

Контрольная работа.

Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.

1. Даны векторы $\vec{a} = \{2; d+1; \gamma\}$, $\vec{b} = \{c; 2-\alpha; c-1\}$, $\vec{c} = \{\alpha; \alpha; 2-\gamma\}$, $\vec{d} = \{2+c+\alpha; d+3; c+1\}$ в декартовой системе координат. Показать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис. Найти координаты вектора \vec{d} в этом базисе (написать разложение вектора \vec{d} по векторам $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$).

2. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(c; -d; 1)$, $A_2(\gamma+1; c; d+1)$, $A_3(-1; d; 0)$, $A_4(d; 1; -\gamma)$. Найти: 1) длину ребра A_1A_2 ; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_3 ; 3) угол между ребром A_1A_2 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2 ; 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.

3. Пусть даны векторы $\vec{a} = \{c, d-\alpha, \alpha+5\}$, $\vec{b} = \{2-\gamma, -d, c+d\}$. Найти

а) скалярное и векторное произведение векторов $\vec{k} = \alpha\vec{a} - \gamma\vec{b}$ и $\vec{m} = -(3+\alpha)\vec{a} + (d-\gamma)\vec{b}$,

б) угол между векторами \vec{k} и \vec{m} .

в) длину и направляющие косинусы вектора \vec{m} .

4-13. Привести уравнения к каноническому виду, определить тип кривой и построить ее.

4. $x^2 - y^2 + 4x - 6y - 30 = 0$

5. $3x^2 + 5y^2 + 18x - 10y - 13 = 0$

6. $x^2 - 4x - y - 5 = 0$

7. $-2x^2 + y^2 - 4x + 2y - 5 = 0$

8. $3x^2 + y^2 - 12x + 6y - 13 = 0$

9. $6x^2 + y^2 - 244x = 0$

10. $2y^2 + 4x - 4y - 6 = 0$

11. $x^2 - 6x + y - 1 = 0$

12. $3x^2 - y^2 + 6x - 4y - 2 = 0$

13. $5x^2 + 2y^2 + 30x - 8y - 7 = 0$.

14.-23. Построить кривую в полярной системе координат.

14. $r = 4\sin 3\varphi$

15. $r = \frac{4}{2 - \cos \varphi}$

16. $r = 3 - \sin \varphi$

17. $r = \frac{6}{3 - \sin \varphi}$

18. $r = 5\cos 2\varphi$

19. $r = 4 + \cos 2\varphi$

20. $r = \frac{5}{6 - 2\sin \varphi}$

21. $r = 3\sin 2\varphi$

22. $r = \frac{7}{4 - 3\cos \varphi}$

23. $r = 3\cos 3\varphi$

Контрольная работа. Элементы линейной алгебры.

24. Решить систему линейных уравнений двумя способами: методом Гаусса и методом Крамера.

$$\begin{cases} \alpha x + 4dy - 3cz = \alpha + 4d - 3c \\ (\alpha + 2)x - (c + 3)y + (c + 2)z = \alpha + 1 \\ \gamma x - (\alpha + 4)y + \alpha z = \gamma - 4 \end{cases}$$

25.-34. Решить однородную систему уравнений.

25.
$$\begin{cases} x + 6y - 5z = 0 \\ 2x + 3y - z = 0 \\ x - 3y + 4z = 0 \end{cases}$$

26.
$$\begin{cases} x - y + 3z = 0 \\ 5x + 2y - z = 0 \\ 6x + y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - 4y - 15z = 0 \\ 3x + 6y + z = 0 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x + 4y - z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \\ 4x + 7y - z = 0 \end{cases}$$

$$31. \begin{cases} x + 6y - z = 0 \\ 5x - y + 2z = 0 \\ 6x + 5y + z = 0 \end{cases}$$

$$33. \begin{cases} x + 7y + 8z = 0 \\ x - 2y - z = 0 \\ 6x - 3y - 3z = 0 \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 3x + 2y - z = 0 \\ 9x + 7y - 3z = 0 \\ 24x - y - 8z = 0 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} x + 4y + z = 0 \\ 7x + 6y + 2z = 0 \\ 6x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

$$32. \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ 4x - 2y + 7z = 0 \end{cases}$$

$$34. \begin{cases} 3x + 7y - 6z = 0 \\ 2x + 2y - 4z = 0 \\ 5x + 4y - 10z = 0 \end{cases}$$

35.-43. Дано тригонометрическое число a . Требуется: 1) записать число a в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения $z^5 = a^2$.

$$35. a = \frac{4}{1-i}$$

$$36. a = \frac{8}{1-i\sqrt{3}}$$

$$37. a = \frac{-4}{1+i}$$

$$38. a = \frac{-8}{1+i\sqrt{3}}$$

$$39. a = \frac{4}{1+i}$$

$$40. a = \frac{-4}{1-i}$$

$$41. a = \frac{-8}{i+\sqrt{3}}$$

$$42. a = \frac{8}{\sqrt{3}-i}$$

$$43. a = \frac{-8}{1-i\sqrt{3}}$$

$$44. a = \frac{8}{\sqrt{3}+i}$$

Контрольная работа. Введение в математический анализ.

45.-54. Найти указанные пределы, не пользуясь правилом Лопиталья.

$$45. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^6 - x + 5}{x^6 + 3x^2 + 1}$$

$$\text{ б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{3x^2 - 8x - 3}$$

$$\text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$$

$$\text{ г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{7x \sin 3x}$$

$$\text{ д) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x[\ln(3x-1) - \ln(3x-2)]$$

$$46. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^6 - 3x^2 + 5}{3x^6 + 4x^2 - x}$$

$$\text{ б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 - x - 6}$$

$$\text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7-x} - \sqrt{7+x}}{\sqrt{7}x}$$

$$\text{ г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{6x}$$

$$\text{ д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\ln(1+x)}$$

$$47. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 - 2x}{3x^3 + 4x^2 + x + 4}$$

$$\text{ б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 - 4x - 4}$$

$$\text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{\sqrt{1-x^2} - \sqrt{x^2+1}}$$

$$\text{ г) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \operatorname{tg} x$$

$$\text{ д) } \lim_{x \rightarrow 0} (1+5x)^{\frac{8+x}{x}}$$

$$48. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 - 4x^2 - x}{2x^5 + 2x - 3}$$

$$\text{ б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 14x - 5}{x^2 - 7x + 10}$$

$$\text{ в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}}$$

$$\text{ г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x \sin x}$$

$$\text{ д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+8} \right)^{-3x}$$

49. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 - 4x}{2x^3 + 8x^2 - x + 5}$ б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - 6x - 16}$ в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{\sqrt{3x+10} - 4}$
г) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 7x \operatorname{ctg} 5x$ д) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)^{\frac{3}{\cos x}}$

50. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^4 + 6x^2 + 5}{4x^4 - 5x + 3}$ б) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x^2 - 72}{x^2 - 7x + 6}$ в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{\sqrt{x-1} - 2}$
г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{4x \sin x}$ д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{2x-3}$

51. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 9}{7x^2 + 10x + 5}$ б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - x - 14}{x^2 + 8x + 12}$ в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 9} - 3}$
г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{3x \sin 3x}$ д) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x[\ln(x+4) - \ln x]$

52. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{6x^2 + 4x + 9}$ б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 5}{2x^2 - 11x + 5}$ в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9}$
г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 3x}{1 - \cos 6x}$ д) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{5}{x} + 2}$

53. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4 + x^2 + 5x}{x^4 + 3x^2 - 2}$ б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 7x + 6}{2x^2 + 5x - 7}$ в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 16} - 4}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$
г) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin^2(x-1)}{3x^2 - 6x + 3}$ д) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2 \sin x)^{\frac{5}{\sin x}}$

54. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 10x^2 - 3}{2x^5 - 5x^4 + 3x}$ б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2 + 10x + 3}{2x^2 + 5x - 3}$ в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2}$
г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^2 4x}{2x \sin 6x}$ д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x+1} \right)^{-4x}$

55.-64. Задана функция $y=f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2 . Требуется: 1) установить, является ли эта функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента;

2) в случае разрыва функции найти ее пределы справа и слева;

3) сделать схематический чертеж.

55. $f(x) = 10^{\frac{1}{3x+1}}$, $x_1 = 2$; $x_2 = -1/3$. 56. $f(x) = 3^{\frac{1}{2+x}}$, $x_1 = 0$; $x_2 = -2$.

57. $f(x) = 5^{\frac{1}{4+x}}$, $x_1 = 1$; $x_2 = -4$. 58. $f(x) = 2^{\frac{1}{x-1}}$, $x_1 = 0$; $x_2 = 1$.

59. $f(x) = 7^{\frac{1}{x}}$, $x_1 = 0$; $x_2 = -3$. 60. $f(x) = 4^{\frac{1}{2-x}}$, $x_1 = 2$; $x_2 = 4$.

61. $f(x) = 6^{\frac{1}{4-2x}}$, $x_1 = 1/2$; $x_2 = 2$. 62. $f(x) = 4^{\frac{1}{6-2x}}$, $x_1 = 3$; $x_2 = 4$.

63. $f(x) = 2^{\frac{1}{4x+2}}$, $x_1 = 1$; $x_2 = -1/2$. 64. $f(x) = 8^{\frac{1}{7-x}}$, $x_1 = 7$; $x_2 = 5$.

65.-74. Задана функция $y=f(x)$. Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать чертеж.

$$65. y = \begin{cases} -1, & x < 0, \\ -\cos x, & 0 \leq x \leq \pi/2 \\ \pi/2 + x, & x > \pi/2 \end{cases}$$

$$66. y = \begin{cases} x+2, & x \leq -2, \\ 2-x, & -2 < x < 0 \\ x^2+2, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$67. y = \begin{cases} x, & x \leq -1, \\ 1/2, & -1 < x \leq \pi/6 \\ \sin x, & x > \pi/6 \end{cases}$$

$$68. y = \begin{cases} x^2-4, & x < -1, \\ 3x, & -1 \leq x \leq 3 \\ 5, & x > 3 \end{cases}$$

$$69. y = \begin{cases} 2, & x < -1, \\ 2-2x, & -1 \leq x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$$

$$70. y = \begin{cases} 4/x, & x < -2, \\ x, & -2 \leq x < 0 \\ 1-x, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$71. y = \begin{cases} \frac{1}{2}(4-x)^{\frac{1}{2}}, & x < 0, \\ \cos 2x, & 0 \leq x \leq \pi/4 \\ -x, & x > \pi/4 \end{cases}$$

$$72. y = \begin{cases} \cos x, & x \leq \pi, \\ -1, & -\pi < x \leq 0 \\ (x+1)^{\frac{1}{2}}, & x > 0 \end{cases}$$

$$73. y = \begin{cases} x+\pi, & x \leq -\pi, \\ \sin x, & -\pi < x \leq 0 \\ 3-2x, & x > 0 \end{cases}$$

$$74. y = \begin{cases} x^2-4, & x < -2, \\ 3x+2, & -2 \leq x \leq 2 \\ 12-x^2, & x > 2 \end{cases}$$

Контрольная работа. Производная и ее приложения.

75.-84. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ для данных функций.

75. а) $y = \sqrt[3]{x + \sqrt{x}}$

б) $y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x}$

в) $y = 5^{\arctg^2 x}$

г) $y = x^{\frac{2}{\ln x}}$

76. а) $y = \frac{3}{(x^2 + 3x + 1)^{\frac{1}{3}}} - 2\sqrt{6x + 5}$

б) $y = \cos 2x \sin^2 x$

в) $y = \ln(\arctg x)$

г) $y = \sqrt[3]{x + 1}$

77. а) $y = \frac{x}{(x^3 + 1)^{\frac{1}{3}}}$

б) $y = \cos^5 3x \sin^3 5x$

в) $y = \sqrt{x} - \arctg \sqrt{x}$

г) $y = x^{\ln x}$

78. а) $y = x \sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}}$

б) $y = \ln \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$

в) $y = \sqrt{x^2 + 1} \arcsin x$

г) $y = (x+x^2)^x$

79. а) $y = \sqrt{x + \sqrt[3]{x}}$

б) $y = e^{\tg x} \cos x$

в) $y = 2^{\arcsin^2 3x}$

г) $y = (\cos x)^{\tg x}$

80. а) $y = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt[3]{x^3 + 1}$

б) $y = \arcsin(\tg \frac{x}{2})$

в) $y = \ln(e^x + \sqrt{e^{2x} + 1})$

г) $y = (\cos 3x)^x$

81. а) $y = \sqrt{\frac{x+x^2}{x-x^2}}$

б) $y = e^{\cos x} \sin^2 x$

в) $y = \ln(x^2 + \sqrt{x^4 + 1})$

г) $y = x^{\arctg x}$

82. а) $y = 5\sqrt{x^2 + \sqrt{x} + \frac{1}{x}}$

б) $y = \sqrt{x^2 + 1} \cos 6x$

в) $y = 9^{\arccos^2 7x}$

г) $y = (\sin 3x)^x$

83. а) $y = \left(1 + \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right)^2$ б) $y = \frac{\sin x}{1 + \operatorname{tg} 4x}$ в) $y = \operatorname{arctg}(e^{3x})$ г) $y = x^{\sin(\ln x)}$.

