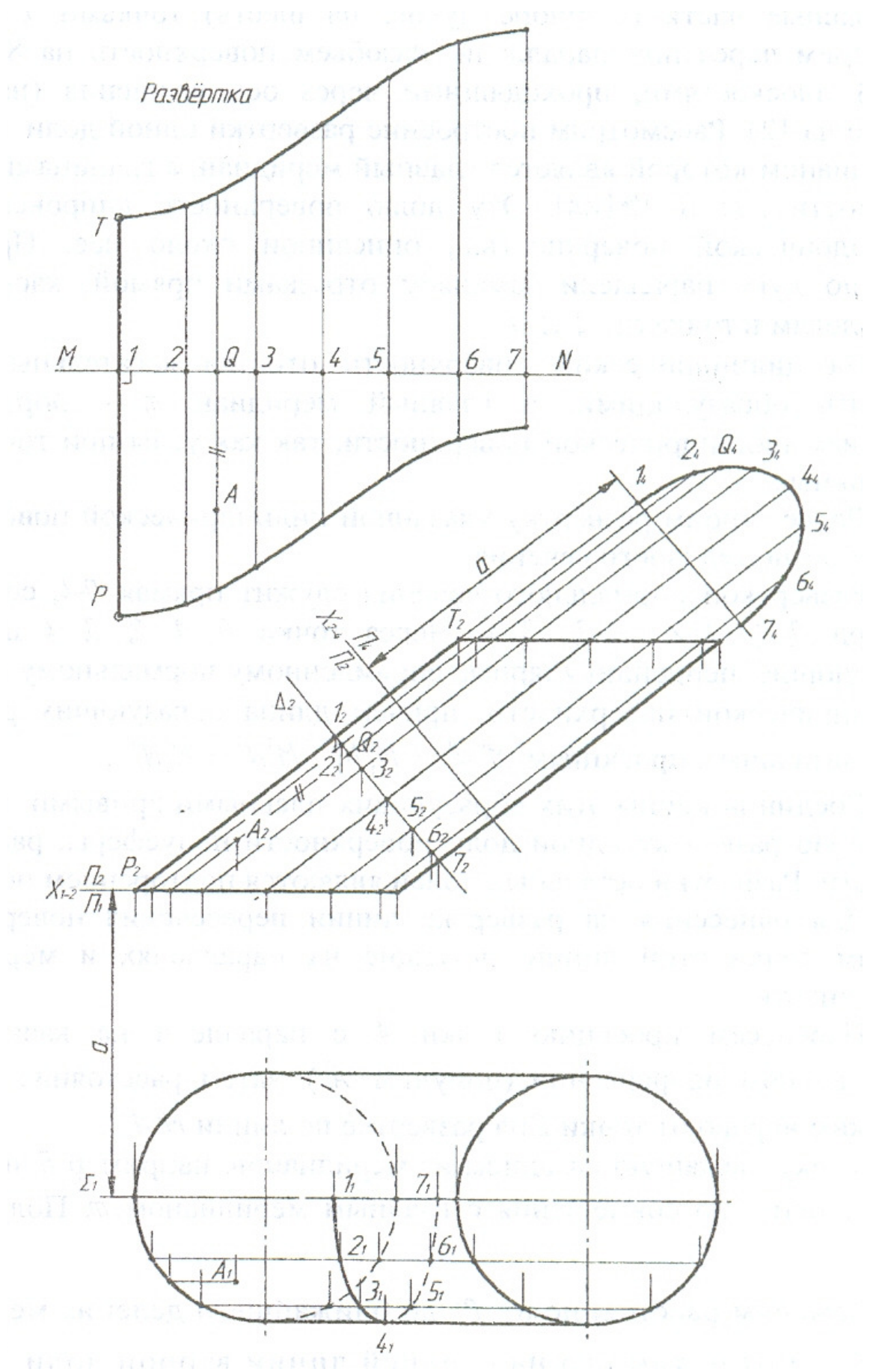


Рис. 4

Строим нормальное сечение цилиндрической поверхности плоскостью $\Delta (\Delta_2)$, перпендикулярной образующим цилиндра.

Плоскость Δ фронтально-проецирующая, поэтому фронтальная проекция сечения I_2-7_2 совпадает со следом проекцией плоскости $\Delta (\Delta_2)$. Горизонтальные проекции точек сечения I_1-7_1 определяются на проекциях соответствующих образующих цилиндра.

Натуральную величину сечения находим методом замены плоскостей проекций. Заменяем плоскость проекций π_1 на π_4 :

$$\frac{\pi_2}{\pi_1} \rightarrow \frac{\pi_2}{\pi_4}; \quad \pi_4 \parallel \Delta (\Delta_2).$$

Заменяем дуги I_4-2_4 , 2_4-3_4 хордами, которые строим последовательно (от точки M на MN). Проводим через точки 1 , 2 , $3...$ прямые, перпендикулярные к MN . Отрезки образующей $TM = T_2I_2$ и $MP = I_2P_2$ откладываем на развертке.

Для построения точки A , принадлежащей поверхности цилиндра, проведем через нее дополнительную образующую. Отметим точку ее пересечения с нормальной плоскостью $\Delta (\Delta_2) - Q (Q_1Q_2)$.

Найдем точку Q на развертке, проведем через нее образующую и отложим отрезок $QA = Q_2A_2$ вниз от развертки нормального сечения.

Пример 2. Построить развертку полусферы способом цилиндров (рис. 5).

Построим условную развертку неразвертывающейся поверхности вращения.

Разделим фронтальную проекцию главного меридиана m_2 на 4 равные части (в эюре лучше на шесть) точками 1 , 2 , 3 , 4 . Проведем через них параллели. Разобьем поверхность на 8 равных долей плоскостями, проходящими через ось вращения (на эюре лучше на 12). Рассмотрим построение развертки одной доли, средним меридианом которой является главный меридиан, а границами служат плоскости $I (I_1)$ и $VIII (VIII_1)$. Эту долю поверхности аппроксимируем цилиндрической поверхностью, описанной около нее. При этом каждую дугу параллели заменяем отрезками прямой, касательной параллелям в точках $0, 1, 2, 3$.

На цилиндрической поверхности отрезки касательных будут служить образующими, а главный меридиан m - нормальным сечением цилиндрической поверхности, так как углы при точках $0, 1, 2, 3$, прямые.

Далее строим развертку указанной цилиндрической поверхности способом нормального сечения.

Разверткой нормального сечения служит прямая $0-4$ состоящая из хорд 0_2-1_2 , 1_2-2_2 , 2_2-3_2 , 3_2-4_2 . Через точки 0 , 1 , 2 , 3 , 4 проведем образующие, перпендикулярные спрямленному нормальному сечению цилиндрической поверхности, причем длина образующих равна их горизонтальным проекциям $M^0 N^0 = M_1^0 N_1^0$, $M^1 N^1 = M_1^1 N_1^1$. Соединив концы этих образующих плавными кривыми,

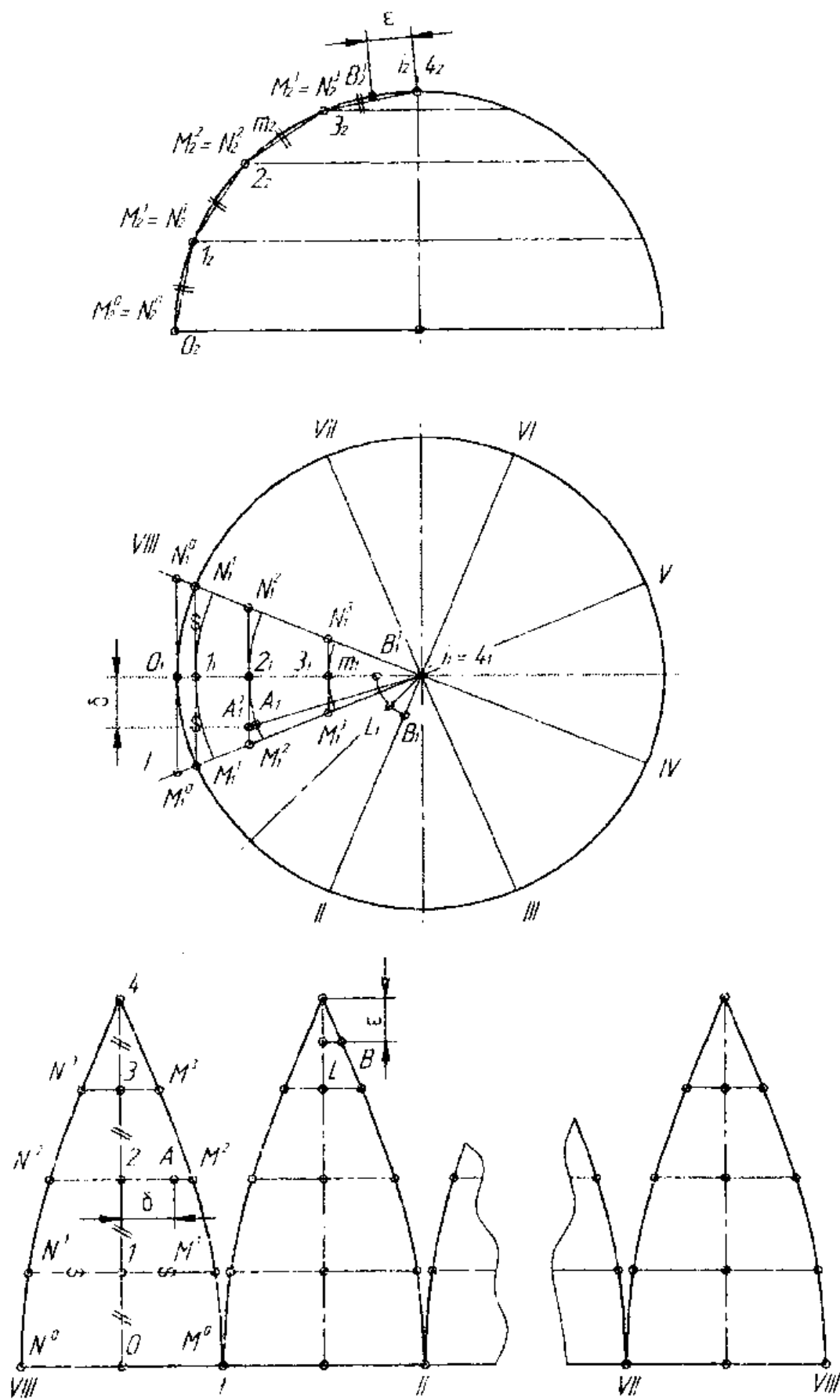


Рис. 5
12

получим условную развертку одной доли поверхности полусферы, равной 1/8 ее части. Развертки остальных долей являются аналогами первой.

Для нанесения на развертке линии пересечения поверхностей строим точки этой линии, лежащие на параллелях и меридианах поверхности.

Перенесем проекцию точки A_1 с параллели на касательную в радиальном направлении (получим A_1^1); затем расстояние $\delta = A_1^1 2_1$, отложим вправо от точки 2 на развертке по линии $M^2 N^2$.

Точку, лежащую на одном из меридианов, например B , повернем вокруг оси i до совмещения с главным меридианом m . Получим B_1^1 и B_2^1 .

Замерим расстояние от B_2^1 до ближайшего деления меридиана $\varepsilon = B_2^1 4_2$ и отложим его на средней линии второй доли. Через полученную точку l проведем прямую до пересечения с правым крайним меридианом второй доли.

Если точка не лежит на параллели поверхности, то через нее проведем дополнительную параллель, и далее строим аналогично точке B .

Пример 3. Построить развертку боковой поверхности эллиптического конуса способом триангуляции (рис. 6).

Сущность способа заключается в том, что кривая линейчатая поверхность заменяется вписанной многогранной поверхностью с треугольными гранями. Построение развертки приводит к многократному построению натурального вида треугольников.

Разобьем окружность основания на 8 равных частей (на эюре лучше на 12) и впишем в коническую поверхность восьмиугольную пирамиду. Боковыми ребрами которой являются образующие конуса $S1 S2 S3$.

Натуральные величины образующих находим способом прямоугольного треугольника, используя прямой угол при проекции точки M_2 . Один катет для всех треугольников постоянный, равный отрезку $S_2 M_2$. Он представляет собой разность координат Z концов образующих конуса. Вторым катетом будет величина горизонтальных проекций образующих, которая откладывается циркулем от точки M_2 ; по оси X . Гипотенуза полученных треугольников будет является натуральной величиной образующих конуса $S_2 1_2, S_2 2_2 \dots$

По найденным натуральным величинам образующих и хордам основания $1_1 2_1, 2_1 3_1 \dots$ строим последовательно натуральные величины треугольников $S23, S34, \dots$ Построение выполняем по трем сторонам с помощью циркуля. Полученные точки 2, 3, 4., 5, ... соединяем плавной кривой.

