Математика Олимпиадное задание Вариант №2

Тест состоит из частей А и В. На его выполнение отводится 180 минут. Задания рекомендуется выполнять по порядку. Если задание не удается выполнить сразу, перейдите к следующему. Если останется время, вернитесь к пропущенным заданиям.

Задания А

К каждому заданию А даны несколько ответов, из которых только один верный. Выберите верный, по Вашему мнению, ответ. В бланке ответов под номером задания поставьте крестик (x) в клеточке, номер которой равен номеру выбранного Вами ответа.

А1. $\sqrt[3]{\left(\frac{2\sqrt{2}}{-8}\right)^{-6}\cdot(8-\sqrt{65})^3}+\sqrt{\left(\frac{\sqrt{65}}{65}\right)^{-2}\cdot(8-\sqrt{65})^2}$. **Результат вычислений равен**

1) $129-16\sqrt{65}$ 2) -1 3) 1 4) 0,004 5) $16\sqrt{65}-129$

А2. Результат упрощения выражения $\left(b+1+\frac{2}{b-1}\right):\frac{b^2+1}{b^2-2b+1}$ **имеет вид**

1) 1 - b 2) $\frac{b}{b+1}$ 3) $\frac{b}{b-1}$ 4) b - 1 5) $\frac{b}{(b-1)^2}$

А3. График квадратного трехчлена $y=(a+4)x^2-(2a+4)x+1$ **расположен ниже оси абсцисс, если *a* принадлежит промежутку**

1) $(-\infty;\infty)$ 2) $\varnothing$ 3) $(-\infty;-4)$ 4) $(-\infty;-4)\cup(-4;\infty)$ 5) (-3;0)

А4. Квадратное уравнение с рациональными коэффициентами, один из корней которого равен $\frac{7}{5-3\sqrt{2}}$ **, имеет вид**

1) $x^2-10x-7=0$ 2) $x^2-10x+43=0$ 3) $x^2+10x+7=0$ 4) $x^2+10x-43=0$ 5) $x^2-10x+7=0$

А5. Среднее арифметическое всех действительных корней уравнения $x^3-13x-12=0$ **равно**

1) $-2\frac{2}{3}$ 2) $-1\frac{1}{3}$ 3) 0 4) $\frac{1}{2}$ 5) $1\frac{1}{3}$

А6. Число различных корней уравнения $\sqrt{\sqrt{4x^2+16}-4x}=2-x$ **равно**

1) 2 2) 3 3) 4 4) 1 5) 5

А7. Найдите произведение корней уравнения $5|x|+x^2=36$

1) -16 2) 1296 3) -5 4) -36 5) 36

А8. Результат вычисления выражения $\log_{a^3b}\sqrt[3]{a^2b}$ **при условии, что** $\log_b a=1$**, равен**

1) 1,25 2) 0,75 3) 0,2 4) 0,5 5) 0,25

А9. Если x_0, y_0 - решение системы уравнений $\begin{cases}\lg\frac{\sqrt[3]{y}}{x}=2\\ \lg x^2y=1\end{cases}$ **, то произведение x_0y_0 равно**

1) 1000 2) 100 3) 10 4) 0,01 5) 0,1

10 класс

A10. Результат упрощения выражения $\dfrac{(\cos\alpha+\sin\alpha)^2}{\cos^2(\pi/4-\alpha)}$ **равен**				
1) 2	2) $\sqrt{2}$	3) 1	4) $2\sqrt{2}$	5) $\dfrac{1}{2}$
A11. Результат вычисления выражения $\cos\left(\operatorname{arctg}\sqrt{3}-\arccos\dfrac{3}{5}\right)$ **равен**				
1) $\dfrac{3-\sqrt{3}}{10}$	2) $\dfrac{3-4\sqrt{3}}{10}$	3) $\dfrac{4\sqrt{3}}{10}$	4) $\dfrac{3+4\sqrt{3}}{10}$	5) $\dfrac{3+\sqrt{3}}{10}$
A12. Найдите сумму корней уравнения $(\operatorname{ctg} 2x+\sqrt{3})\cdot(\sin x+1)=0$ **принадлежащих интервалу (0° ; 300°).**				
1) 420	2) 585	3) 495	4) 765	5) 150
A13. Пусть касательная к графику функции $y=x^2-2x$**, проведенная в точке с абсциссой** x_1**, параллельна касательной к графику функции** $y=-x^2-4x+1$**, проведенной в точке с абсциссой** x_2**. Тогда, если** $x_1=1$**, то** x_2 **равно**				
1) $\sqrt{3}$	2) 1	3) -2	4) 0	5) -3
A14. В треугольнике с вершинами A(1,-1,2), B(3,0,2) и C(-1,2,0) длина медианы AD равна				
1) 5	2) 2	3) $\sqrt{5}$	4) 3	5) $\sqrt{3}$
A15. Если длины сторон треугольника равны 6 см, 8 см, 10 см, то периметр треугольника, вершины которого являются серединами сторон данного треугольника, равен				
1) 8см	2) 16см	3) 12см	4) 10см	5) 9см
A16. Найти количество целых значений *x***, принадлежащих области определения функции** $y=\sqrt{\log_{1,8}[(2x-1)/(x+5)]}$				
1) 13	2) 7	3) 5	4) 3	5) 6
A17. Если ребро правильного октаэдра равно $1{,}5\sqrt{6}$**, то объем октаэдра равен**				
1) $13{,}5\sqrt{3}$	2) $27\sqrt{2}$	3) $9\sqrt{3}$	4) $13{,}5\sqrt{2}$	5) $4{,}5\sqrt{3}$
A18. Найти число целых решений неравенства $\lvert x^2-2x-8\rvert>2x$ **на интервале (1, 5)**				
1) 2	2) 5	3) 1	4) 3	5) 4

Задания B

Ответы заданий части B запишите на бланке ответов рядом с номером задания, начиная с первого окошка. Ответом может быть <u>только число</u>. Если в ответе есть число π, то считайте его равным трем. Каждую цифру числа и знак минус (если число отрицательное) пишите в отдельном окошке по приведенным образцам.

B1. Найдите количество всех целых решений неравенства $\dfrac{12-x-x^2}{15x-2x^2-x^3}\ge 0$**, принадлежащих промежутку [-13;4)**
B2. Найдите число целых решений неравенства $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\log_3(x^2-4x+3)}\ge\dfrac{1}{5}$

10 класс

В3. В арифметической прогрессии третий член равен 14, а сумма четвертого и седьмого членов равна 18. Вычислите сумму первых одиннадцати членов прогрессии

10 класс

В4. Определите точку минимума функции $y = x^3 + 3x^2 - 9x$
В5. Пусть V, R и G соответственно число вершин, ребер и граней усеченной пирамиды. Укажите значение V - G, если R = 15
В6. Найдите количество целых решений неравенства $\log_{0,8}(x^2+3)\cdot\left(\log_{0,8}\frac{3x}{x-4}-\log_{0,8}(x+3)\right)>0$
В7. Если две стороны осевого сечения конуса равны 4 и 9, то площадь боковой поверхности конуса равна ...
В8. Сплав олова и меди весом 20 кг содержит 65% меди. Сколько чистого олова (кг) необходимо добавить в сплав для уменьшения содержания меди на 13%?