84. а) $y = \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-3x}}$ б) $y = \frac{e^x}{\cos x}$ в) $y = \arccos(\operatorname{tg} x)$ г) $y = (\operatorname{tg} 2x)^{\sin x}$.

85.-94. Для данных функций найти $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$.

85. а) $y = x\sqrt{x^2 + 1}$ б) $x = 2t - t^2$, $y = 3t - t^3$

86. а) $y = \frac{x}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}$ б) $x = 3\cos t$, $y = 4\sin t$

87. а) $y = \frac{\ln x}{x}$ б) $x = 2\cos^2 t$, $y = 4\sin^3 t$

88. а) $y = x^2 \ln x$ б) $x = \cos t + t \sin t$, $y = \sin t - t \cos t$

89. а) $y = x e^{-x}$ б) $x = 2\cos t - \cos 2t$, $y = \sin t - t \cos t$

90. а) $y = (1+x^2) \operatorname{arctg} x$ б) $x = 2t^3 + t$, $y = \ln t$

91. а) $y = e^x \cos x$ б) $x = 3t - t^3$, $y = 3t^2$

92. а) $y = e^{-x} \sin x$ б) $x = 2t - t^3$, $y = 2t^2$

93. а) $y = x e^{\frac{1}{x}}$ б) $x = ct \operatorname{tg} t$, $y = \frac{1}{\cos^2 x}$

94. а) $y = x e^{-x^2}$ б) $x = \ln t$, $y = \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{t}\right)$

95.- 104. Применяя формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа к функции $f(x) = e^x$ вычислить значение e^a с точностью 0.001.

95. $a = 0.49$ 96. $a = 0.36$ 97. $a = 0.13$ 98. $a = 0.83$ 99. $a = 0.59$
 100. $a = 0.53$ 101. $a = 0.78$ 102. $a = 0.21$ 103. $a = 0.15$ 104. $a = 0.72$

105. -114. Пользуясь правилом Лопиталю, вычислить пределы.

105. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\operatorname{tg} x - \frac{1}{1 - \sin x}\right)$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$ 106. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x}\right)$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\arcsin x)^{\sin x}$

107. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x}\right)$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{\ln x}}$ 108. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x}\right)$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x)^{\frac{1}{x}}$

109. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \operatorname{ctg}^2 x\right)$ б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x - \pi}$ 110. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x}\right)$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x}}$

111. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x}\right)$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^x$ 112. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2}\right)$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{ax}$

113. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\operatorname{arctg} x} - \frac{1}{x}\right)$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\ln x}$ 114. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right)$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln x)^{\frac{1}{x}}$

115.-124. Найти наименьшее и наибольшее значение функции $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$.

115. $f(x) = x^3 - 12x + 7$, $a = 0$, $b = 3$. 116. $f(x) = \frac{x-3}{x^2+7}$, $a = 2$, $b = 8$

117. $f(x) = x^3 - 12x + 7$, $a = -3$, $b = 0$ 118. $f(x) = \frac{x-3}{x^2+5}$, $a = 2$, $b = 8$

$$119. f(x) = \frac{1}{2}x - \sin x, a=0, b=\pi/2$$

$$120. f(x) = \frac{x-3}{x^2+7}, a=-2, b=5$$

$$121. f(x) = \frac{1}{2}x + \cos x, a=0, b=\pi/2$$

$$122. f(x) = \frac{x-3}{x^2+5}, a=-2, b=3$$

$$123. f(x) = \frac{1}{2}x - \sin x, a=-\pi/2, b=0$$

$$124. f(x) = \frac{x+3}{x-1}, a=2, b=8$$

Контрольная работа . Приложения дифференциального исчисления.

125.-134. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

125. $y=(1+x)(x-2)^2$	126. $y=\sin^4 x + \cos^4 x$	127. $y=2-\operatorname{tg} x$	128. $y=\frac{e^x}{1+x}$
129. $y=(x-3)\sqrt{x}$	130. $y=(1+x^2)e^{-x^2}$	131. $y=\frac{x}{x^2-1}$	132. $y=\frac{x^2}{x^2+1}$
133. $y=\sqrt[3]{x^2} e^{-x}$	134. $y=\sqrt{8x^2-x^4}$	135. $y=e^{2x-x^2}$	136. $y=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$
137. $y=x e^{-x^2}$	138. $y=\frac{x^2-1}{x^2+1}$	139. $y=e^{\frac{1}{3-x}}$	140. $y=\frac{4x}{4+x^2}$
141. $y=\ln(x^2-4)$	142. $y=\ln(9-x^2)$	143. $y=\frac{x^2+1}{x^2-1}$	144. $y=e^{\frac{1}{x+4}}$

145.-154. Написать уравнения касательной и нормали к кривой $y=f(x)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$.

145. $y=(x-2)e^x, M_0(0;-2)$	146. $y=\frac{1}{x^2-4}, M_0(1;-1/3)$
147. $y=(x^2+4)e^x, M_0(0;4)$	148. $y=\frac{x-5}{x^2-1}, M_0(0;5)$
149. $y=(x-5)\sqrt{x}, M_0(1;-4)$	150. $y=\frac{x^2+1}{x^2+9}, M_0(0;1/9)$
151. $y=(x^2-x)2^x, M_0(0;0)$	152. $y=\frac{\ln x}{x^2+1}, M_0(1;0)$
153. $y=(x+1)\sqrt{x}, M_0(0;0)$	154. $y=\frac{x^2+x-1}{x^2+2x+9}, M_0(0;-1/9)$

155.- 164. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

155. $\cos 59^\circ 36'$	156. $\operatorname{tg} 45^\circ 18'$	157. $\sqrt{1+(0.08)^2}$	158. $e^{0.03}$	159. $\ln(0.998)$
160. $\arcsin 0.498$	161. $\sin 30^\circ 16'$	162. $\operatorname{ctg} 44^\circ 58'$	163. $\operatorname{arctg} 0.998$	
164. $\arccos 0.995$				

Контрольная работа.

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

165.-174. Построить поверхности, заданные уравнениями.