Для нанесения на развертку линии пересечения поверхностей строим на развертке отдельные ее точки A, B, C, D , принадлежащие образующим конуса. Для этого определим натуральные величины расстояний от вершины конуса до этих точек, т.е. расстояние $S_2 A^*, S_2 B^* \dots$, и отложим их от точки S на соответствующих образующих. Точки A, B, C, D соединим плавной кривой.

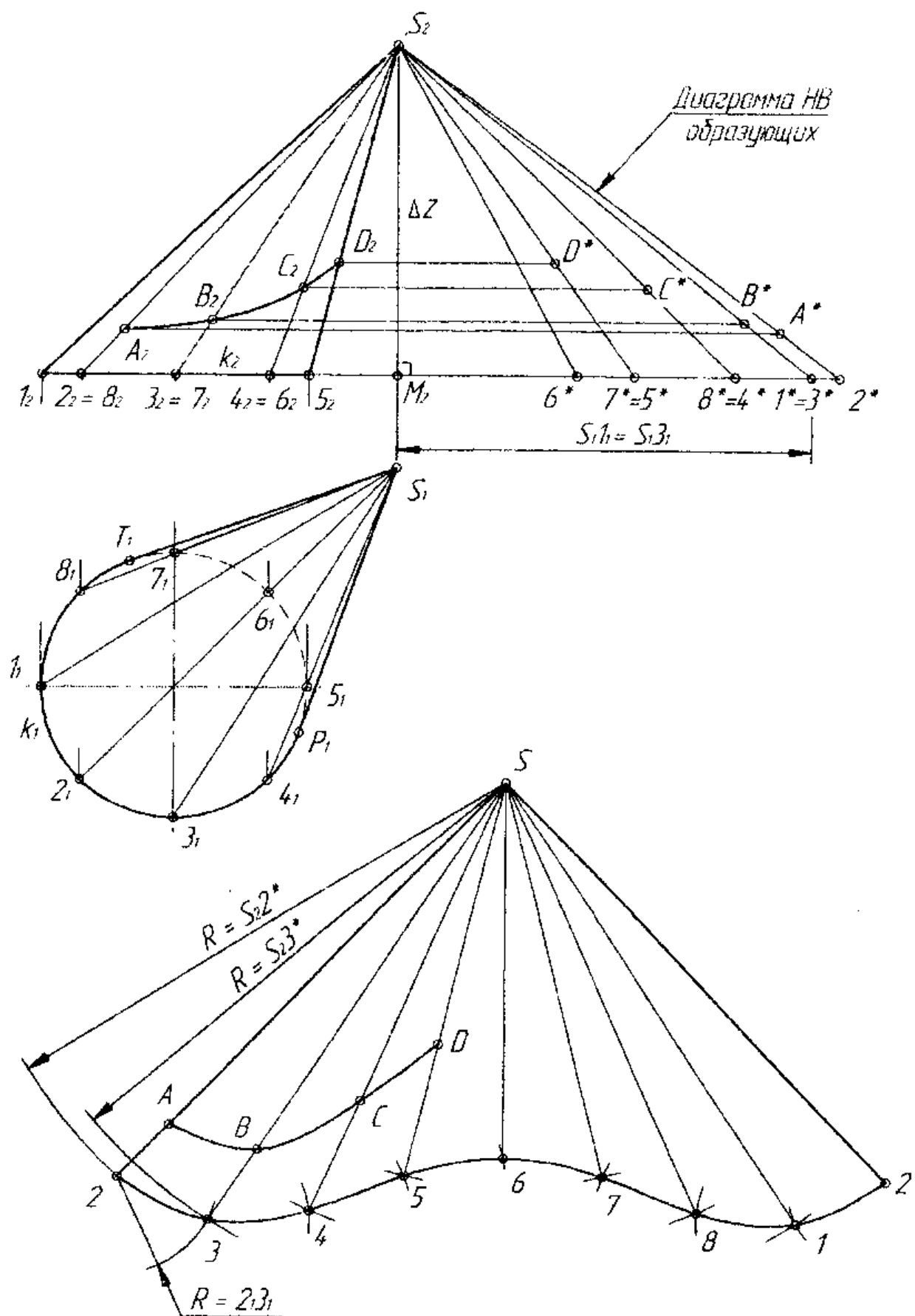


Рис. 6

Пример 4. Построить развертку гиперболического параболоида $\Phi(a, b, \pi_1)$ (рис. 7).

Прямые a и b являются направляющими параболоида. При образовании поверхности образующая l движется по этим направляющим, оставаясь параллельной плоскости π_1 , т. е. образующая в любом своем положении является горизонталью, следовательно, горизонтальная проекция ее равна натуральной величине образующей $l=l_1=1_1 2_1$, $l=l_1=3_1 4_1$ и т. д.

Для построения развертки разобьем поверхность на треугольники путем проведения диагоналей 1-4, 3-6, ... в каждом четырехугольнике 1-2-4-3, 3-4-6-5, ... Вышеуказанные элементы поверхности параболоида заменим плоскими треугольниками.

Построение развертки сводится к последовательному построению натуральных величин треугольников 1-2-1., 1-1.-3, 3-4-6, ... Причем натуральные величины сторон, являющихся образующими поверхности, определяются на диаграмме натуральных величин диагоналей и отрезков направляющих.

Рекомендуется на фронтальной проекции образующие поверхности l строить на равном расстоянии, тогда отрезки направляющих 1-3, 3-5, 5-7 ... , как и отрезки 2-4, 4-6, 6-8, ... будут равны между собой; поэтому на диаграмме натуральных величин определяем натуральные величины только двух отрезков направляющих 1-3 и 2-4.

Линию пересечения на развертке строим по отдельным ее точкам, Точки берем на образующих поверхности.

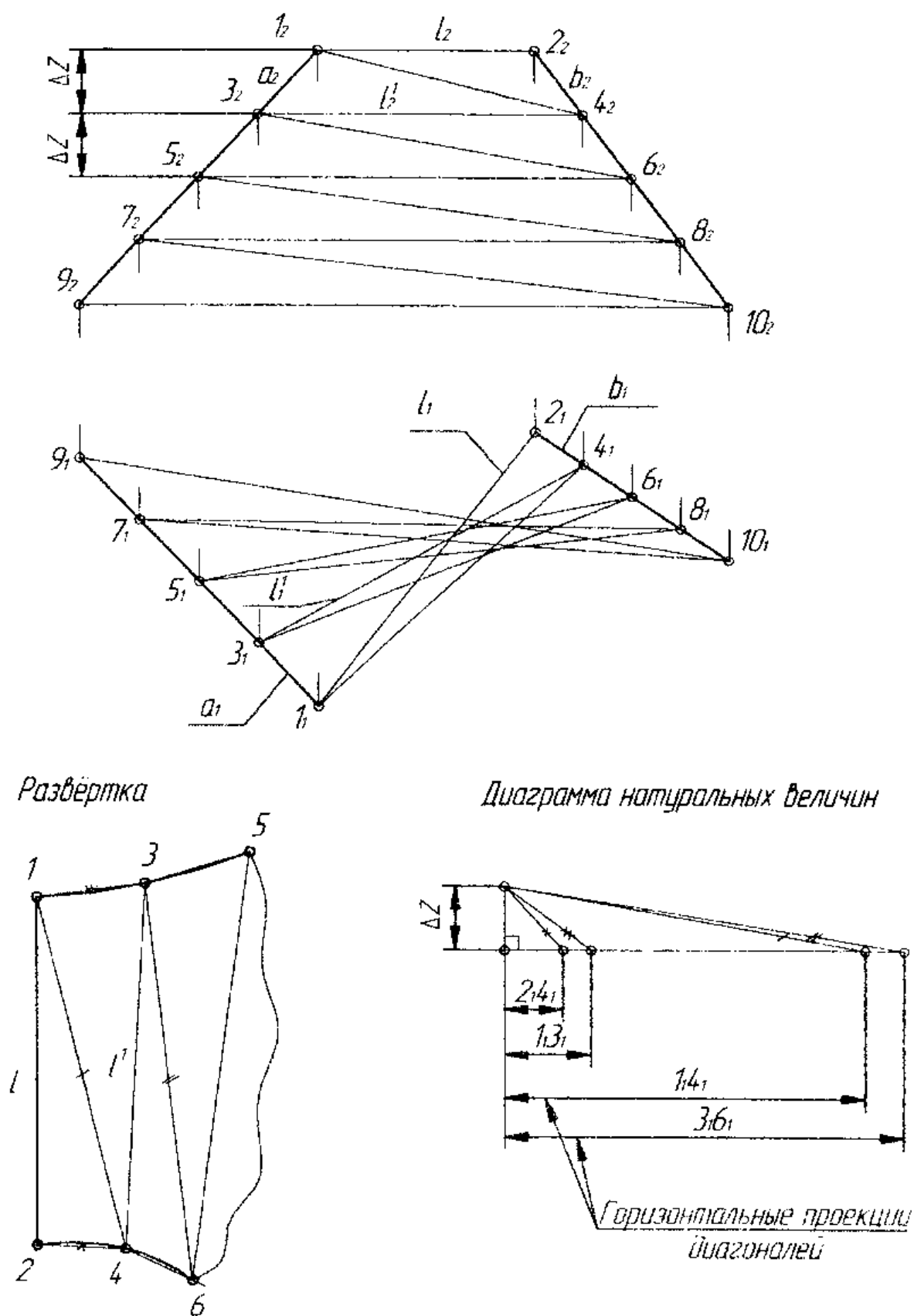


Рис.7

Пример 5. Построить развертку прямого геликоида (рис. 8).

Прямой геликоид образуется движением прямолинейной образующей l по двум направляющим, одна из которых - ось i , вторая - винтовая линия k . Образующая l при своем движении остается параллельной плоскости π_l . Натуральная величина образующей не меняется и равна ее горизонтальной проекции l_1 .

Для построения развертки разобьем поверхность на треугольные элементы $1-A-B$, $1-2-B$, ... которые заменим плоскими треугольниками двух типов: $1-A-B = 2-B-C$ и $1-2-B = 2-3-C = \dots$. В этих треугольниках натуральные величины сторон таковы:

$$1-A=2-B=3-C=\dots = l_1 A_1$$

$$A-B=B-C=\dots = A_2 B_2$$

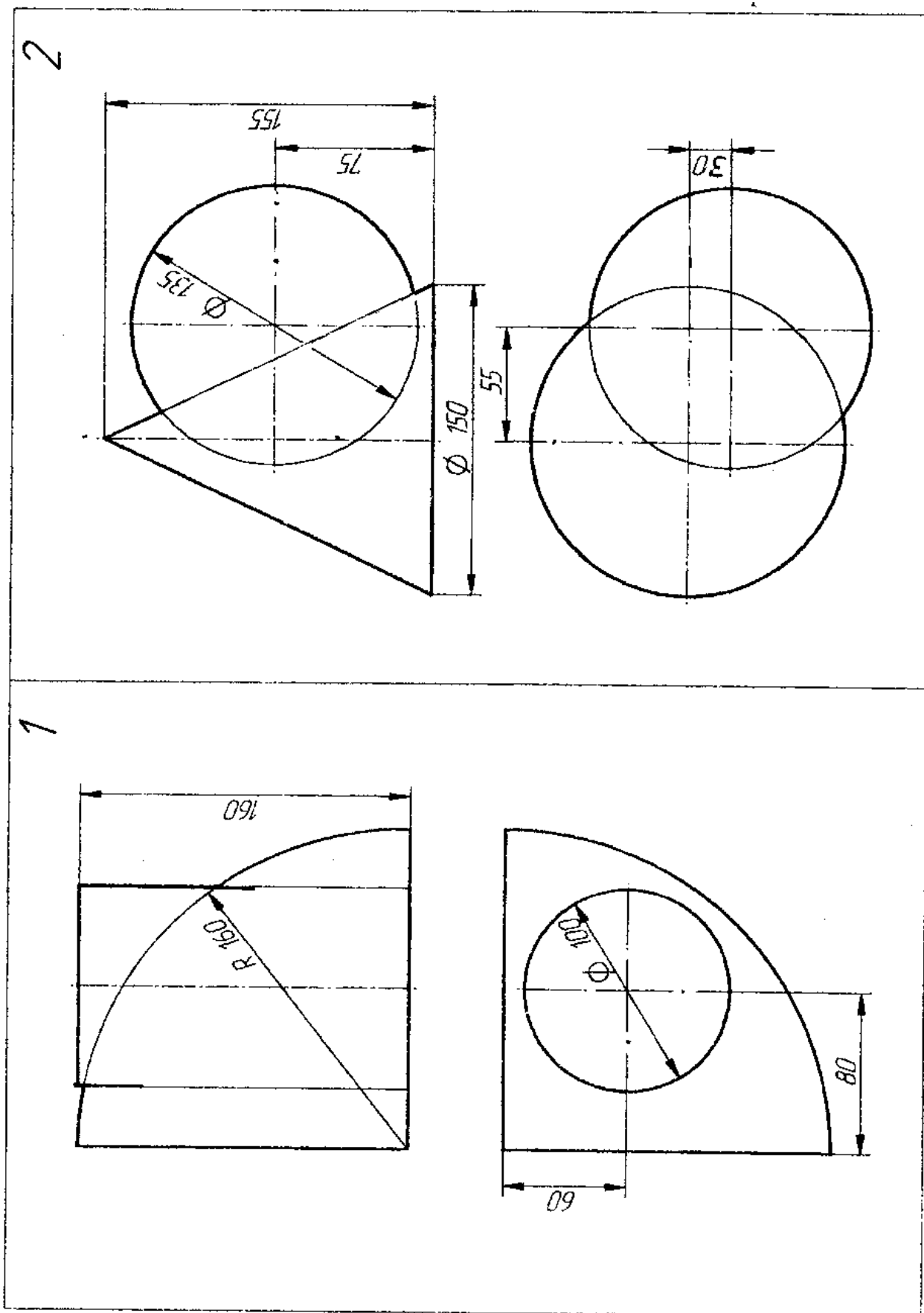
$$1-2=2-3= \dots P-2^*$$

$$1-B=2-C=\dots P-B^*$$

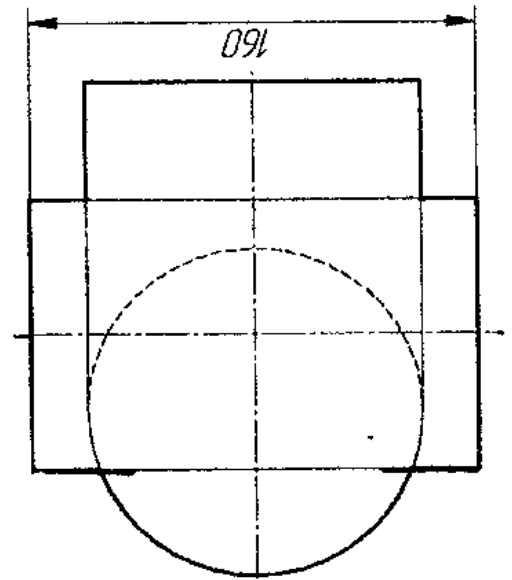
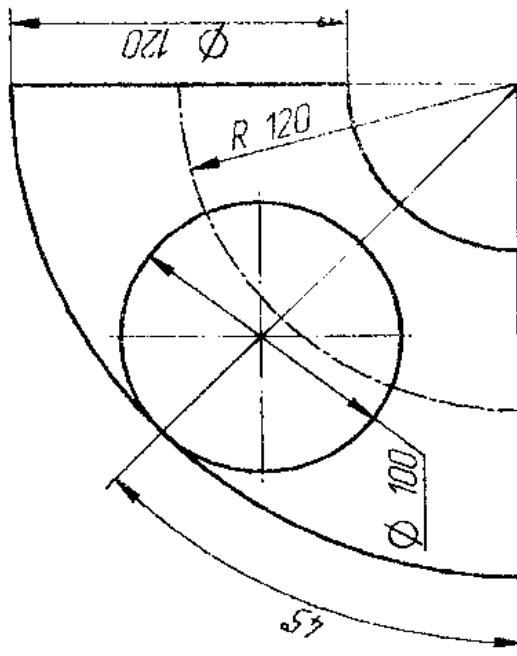
Натуральные величины $P-2^*$ и $P-B^*$ определим на диаграмме натуральных величин. Для получения развертки строим последовательно треугольники $1-A-B$, $1-2-B$, $2-B-C$... по трем сторонам. Линию пересечения на развертке строим по отдельным ее точкам, взятым на образующих поверхности.

Библиографический список

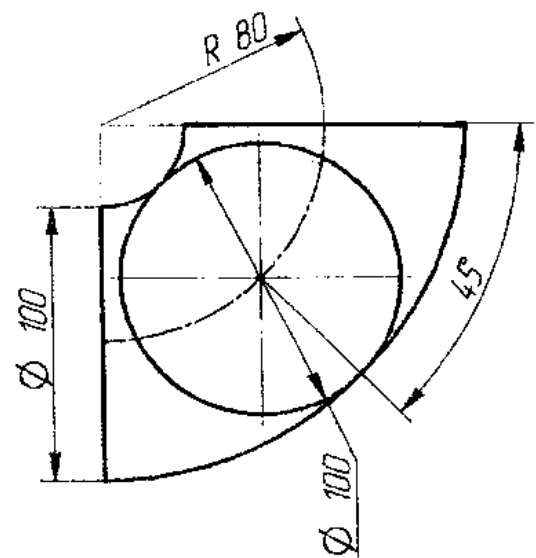
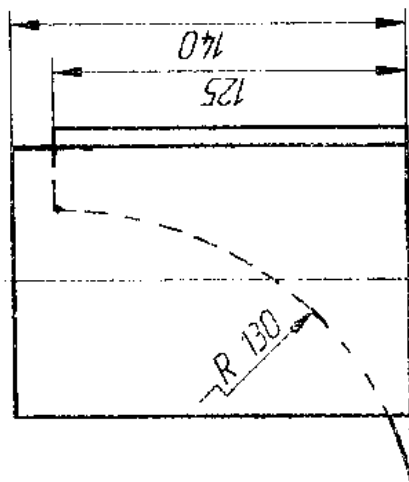
1. Левицкий В.С. Машиностроительное черчение и автоматизация выполнения чертежей: учебник для втузов/ В.С.Левицкий. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2002 – 429 с.
2. Чекмарев А.А. Инженерная графика. 4-е изд., стереотип. / А.А. Чекмарев. – М.: Высшая школа, 2001. – 365 с.
3. Локтев О.О. Краткий курс начертательной геометрии /О.О. Локтев. – 4-е изд., испр. – М.: Высш. школа, 2001. – 136 с.
4. Локтев О.В. Задачник по начертательной геометрии/ О.В.Локтев, П.А.Числов. – 4-е изд. – М.: Высш. школа, 2002. – 104 с.
5. Начертательная геометрия. Эпюры №1, 2, 3: метод. указания и задания/ сост: И.П. Развалова, [и др.]; Казан. гос. технол. ун-т. – Казань, 2009. – 52 с.