165. $x^2+z^2=4$	166. $y^2-x^2=1$	167. $9x^2+16y^2=144$	168. $x^2+y^2=2x$
169. $y^2+2y=z$	170. $z^2+y^2-3x^2=1$	171. $x^2-3y^2-2z^2=1$	172. $5x^2+y^2+2z^2=1$
173. $x^2+2y^2-3z^2=0$		174. $3y^2+z^2=-x$	

175.-184. Найти области определения функций.

$$175. z = \arccos xy \qquad 176. z = \frac{\ln(x+y)}{2x-y} \qquad 177. z = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$$

$$178. z = \sqrt{x^2 + y^2 + 4y} \qquad 179. z = \arcsin(3-x^2-y^2) \qquad 180. z = \sqrt{x^2 - y^2}$$

$$181. z = \sqrt{4-x^2-4y^2} \qquad 182. z = \ln(y^2-4x+8) \qquad 183. z = \sqrt{x-\sqrt{y}}$$

$$184. z = \sqrt{x^2 + y^2 - 16}.$$

185.-194. Вычислить частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функций.

$$185. z = \ln\left(\frac{1}{x} + \sqrt{x^2 + y^2}\right) \qquad 186. z = \sqrt{\sin(y+2x-4)} \qquad 187. z = \arcsin^2 \sqrt{xy}$$

$$188. z = e^{3x} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{x}{y}} \qquad 189. z = \operatorname{ctg}(\ln(x-y)) \qquad 190. z = \cos^2 \ln(x^2+y^2)$$

$$191. z = x^{\frac{1}{y}} \cos y \qquad 192. z = e^{\frac{1}{xy}} \sqrt[4]{\cos x} \qquad 193. z = \operatorname{arctg}(x^2+e^{xy}) \qquad 194. z = \sqrt{\frac{y}{1+x^2}}.$$

195.-204. Вычислить производные от сложных функций.

$$195. z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \text{ где } y = \ln(x^2+x-3); \qquad \frac{dz}{dx} - ?$$

$$196. z = \ln(\sin(x\sqrt{y})), \text{ где } x = e^{t^2}, y = t^2; \qquad \frac{dz}{dt} - ?$$

$$197. z = \cos \frac{x}{x^2+y^2}, \text{ где } x = e^{y^2}; \qquad \frac{dz}{dy} - ?$$

$$198. z = \ln(x+\ln y), \text{ где } x = \frac{u}{v}, y = \sin \frac{u}{v}; \qquad \frac{\partial z}{\partial u} - ? \quad \frac{\partial z}{\partial v} - ?$$

$$199. z = e^{xy} + x\sqrt[3]{y}, y = \arcsin^2 \sqrt{x}; \qquad \frac{dz}{dx} - ?$$

$$200. z = \arcsin \frac{1+x^2}{y^2}, \text{ где } x = e^{y^{\frac{1}{2}}}; \qquad \frac{dz}{dy} - ?$$

$$201. z = \ln(x^2 + \sqrt{xy}), \text{ где } x = e^{uv}, y = \frac{v}{u^2}; \qquad \frac{\partial z}{\partial u} - ? \quad \frac{\partial z}{\partial v} - ?$$

$$202. z = \sqrt{\operatorname{tg}(x^3 - y^3)}, \text{ где } x = u \sin v, y = \frac{u}{2v}; \qquad \frac{\partial z}{\partial u} - ? \quad \frac{\partial z}{\partial v} - ?$$

$$203. z = \ln(xy + e^y), \text{ где } x = t^3, y = \frac{t-1}{t}, z = \frac{t}{t-1}; \qquad \frac{dz}{dt} - ?$$

$$204. z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{x-y}, \text{ где } x = \cos^2 y; \qquad \frac{dz}{dy} - ?.$$

205.-214. Вычислить частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функций, заданных неявно.

$$205. \arcsin xy - \cos^3 z + 3x = 0; \qquad 206. \cos(\ln(x-y)) + \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right) - e^{-z} = 0;$$

$$207. \ln \operatorname{tg} \sqrt{xyz} + e^{x^3} - \frac{1}{z} = 0;$$

$$208. \cos \frac{xy}{z} - \sqrt{\ln x} + \arcsin y^2 = 0;$$

$$209. \ln(x^2 + y^2 + z^2) - \sin \frac{1}{xy} = e^{z^2};$$

$$210. \ln \left(\operatorname{tg} \frac{y}{x} \right) - z^2 \ln x + y^3 = a;$$

$$211. \sin(x^2 + y^2)^2 + \operatorname{ctg} e^{xz} - \sqrt{z} = 0;$$

$$212. \arcsin \sqrt{xy} + e^{\cos z} - x \sin y = a;$$

$$213. z = \sin xy + \operatorname{arctg} \frac{x}{y-z};$$

$$214. x y \sin \frac{2z+1}{3} - e^{\frac{\cos x}{y}} = z \ln z.$$

215.- 224. Даны функция $z=z(x,y)$, точка $M_0(x_0,y_0)$ и вектор a .

Найти

1) $\operatorname{grad} z$ в точке M_0 ,

2) производную z в точке M_0 по направлению вектора a .

$$215. z=2x^3+2\sqrt{x-y^2}, \quad M_0(2,1), \quad a=2\bar{i}+\sqrt{5}\bar{j} \quad 216. z=2x^2+xy+y^2, \quad M_0(2,2), \quad a=\bar{i}-\sqrt{3}\bar{j}$$

$$217. z=\operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \quad M_0(1,3), \quad a=3\bar{i}+4\bar{j} \quad 218. z=x^2+y^2-3x+2y, \quad M_0(0,0), \quad a=4\bar{i}-3\bar{j}$$

$$219. z=5x^2y-7xy^2+5x, \quad M_0(1,2), \quad a=\bar{i}+2\bar{j} \quad 220. z=xy^2-xy-y^2, \quad M_0(2,-1), \quad a=2\bar{i}-\bar{j}$$

$$221. z=e^{x^3-3x^2y+3x+1}, \quad M_0(1,-1), \quad a=\bar{i}+\bar{j} \quad 222. z=x^2+5x+y^2-\frac{4}{y}, \quad M_0(0,2), \quad a=3\bar{i}+4\bar{j}$$

$$223. z=\sqrt{x^2+y^2}, \quad M_0(3,4), \quad a=-\bar{i}+\bar{j} \quad 224. z=x^2+y^2-xy^2-3y-1, \quad M_0(2,1), \quad a=-2\bar{i}+2\bar{j}$$

225-234. Найти неопределенные интегралы.

$$225. \text{a) } \int e^{\cos^2 x} \sin 2x dx$$

$$\text{b) } \int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$$

$$\text{c) } \int \frac{(x-c^2)dx}{(x+d)^2(x^2+4x+5)}$$

$$\text{d) } \int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$$

$$226. \int \frac{2 \ln x + 3}{x} dx$$

$$\text{b) } \int (x^2 + 3x - 2) \sin x dx$$

$$\text{c) } \int \frac{(x-c^2)dx}{(x+d)^2(x^2+4x+5)}$$

$$\text{d) } \int \frac{dx}{x^{1/2} + x^{1/3}}$$

$$227. \text{a) } \int \frac{dx}{(1+x^2)(9-4\operatorname{arctg} x)^{1/2}}$$

$$\text{b) } \int e^x \sin 3x \cdot dx$$

$$\text{c) } \int \frac{(x-c^2)dx}{(x+d)^2 \cdot (x^2+4x+5)}$$

$$\text{d) } \int \sqrt{4+x^2} dx$$

$$228. \text{a) } \int \frac{3^x dx}{9^x - 16}$$

$$\text{b) } \int x \cdot \ln(1+x) dx$$

$$\text{c) } \int \frac{(x-c^2)dx}{(x+d)^2 \cdot (x^2+4x+5)}$$

$$\text{d) } \int \frac{\sqrt{x^2-25}}{x} dx$$

229. a) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(x+9)}$

b) $\int x \cdot \arctg x \cdot dx$

c) $\int \frac{(x-c^2)dx}{(x+d)^2 \cdot (x^2+4x+5)}$

d) $\int \sqrt{1-x^2} dx$

230. a) $\int \frac{dx}{x^{2/3} \cdot (4x^{1/3} - 1)}$

b) $\int \arcsin x \cdot dx$

c) $\int \frac{(x-c^2)dx}{(x+d)^2 \cdot (x^2+4x+5)}$

d) $\int \frac{x^{1/2} dx}{x^{1/3} - 1}$

231. a) $\int \frac{x \cdot dx}{4x^4 + 9}$

b) $\int 2^x \cos x \cdot dx$

c) $\int \frac{(x-c^2)dx}{(x+d)^2 \cdot (x^2+4x+5)}$

d) $\int \frac{\sqrt{x^2-49}}{x^2} \cdot dx$

232. a) $\int \sin^3 x \cdot \cos x \cdot dx$

b) $\int (x^2 - 4) \sin 2x \cdot dx$

c) $\int \frac{(x-c^2)dx}{(x+d)^2 \cdot (x^2+4x+5)}$

d) $\int \frac{dx}{(2x-1)^{1/2} - 4}$

233. a) $\int \frac{5 \lg x - 4}{x} \cdot dx$

b) $\int (x^2 - 3x) \cdot 3^x dx$

c) $\int \frac{(x-c^2)dx}{(x+d)^2 \cdot (x^2+4x+5)}$

d) $\int \frac{dx}{(x-1)^{1/3} - (x-1)^{1/2}}$

234. a) $\int \frac{\sin x \cdot dx}{(4 - \cos^2 x)^{1/2}}$

b) $\int (x^2 + x) \cdot \ln x \cdot dx$

c) $\int \frac{(x-c^2)dx}{(x+d)^2 \cdot (x^2+4x+5)}$

d) $\int \frac{dx}{(x-1)^{1/3} - 1}$

235-244. Вычислить определенные интегралы:

235. $\int_1^e \frac{3 \ln + 5}{x} dx;$

236. $\int_0^{\pi/2} \sin x \cdot \cos^2 x \cdot dx:$

$$237. \int_0^2 \frac{x dx}{(x^2 + 5)^{1/2}} ;$$

$$238. \int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)(1+3 \cdot \arctg x)} ;$$

$$239. \int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 4} dx ;$$

$$240. \int_0^1 \frac{3^x dx}{1+9^x} ;$$

$$241. \int_0^{\pi/4} \frac{3 \operatorname{tg} x - 5}{\operatorname{Cos}^2 x} dx ;$$

$$242. \int_{1/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{dx}{(1-x^2)^{1/2} \operatorname{arcSin}^2 x} ;$$

$$243. \int_1^{10} \frac{1-3 \cdot \lg x}{x} dx ;$$

$$244. \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\operatorname{Cos} x \cdot dx}{2 \operatorname{Sin} x + 3} .$$

245-254. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$245. \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\operatorname{Cos} x dx}{1 - \operatorname{Sin} x} ;$$

$$246. \int_0^{\infty} x \cdot \operatorname{Cos} x dx ;$$

$$247. \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 5} ;$$

$$248. \int_1^{\infty} \frac{dx}{1+x^{1/3}} ;$$

$$249. \int_{-\infty}^0 \frac{2x dx}{x^2 + 1} ;$$

$$250. \int_3^{\infty} \frac{x dx}{(x^2 - 5)^{1/2}} ;$$

$$251. \int_0^{\infty} e^{-x} \operatorname{Cos} x \cdot dx ;$$

$$252. \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 4x + 5} ;$$

$$253. \int_3^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx ;$$

$$254. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x(x+1)} .$$

255-264. Вычислить площадь фигуры, ограниченной данными кривыми.

$$255. \begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = x^2 \end{cases}$$

$$256. \begin{cases} x = 2(t - \operatorname{Sin} t) \\ y = 2(1 - \operatorname{Cos} t) \end{cases} \quad (0 \leq t < 2\pi)$$

$$257. \begin{cases} y = 4x \\ y = x^2 \end{cases}$$

$$258. \begin{cases} r = 2 \operatorname{Sin} 3\varphi \\ r \geq 1 \end{cases}$$

$$259. \begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 3\sin t \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$260. \begin{cases} y = 2 + x \\ y = 2 - x \\ y = 0 \end{cases}$$

$$261. \begin{cases} y = x^2 \\ y^2 = x \end{cases}$$

$$262. \begin{cases} r = 3\sin 4\varphi \\ r \geq 3\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$263. \begin{cases} y = x^2 \\ y = -4x \\ y = 8 \end{cases}$$

$$264. \begin{cases} y = 3x \\ y = 1 - x \\ y = x \end{cases}$$

265-274. Найти общее решение линейного ДУ.

$$265. y' + 2y = e^x$$

$$266. y' - y \operatorname{tg} x = (\cos x)^{-1}$$

$$2267. y' + y \cos x = \sin x \cdot \cos x$$

$$268. y' - \frac{y}{x} = \frac{\ln x}{x}$$

$$269. y' - e^{-x}y + e^{-2x} = 0$$

$$270. y' + y = \sin x$$

$$271. xy' + y - e^x = 0$$

$$272. xy' - y = x^2$$

$$273. x(x^2 + 1)y' + y = x(x^2 + 1)$$

$$274. y' - \frac{y}{(1-x^2)} = 1 + x$$

275-284. Найти общее решение ДУ.

$$275. y' - \frac{y}{x} = \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$276. x^3 y' = y(y^2 + x^2)$$

$$277. (y+x)y' - y = 0$$

$$278. \frac{x}{y} y' = \ln \frac{y}{x}$$

$$279. y' = \frac{y}{x} + 1$$

$$280. x^2 y' + y^2 = xy y'$$

$$281. xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$282. y' - \frac{y}{x} = e^{y/x}$$

$$283. (x^2 - y^2)y' = 2xy$$

$$284. y' = \frac{x-y}{x+y} 1$$

285-294. Найти общее решение уравнения 2-го порядка

285. $1 + (y')^2 = 2yy''$

286. $y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0$

287. $xy'' = y' \left(\ln \frac{y'}{x} \right)$

288. $yy'' + (y')^2 = 1$

289. $yy'' = (y')^2 - (y')^3$

290. $2(y')^2 = y''(y-1)$

291. $xy'' + x(y')^2 - y' = 0$

292. $xy'' - y' = x$

293. $y''' = \frac{y'}{x} + x$

294. $2xy' = y''(1+x^2)$

295-304. Найти частное решение ДУ, удовлетворяющее данными начальными условиями (решение задачи Коши).