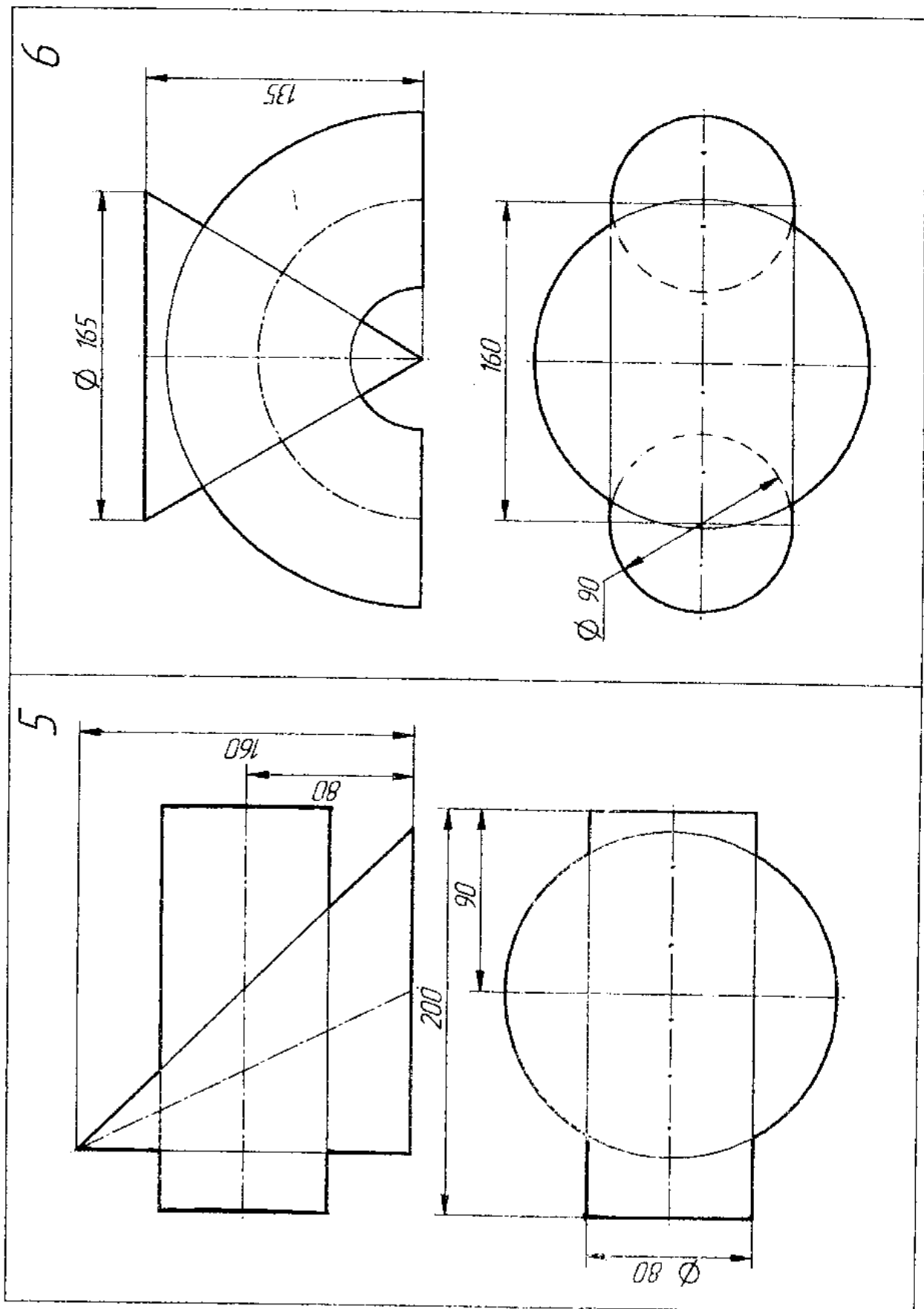


4

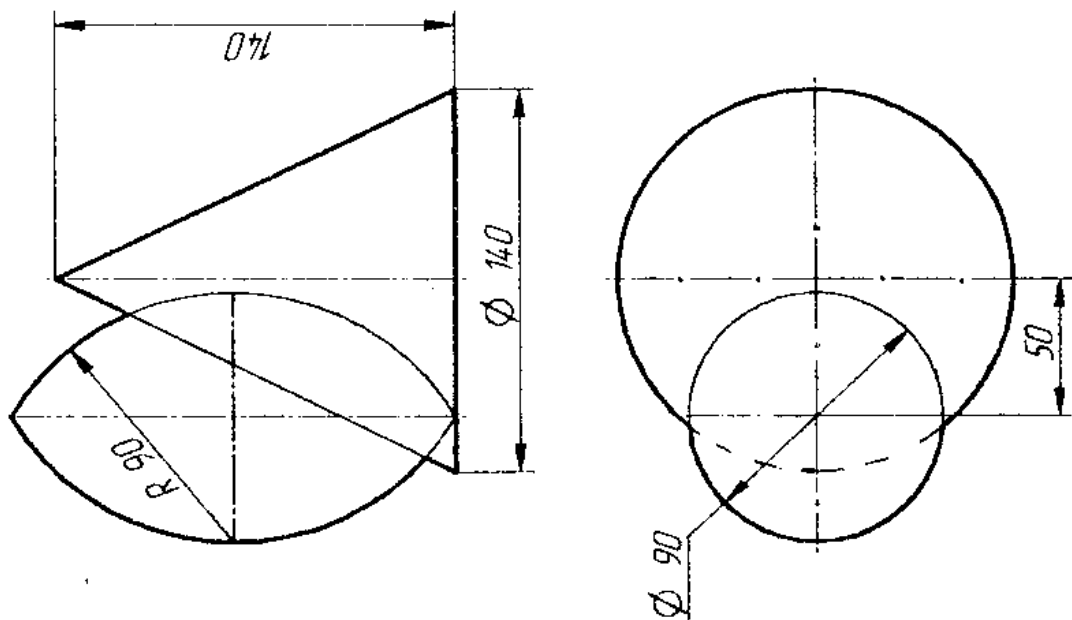


3

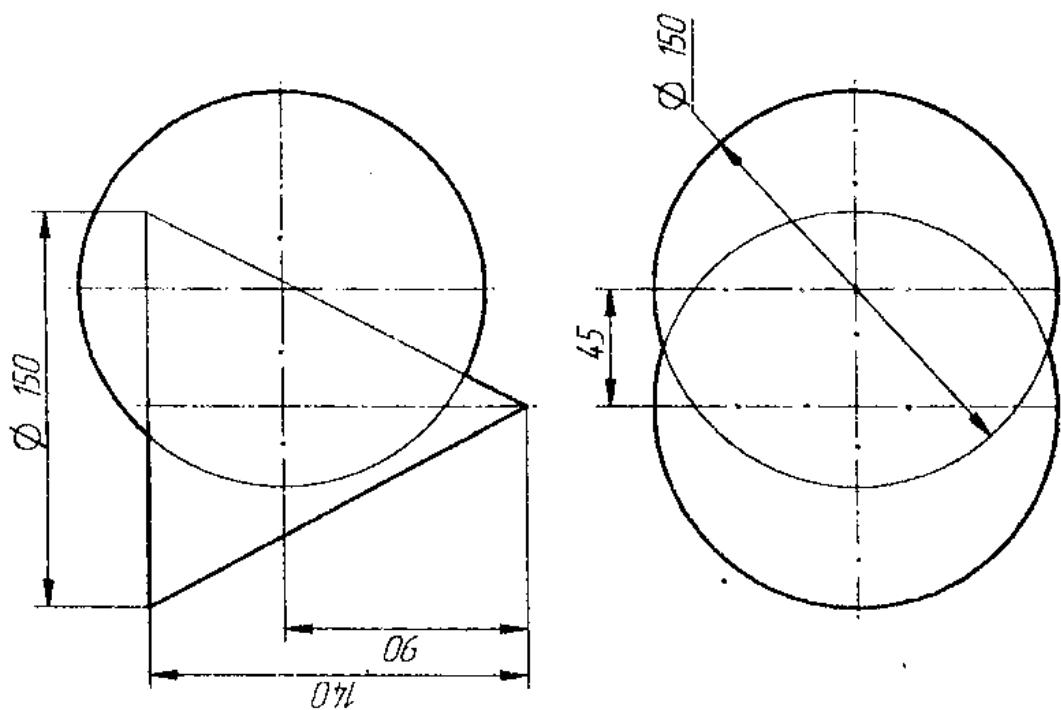




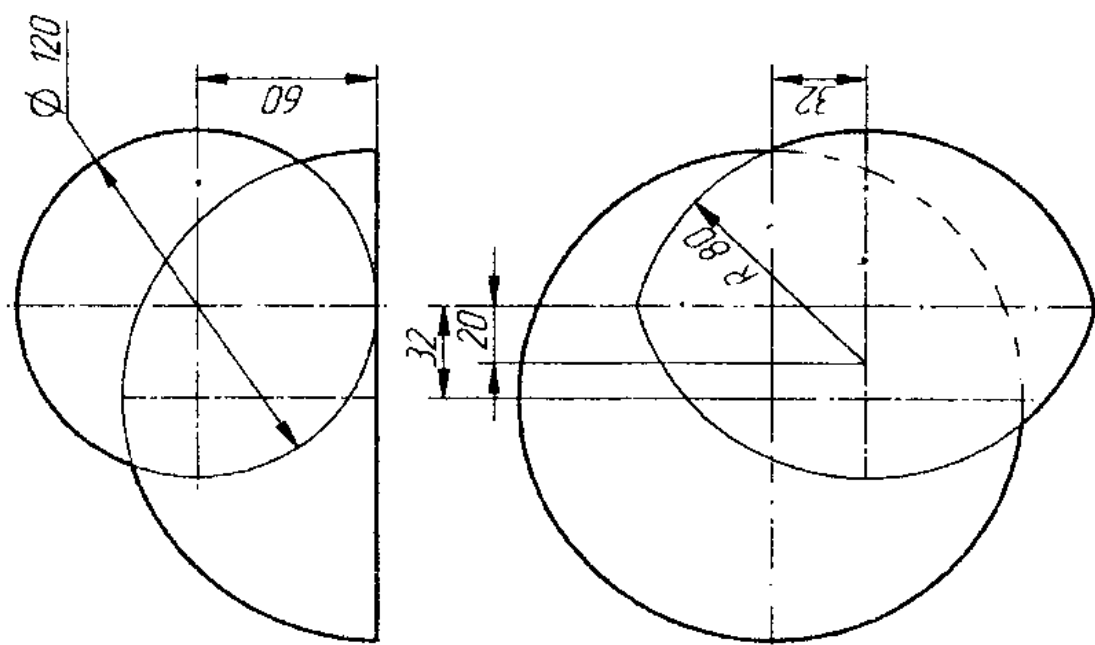
8



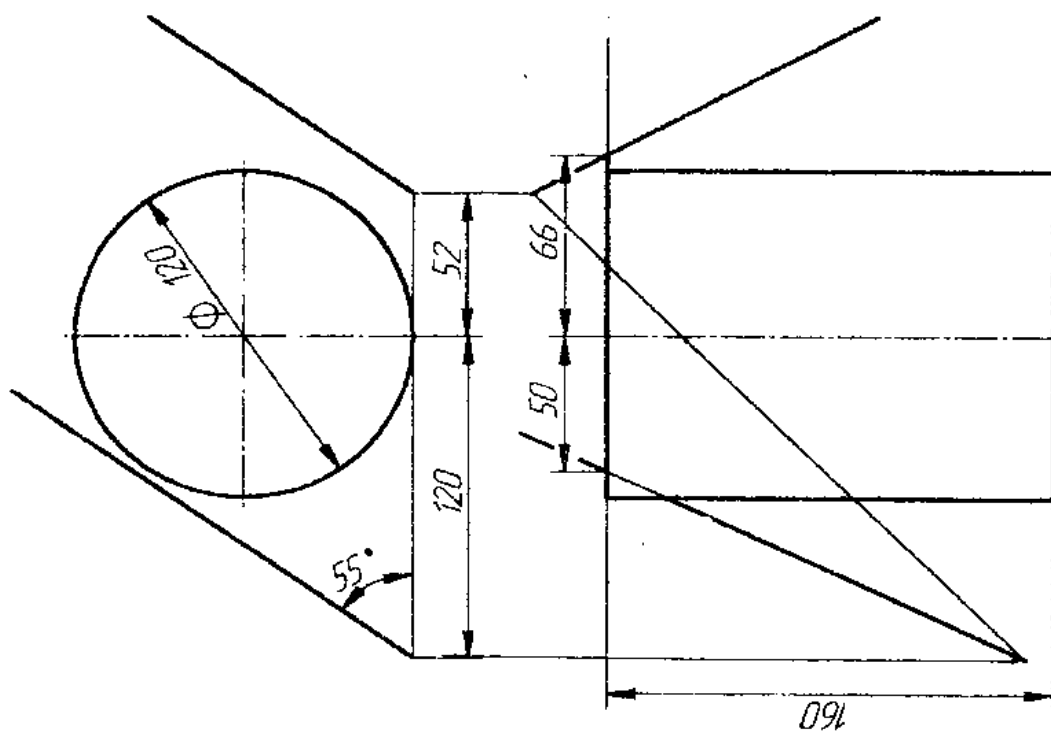
7



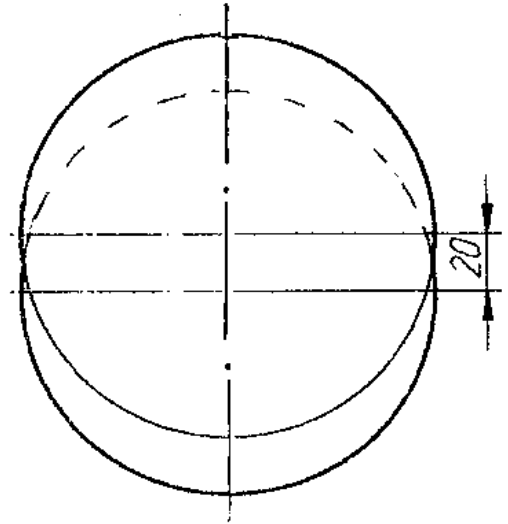
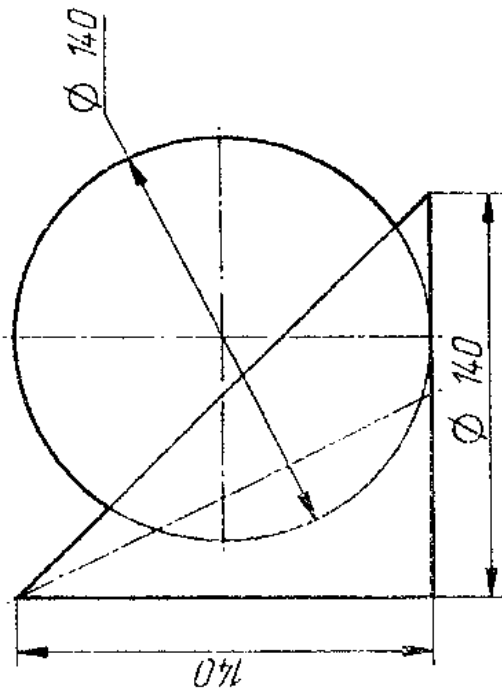
10



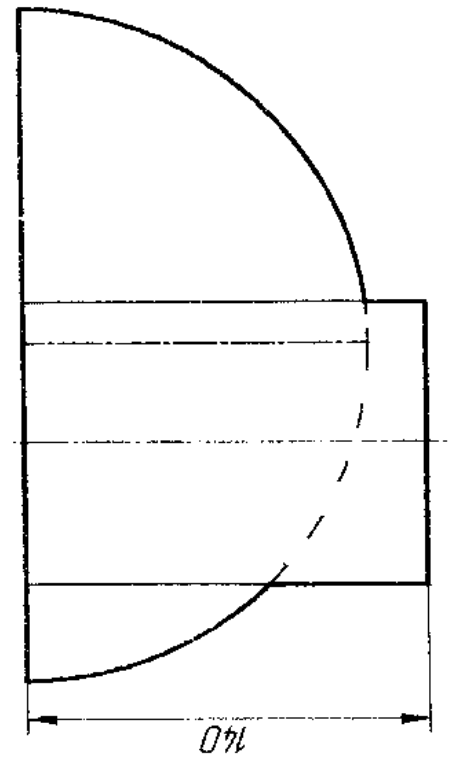
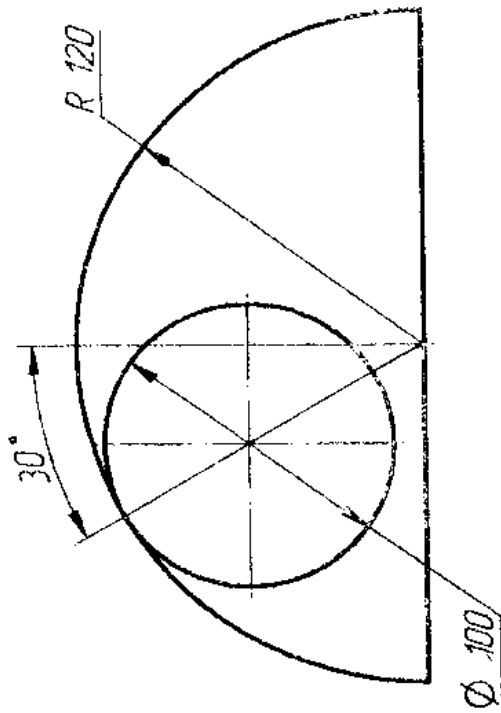
9



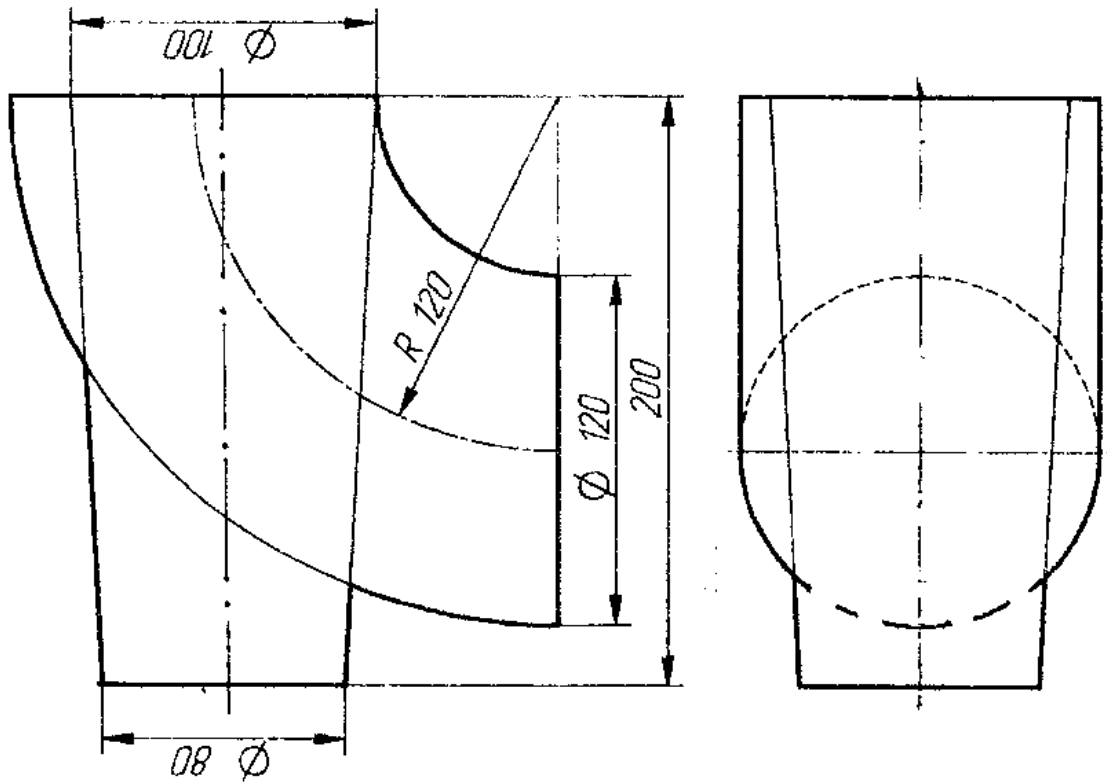
12



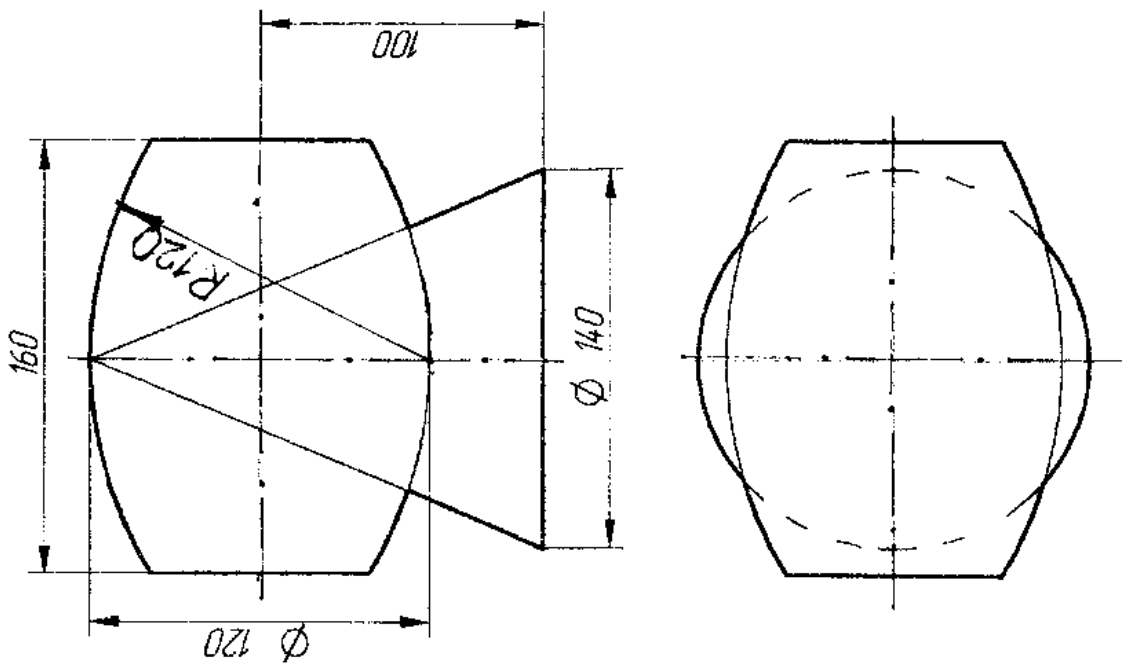
11



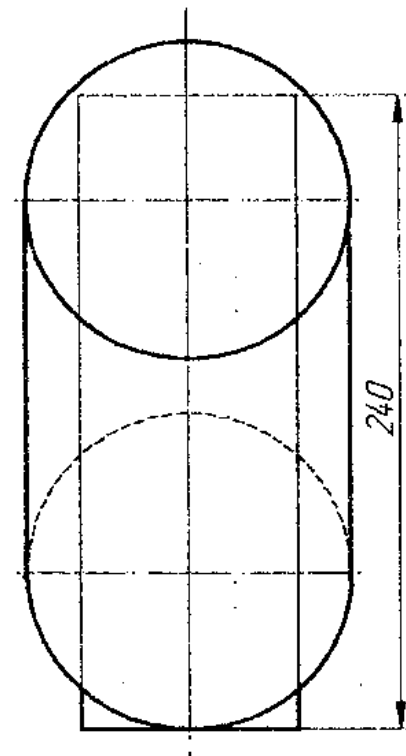
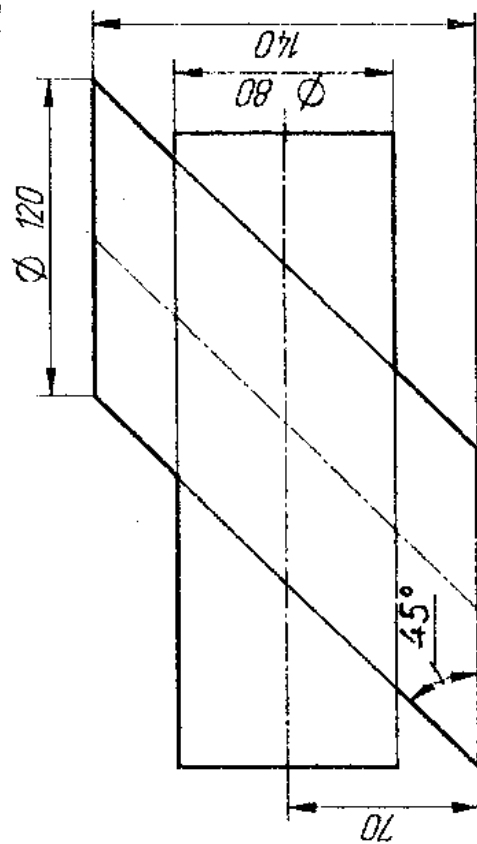
14



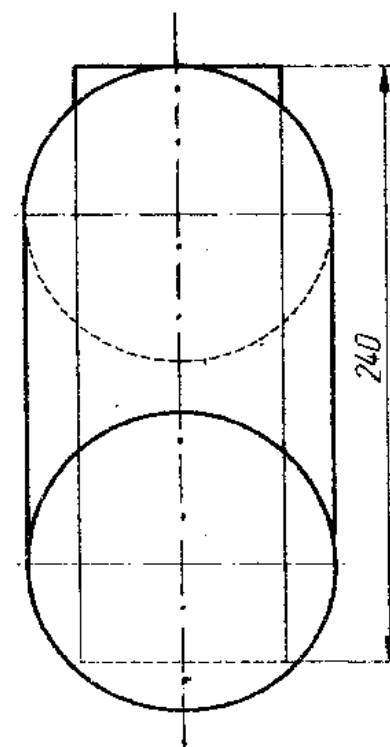
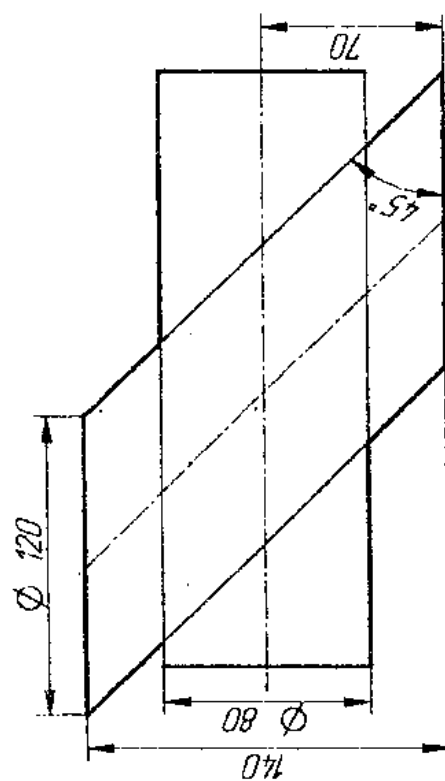
13