295. $y'' - 4y' - 12y = 8\sin 2x$

$y(0) = 0, y'(0) = 0$

296. $y'' + 2y' + y = 3e^{2x}$

$y(0) = 1, y'(0) = 0$

297. $y'' + 4y' + 5y = x - 2$

$y(0) = 0, y'(0) = 0$

298. $y'' - 5y' + 4y = \sin 2x$

$y(0) = 0, y'(0) = 0$

299. $y'' + y' - 2y = e^x$

$y(0) = 1, y'(0) = 0$

300. $y'' + 4y = x^2$

$y(0) = 0, y'(0) = 0$

301. $y'' + y = 2\sin x$

$y(0) = 0, y'(0) = 0$

302. $y'' + 2y' + 5y = 2e^{2x}$

$y(0) = 0, y'(0) = 1$

303. $y'' - y' = 2e^{-x}$

$y(0) = 2, y'(0) = 1$

304. $y'' - 2y' = \cos x$

$y(0) = 1, y'(0) = 0$

305-314. Найти общее решение системы ДУ.

305.
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + e' + e^{-t} \\ \frac{dy}{dt} = x \end{cases}$$

306.
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - 6x + e^{-2t} \\ \frac{dy}{dt} = 2x - 5y + e^t \end{cases}$$

$$307. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3y + x \\ \frac{dy}{dt} = y - 3x \end{cases}$$

$$308. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -2y - 5x \\ \frac{dy}{dt} = x - 7y \end{cases}$$

$$309. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3y + 4x \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y \end{cases}$$

$$310. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + x \\ \frac{dy}{dt} = 1 - x \end{cases}$$

$$311. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y \\ \frac{dy}{dt} = x + e^t \end{cases}$$

$$312. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y \\ \frac{dy}{dt} = \sin t - 3x \end{cases}$$

$$313. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + x \\ \frac{dy}{dt} = y - x \end{cases}$$

$$314. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y \\ \frac{dy}{dt} = -x + \cos t \end{cases}$$

371-380. Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координатах площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными уравнениями в декартовых координатах.

371. $x^2 + y^2 - 2y = 0$, $x^2 + y^2 - 4y = 0$, $y = x$, $y = -x$;

372. $x^2 + y^2 - 2x = 0$, $x^2 + y^2 - 6x = 0$, $y = x$, $y = -x$;

373. $x^2 + y^2 + 2y = 0$, $x^2 + y^2 + 4y = 0$, $y = x$, $y = -x$;

374. $x^2 + y^2 + 2x = 0$, $x^2 + y^2 + 6x = 0$, $y = x$, $y = -x$;

375. $x^2 + y^2 - 4y = 0$, $x^2 + y^2 - 6y = 0$, $y = x$, $x = 0$;

376. $x^2 + y^2 - 2x = 0$, $x^2 + y^2 - 4x = 0$, $y = \sqrt{3}x$, $y = 0$;

377. $x^2 + y^2 - 2y = 0$, $x^2 + y^2 - 2x$;

378. $x^2 + y^2 - 2y = 0$, $x^2 + y^2 + 2x = 0$;

379. $x^2 + y^2 + 2y = 0$, $x^2 + y^2 + 2x = 0$;

380. $x^2 + y^2 + 2y = 0$, $x^2 + y^2 - 2x = 0$.

381-390. Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями.

381. $z = 4 - y^2$, $z = y^2 + 2$, $x = -1$, $x = 2$;

382. $z = x^2 + y^2$, $z = 2x^2 + 2y^2$, $y = x^2$, $y = 1$;

383. $z = y$, $z = 2y$, $y = x^2$, $y = 1$;

384. $z = x$, $z = 2x$, $y^2 = x$, $x = 1$;

385. $z = x^2 + y^2$, $z = 3x^2 + 3y^2$, $y = x^2$, $y^2 = x$;

386. $x^2 + y = 3$, $2y - z = 0$, $z = 0$;

387. $z = \sqrt{1 - y}$, $y = x^2$, $z = 0$;

388. $z = 0$, $z = 2 - x$, $y = \frac{1}{4}x^2$, $y = 2\sqrt{x}$;

389. $z = 0$, $x = 0$, $y = 0$, $z = y^2 + 1$, $y + x = 1$;

390. $z = 0$, $x = 0$, $z = y^2$, $2x + 3y = 6$.

391-400. Вычислить криволинейные интегралы.

391. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L e^{x+y} dx + y dy$ по контуру L , где L - ломаная

OAB : $O(0;0)$; $A(4;0)$; $B(0;2)$.

392. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L x \ln y dx + \frac{x^2}{2y} dy$ по пути L , где L - некоторый

путь, соединяющий точки $A(1;e)$; $B(2;e^2)$.

393. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L x e^y dx + x y dy$ по дуге параболы $y=x^2$ от точки

точки $A(1;1)$; $B(2;4)$.

394. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L x \sin 2y dx + x^2 \cos 2y dy$ по пути, соединяющему

точку $A(1;\pi/6)$ с точкой $B(0;\pi/4)$.

395. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (x+y) dx - (x-y) dy$ по контуру L : $x=4\cos t$,

$y=4\sin t$, $\frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi$.

396. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L y \cos x dx + x^2 dy$ по дуге параболы $y=x^2$ от точки

точки $A(0;0)$; $B(\pi/4; \pi^2/16)$.

397. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L \frac{x dx - y dy}{x^2 + y^2}$ по контуру L : $x=2\cos t$, $y=2\sin t$,

$\pi \leq t \leq \frac{3\pi}{2}$.

398. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x - 3y) dx + (x + y) dy$ по контуру L , где L -

ломаная OAB : $O(0;0)$; $A(2;0)$; $B(0;4)$.

399. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (e^x + yx) dx + (e^y - x) dy$ по отрезку прямой,

соединяющей точки $A(2;1)$, $B(-2;2)$.

400. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L \cos y dx - \sin x dy$, взятый вдоль отрезка прямой,

соединяющей точки $A(2;-2)$, $B(-2;2)$.

401-410. Вычислить криволинейные интегралы по замкнутому контуру с помощью формулы Грина.

401. По формуле Грина вычислить криволинейный интеграл $\oint_L x \ln y dx + x y dy$, взятый по

замкнутому контуру L : $y=1$, $y=2$, $x=0$, $xy=1$.

402. По формуле Грина вычислить криволинейный интеграл $\oint_L (x + y^2) dx - (2x^2 - y) dy$, где

L - контур прямоугольника с вершинами: $A(1;1)$, $B(2;2)$, $C(2;-1)$, $D(1;-2)$.

403. По формуле Грина вычислить криволинейный интеграл $\oint_L xe^y dx + 2x^2 y dy$, взятый по замкнутому контуру L: $y=x^2, y=3$.

404. По формуле Грина вычислить криволинейный интеграл $\oint_L 2(x^2 + y^2) dx + (x + y)^2 dy$, где L- контур треугольника с вершинами: A(1;1), B(2;2), C(1;2).

405. По формуле Грина вычислить криволинейный интеграл $\oint_L xy dx + (x - 2y) dy$, взятый по замкнутому контуру L: $y^2+x^2=1$.

406. По формуле Грина вычислить криволинейный интеграл $\oint_L xsiny dx + x^2 dy$, взятый по замкнутому контуру L: $y=x^2, y=2, x=0 (x \geq 0)$.

407. По формуле Грина вычислить криволинейный интеграл $\oint_L x^2 y dx + xy^2 dy$, взятый по замкнутому контуру L: $y-x=0, y+x=0, x=\sqrt{4-y^2}$.

408. По формуле Грина вычислить криволинейный интеграл $\oint_L \left(e^{x^2} - \frac{y^2}{2} \right) dx + \left(\frac{x^2}{2} + \sin^2 y \right) dy$, где L- контур, ограниченный линиями: $y=x, y=-1, x=-\sqrt{y}$.

409. По формуле Грина вычислить криволинейный интеграл $\oint_L (y^2 + \sin^3 y) dx + (e^{\cos y} - x^2) dy$, взятый по замкнутому контуру L: $y=-\sqrt{x}, x=1, x=\sqrt{y}$.

410. По формуле Грина вычислить криволинейный интеграл $\oint_L (xy - \ln^2 x) dx + (2x^2 + tgy) dy$, взятый по замкнутому контуру L: $y+x=1, y=0, y=\sqrt{x+1}$.

421-430. Исследовать сходимость числового ряда.

$$421. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2};$$

$$422. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n}}{(n+6)^{1/2}};$$

$$423. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n2^n}{(n+1)!};$$

$$424. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}n\right)}{n!};$$

$$425. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln(n+1)};$$

$$426. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n3^n}{(2n+1)!};$$

$$427. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{(5n+4)!};$$

$$428. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n-3}}{(n+5)^{1/2}};$$

$$429. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+3} \right)^n;$$

$$430. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln^3(n+1)}.$$

431-440. Найти интервал сходимости степенного ряда.

$$431. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5n+1)x^n}{(2n+1)5^n};$$

$$432. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!};$$

$$433. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2 x^n}{(2n)!};$$

$$434. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 x^n}{(3n-1)!};$$

$$435. \sum_{n=1}^{\infty} 5^{n^2} x^n;$$

$$436. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)3^{n-1} x^{n-1}}{2n(4n-3)};$$

$$437. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n} (-1)^{n+1}}{(2n-1)!};$$

$$438. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)^n 4^n x^n}{n(2n+1)};$$

$$439. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 2n x^n;$$

$$440. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{100^n x^n}{(n-3)!}.$$

441-450. С помощью разложения в ряд подынтегральной функции вычислить определенный интеграл с погрешностью 0.001.

$$441. \text{ а) } \int_{-0.4}^0 \sin\left(\frac{5}{2}x^2\right) dx;$$

$$\text{ б) } \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x^5+1};$$

$$442. \text{ а) } \int_{-\frac{1}{3}}^0 \frac{(1-\cos 3x) dx}{x^2};$$

$$\text{ б) } \int_0^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{x^4+1};$$

$$443. \text{ а) } \int_{-0.3}^0 \cos\left(\frac{10}{3}x^2\right) dx;$$

$$\text{ б) } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{(x^5+1)^{\frac{1}{3}}};$$

$$444. \text{ а) } \int_{-0.2}^0 e^{-5x^2} dx;$$

$$\text{ б) } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{(x^3+1)^{\frac{1}{8}}};$$

$$445. \text{ а) } \int_{-\frac{1}{4}}^0 \frac{\sin 2x dx}{x};$$

$$\text{ б) } \int_0^{\frac{1}{5}} \frac{dx}{(x^3+1)^{\frac{1}{4}}};$$

$$446. \text{ а) } \int_0^{\frac{1}{4}} e^{-3x^2} dx;$$

$$\text{ б) } \int_0^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{(x^3+1)^{\frac{1}{5}}};$$

$$447. \text{ а) } \int_{-0.2}^0 \frac{\ln(1-2x^3) dx}{x};$$

$$\text{ б) } \int_0^{\frac{1}{5}} \frac{dx}{(x^3+1)^{\frac{1}{6}}};$$

$$448. \text{ a) } \int_0^{-0.2} \frac{\sin(x^3) dx}{x^2};$$

$$\text{б) } \int_0^{1/4} \frac{dx}{(x^7 + 1)^{1/7}};$$

$$449. \text{ a) } \int_{-0.2}^0 \cos(x^4) dx;$$

$$\text{б) } \int_0^{0.1} \frac{dx}{(x^5 + 1)^{1/5}};$$

$$450. \text{ a) } \int_0^{1/4} x^{1/3} e^x dx;$$

$$\text{б) } \int_0^{1/5} \frac{dx}{(x^2 + 1)^{1/4}}.$$

451-460. Найти три первых, отличных от 0, члена разложения в ряд Тейлора решения дифференциального уравнения $f(x, y) = 0$, удовлетворяющего начальному условию $y(0) = y_0$.

$$451. y' = x^2 + y^2, y(0) = 1/2;$$

$$452. y' = x^2 - y^2, y(0) = 0;$$

$$453. y' = (x + y)^2, y(0) = 1;$$

$$454. y' = (8x + 2y + 1)^2, y(0) = 1/2;$$

$$455. y'(2x - y + 4) + x - 2y + 5 = 0, y(0) = 3;$$

$$456. y'(x + y + 1) + 3x + 3y - 1 = 0, y(0) = 0;$$

$$457. y'(2x + 4y + 3) - x - 2y - 1 = 0, y(0) = -1;$$

$$458. y' = x + y^2, y(0) = 1;$$

$$459. y' = xy + e^y, y(0) = 1;$$

$$460. y' = x + y^2 + \cos x, y(0) = 0.$$

461-470. Разложить данную функцию в ряд по степеням x и определить интервал сходимости получившегося ряда.