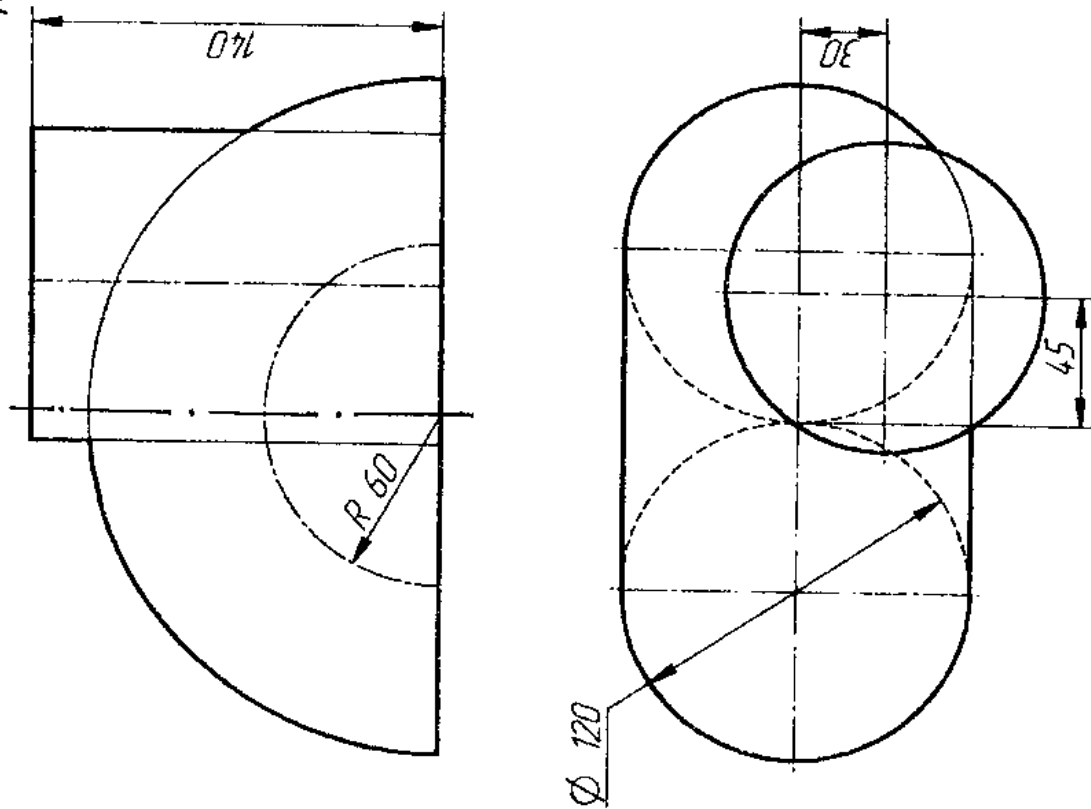
16



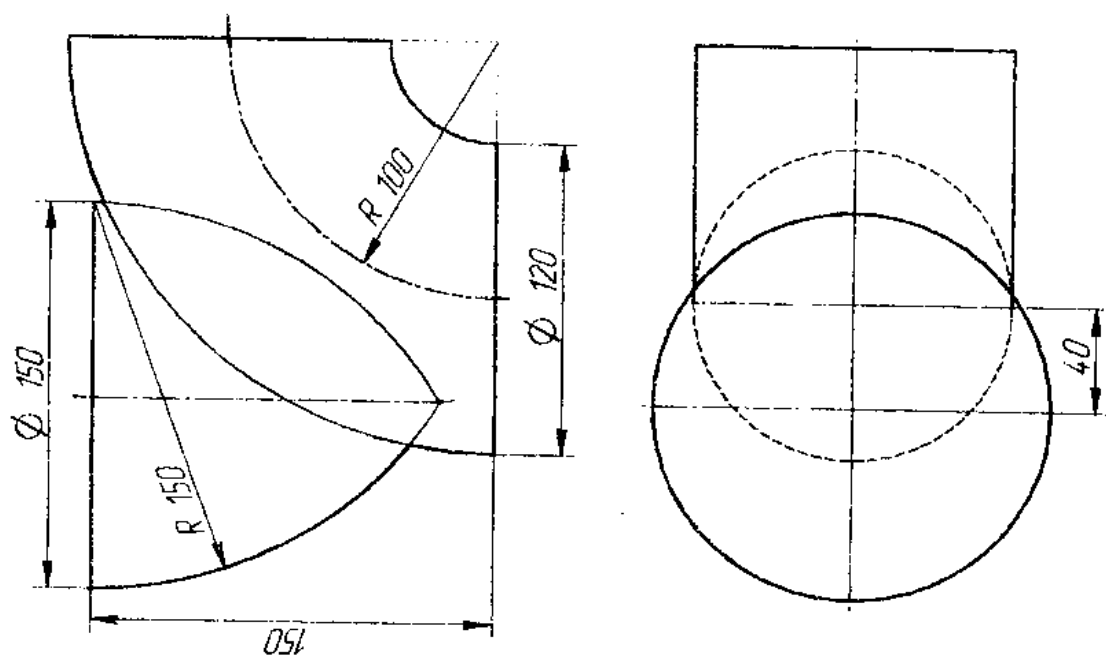
15



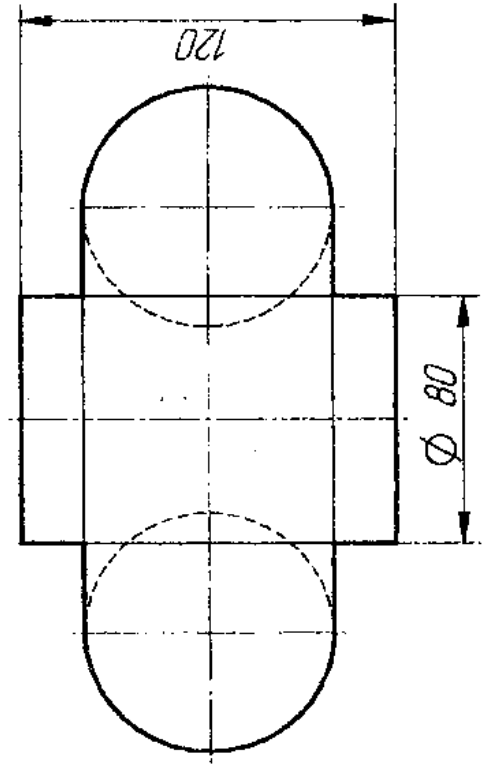
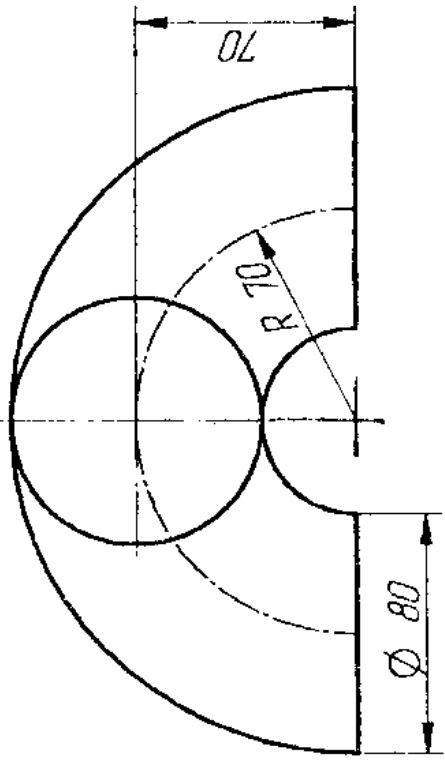
18



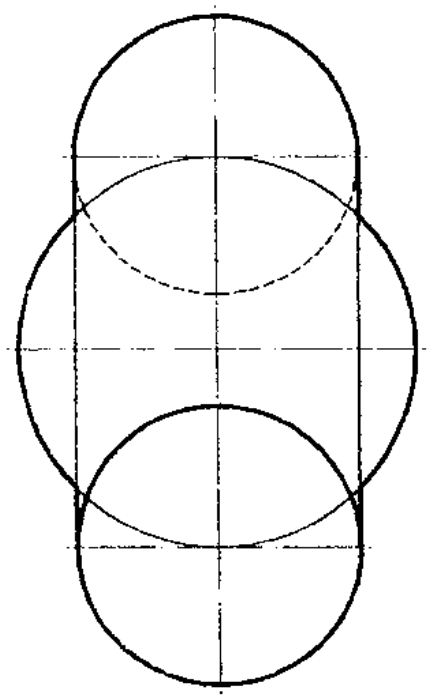
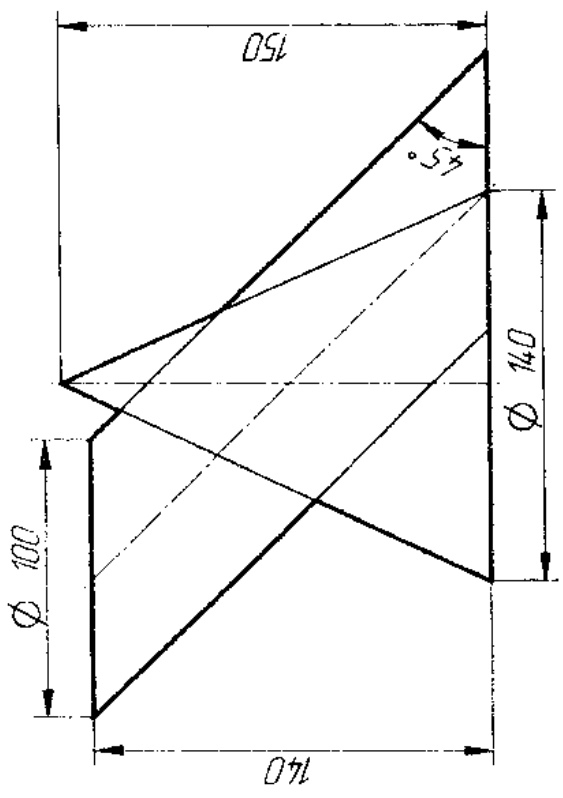
17



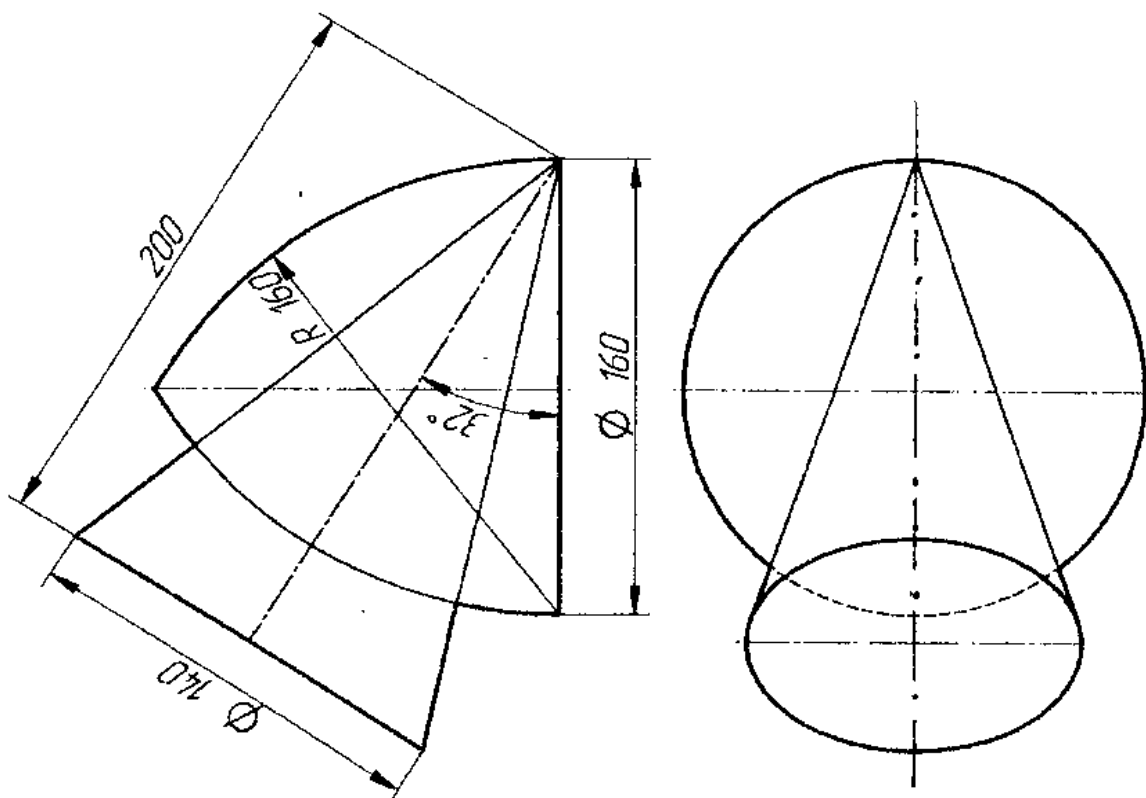
20



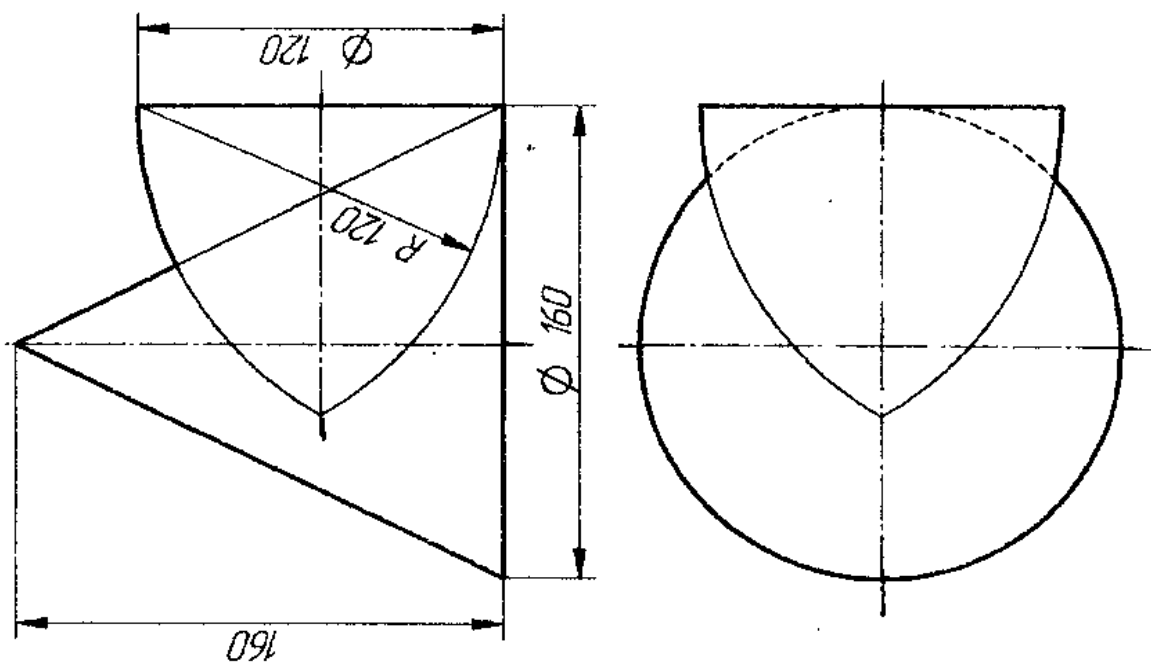
19



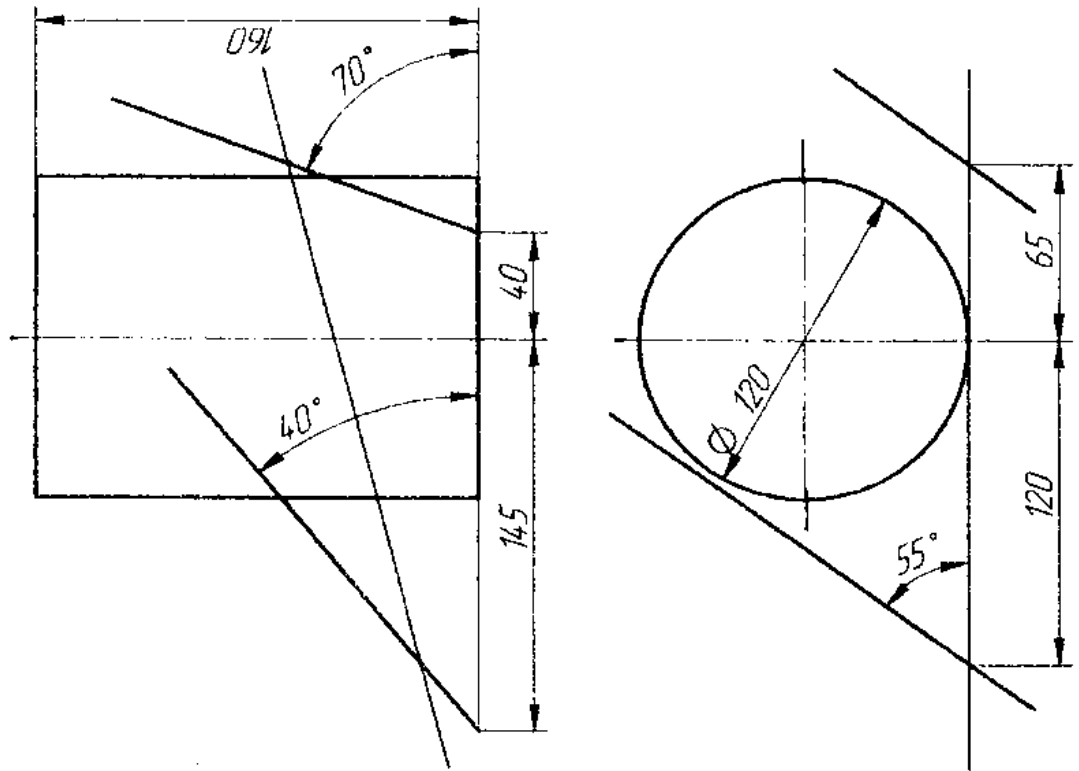
22



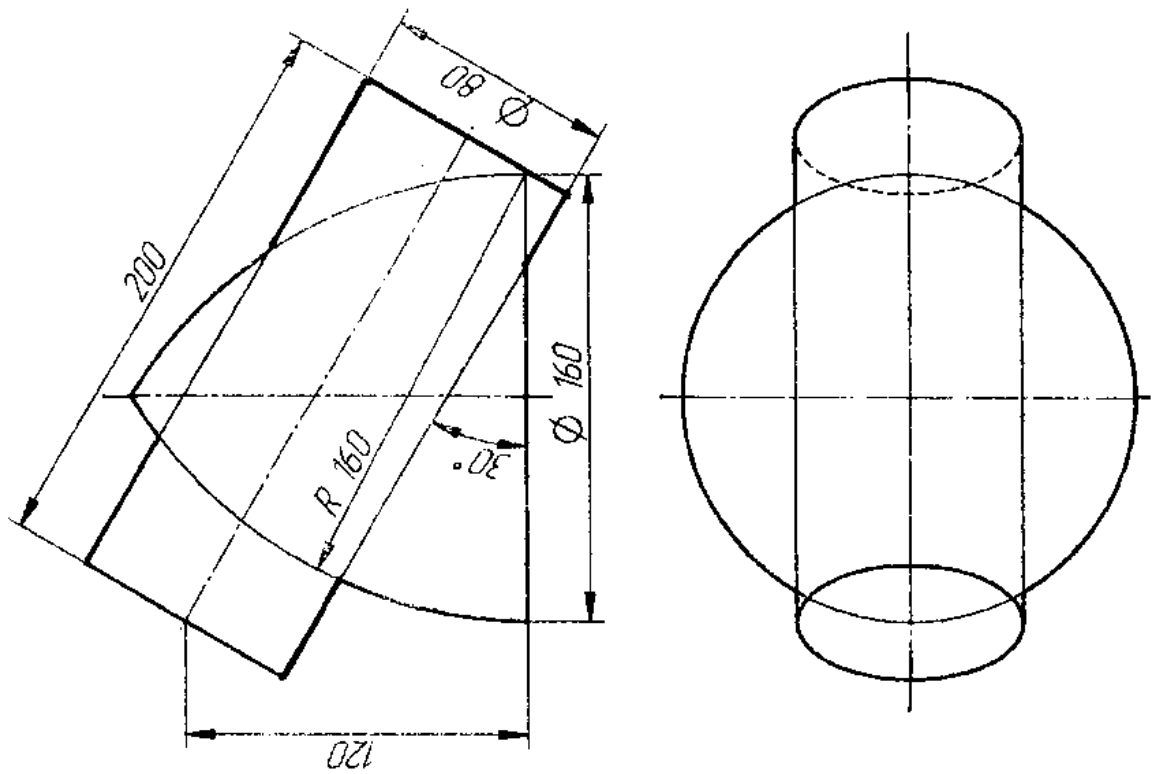
21



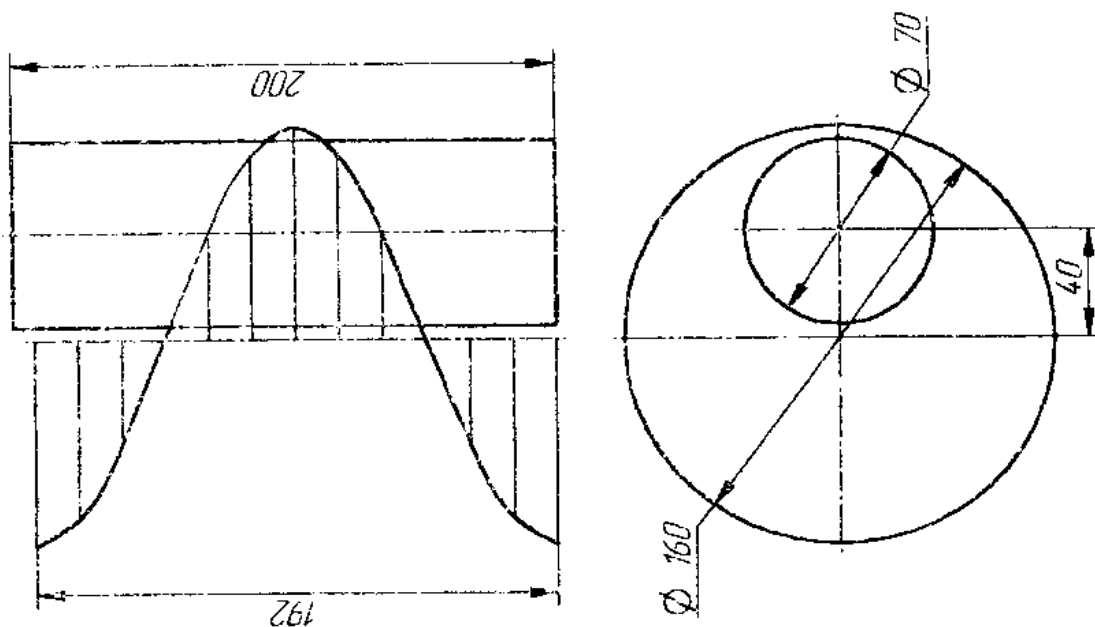
24



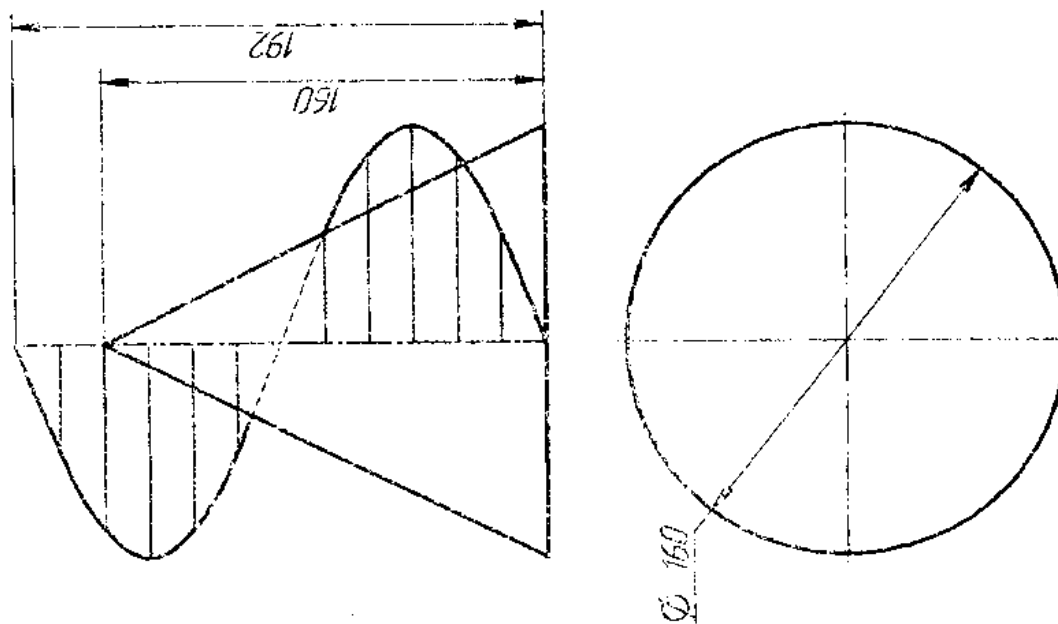
23

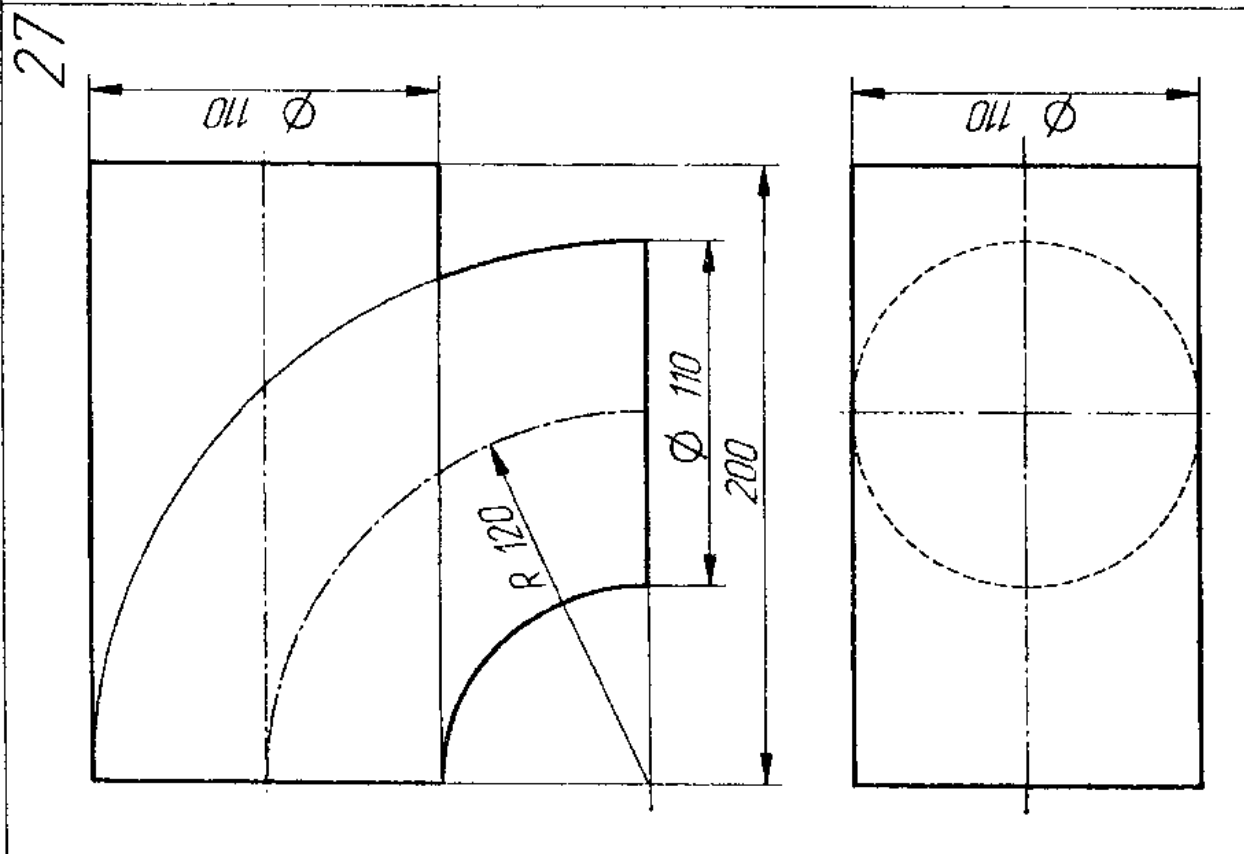
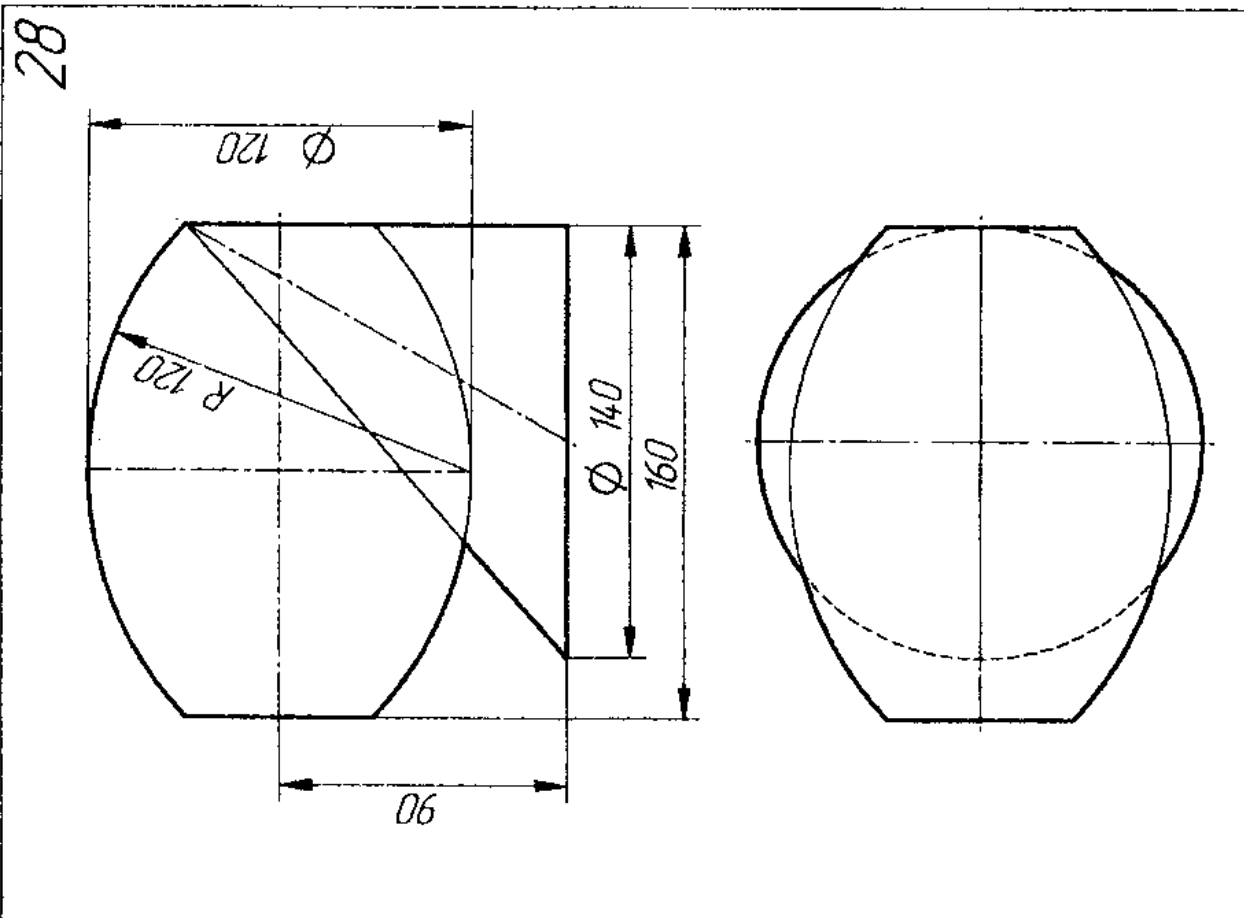


26

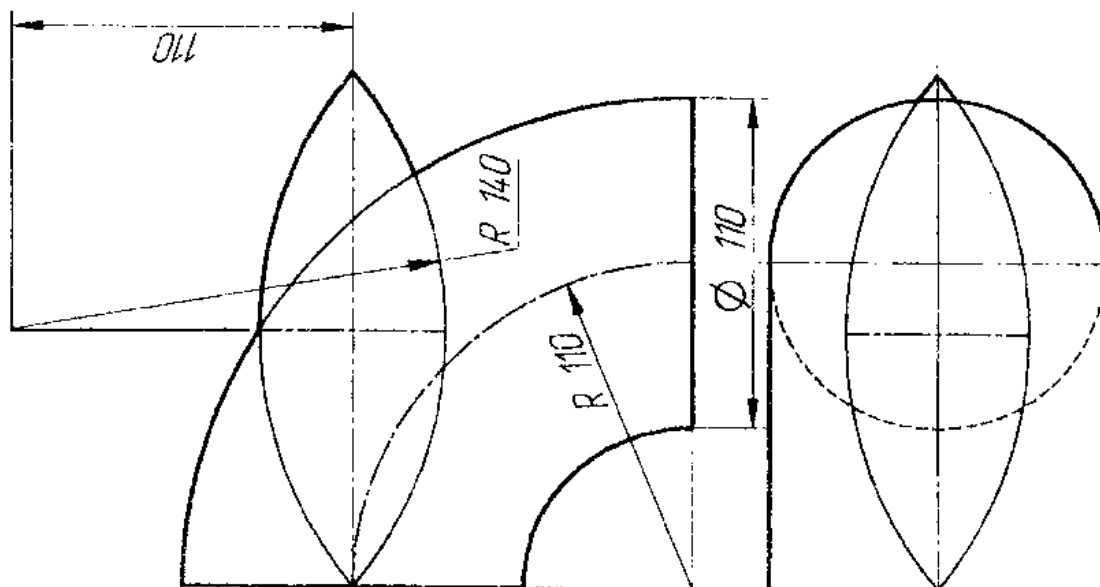


25

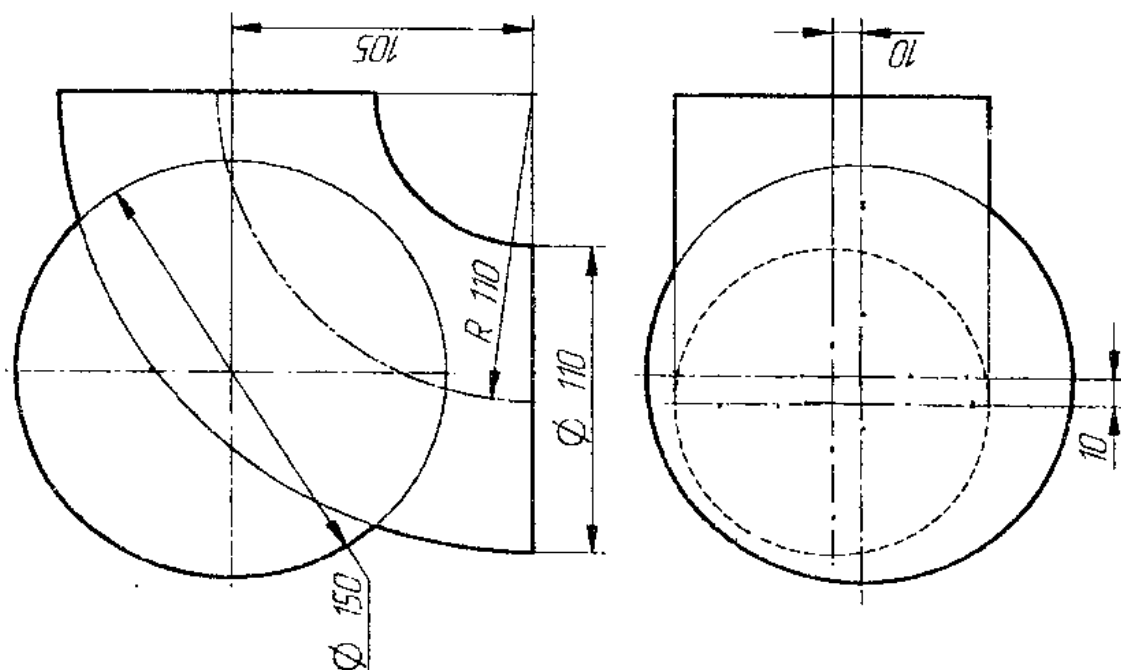




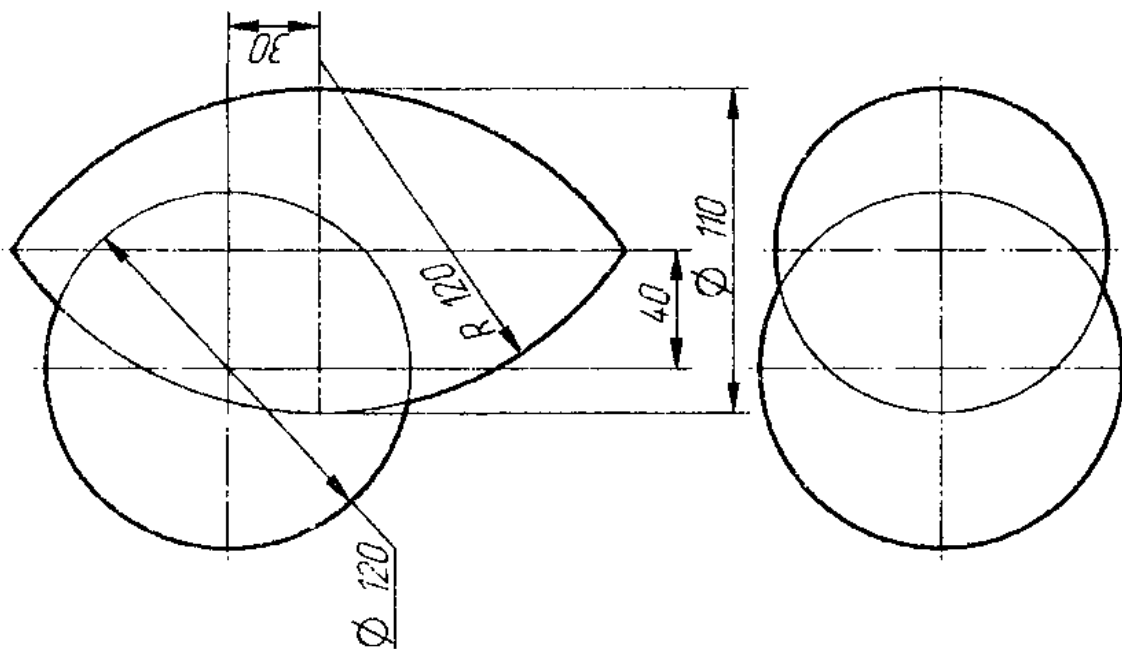
30



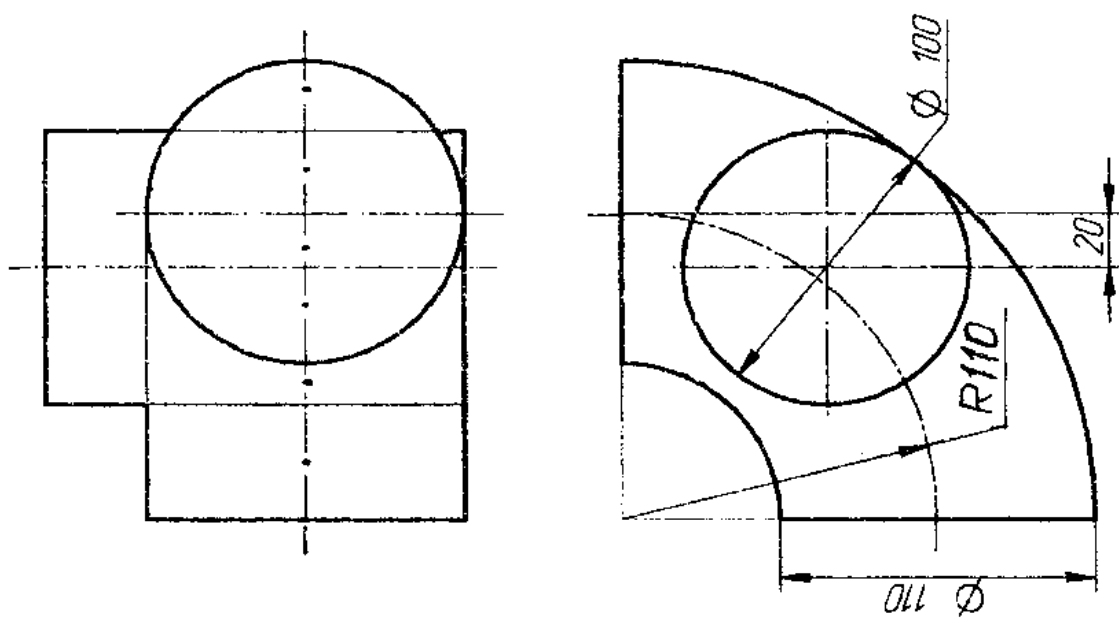
29



32



31



ЭПЮР № 3

Составители: *ст. преп. С.Ф. Дебердеева,*
доц. Г.Х. Гумерова,

Ответственный за выпуск ст. преп. М.Е. Кирягина

Лицензия № 020404 от 6.03.97 г.

Подписано в печать 11.10.2013

Бумага офсетная

4,5 уч.-изд. л.

Печать Riso

Тираж 200 экз.

Формат 60×84 1/8

4,18 усл. печ. л.

Заказ

«С» 169

Издательство Казанского национального исследовательского
технологического университета

Офсетная лаборатория Казанского национального
исследовательского технологического университета
420015, Казань, К.Маркса, 68