$$461. f(x) = \ln(8 - x^3);$$

$$462. f(x) = \cos^2\left(\frac{3}{2}x\right);$$

$$463. f(x) = \lg(10 + x^2);$$

$$464. f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right);$$

$$465. f(x) = x^2 e^{x^2};$$

$$466. f(x) = x^2 \sin(x^3);$$

$$467. f(x) = \ln(e^x - x^2);$$

$$468. f(x) = \sin^2(3x);$$

$$469. f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right);$$

$$470. f(x) = x e^{2 - x^2}.$$

471-480. Найти решение уравнения $\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$

1. Методом Даламбера, если в начальный момент $t=0$ форма струны и скорость точки струны с абсциссой x определяются соответственно заданными функциями (начальные условия):

$$U|_{t=0} = f(x) \text{ и } \left. \frac{\partial U}{\partial t} \right|_{t=0} = F(x).$$

2. Методом Фурье для закрепленной по краям струны длиной l , то есть, при граничных условиях $U(0; t) = U(l; t) = 0$.

$$471. f(x) = x(2 - x),$$

$$F(x) = e^{-x}.$$

$$472. f(x) = x^2,$$

$$F(x) = \sin x.$$

$$473. f(x) = e^x,$$

$$F(x) = \omega x.$$

$$474. f(x)=\cos x, \quad F(x)=\omega x.$$

$$475. f(x)=\sin x, \quad F(x)=v_0.$$

$$476. f(x)=x, \quad F(x)=\cos x.$$

$$477. f(x)=\sin x, \quad F(x)=\cos x.$$

$$478. f(x)=x(x-2), \quad F(x)=e^x.$$

$$479. f(x)=\cos x, \quad F(x)=\sin x.$$

$$480. f(x)=e^{-x}, \quad F(x)=v_0.$$

481-490. Методом операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям.

$$481. x''+2x'+x=te^{-t}, \quad x(0)=1, x'(0)=2;$$

$$482. x''+4x=2, \quad x(0)=0, x'(0)=0;$$

$$483. x''+x=2\cos t, \quad x(0)=0, x'(0)=-1;$$

$$484. x''+3x'=e^{-3t}, \quad x(0)=0, x'(0)=-1;$$

$$485. x''-2x'+2x=\sin t, \quad x(0)=0, x'(0)=1;$$

$$486. x''-2x'-3x=e^{3t}, \quad x(0)=0, x'(0)=0;$$

$$487. x''+4x=\sin 2t, \quad x(0)=1, x'(0)=-2;$$

$$488. x'''-x''=e^t, \quad x(0)=1, x'(0)=x''(0)=0;$$

$$489. x''+x=t^3+6t, \quad x(0)=0, x'(0)=0;$$

$$490. x''+4x=8t, \quad x(0)=0, x'(0)=4;$$

491-500. Методом операционного исчисления найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

$$491. \begin{cases} x' - 4x + y = t - 5, \\ y' - x - 2y = t - 1; \end{cases} \quad \begin{aligned} x(0) &= 1, \\ y(0) &= 2; \end{aligned}$$

$$492. \begin{cases} x' + y = 0, \\ y' + x = 0; \end{cases} \quad \begin{aligned} x(0) &= 1, \\ y(0) &= -1; \end{aligned}$$

$$493. \begin{cases} x' - x - 2y = 0, \\ y' - 2x - y = 1; \end{cases} \quad \begin{aligned} x(0) &= 0, \\ y(0) &= 5; \end{aligned}$$

$$494. \begin{cases} x' - 2y = 0, \\ y' - 2x = 0; \end{cases} \quad \begin{aligned} x(0) &= 2, \\ y(0) &= 2; \end{aligned}$$

$$495. \begin{cases} x' - 3x - 4y = 0, \\ y' - 4x + 3y = 0; \end{cases} \quad \begin{aligned} x(0) &= 1, \\ y(0) &= 1; \end{aligned}$$

$$496. \begin{cases} x' - y = 0, \\ y' - x = e^t + e^{-t}; \end{cases} \quad \begin{aligned} x(0) &= 0, \\ y(0) &= 1; \end{aligned}$$

$$497. \begin{cases} x' - 2x + y = 0, \\ y' + x - 2y = -e^t \sin t; \end{cases} \quad \begin{aligned} x(0) &= 2, \\ y(0) &= 3; \end{aligned}$$

$$498. \begin{cases} x' + y' = e^{-t} - y, \\ y' + 2x' = \sin t - 2y; \end{cases} \quad \begin{aligned} x(0) &= -2, \\ y(0) &= 2; \end{aligned}$$

$$499. \begin{cases} x' + 7x - y = 5, \\ y' + 2x + 5y = -37t; \end{cases} \quad \begin{aligned} x(0) &= 0, \\ y(0) &= 0; \end{aligned}$$

$$500. \begin{cases} x' + y' = e^t + y, \\ y' + 2x' = \cos t - 2y; \end{cases} \quad \begin{aligned} x(0) &= 0, \\ y(0) &= 0; \end{aligned}$$

521-530. Разложить данную функцию $f(x)$ в ряд Фурье в интервале $(a;b)$.

521. $f(x)=x+1$ в интервале $(-\pi;\pi)$.
 522. $f(x)=x^2+1$ в интервале $(-2;2)$.
 523. $f(x)=(\pi-x)/2$ в интервале $(-\pi;\pi)$.
 524. $f(x)=1+|x|$ в интервале $(-1;1)$.
 425. $f(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } -\pi \leq x < 0 \\ x, & \text{при } 0 \leq x < \pi \end{cases}$ в интервале $(-\pi;\pi)$.
 526. $f(x)=|1-x|$ в интервале $(-2;2)$.
 527. $f(x)=|x|$ в интервале $(-\pi;\pi)$.
 528. $f(x)=x-1$ в интервале $(-1;1)$.
 529. $f(x)=x^2$ в интервале $(0;2\pi)$.
 530. $f(x)=\begin{cases} 2, & \text{при } -\pi < x < 0 \\ 1, & \text{при } 0 \leq x < \pi \end{cases}$ в интервале $(-\pi;\pi)$.

531-540/ Найти изображение функции $f(t)$.

531. $\sin^4 t$ 536. $\sin[3(t-2)]$
 532. $2-3\sin t$ 537. $\cos(at-b)$
 533. $\sin t + \cos t$ 538. $e^t \cos^2 t$
 534. $\cos^3 t$ 539. $t e^{2t}$
 535. $\sin t \cos t$ 540. $t^2 \sin(2t)$

541-550. Найти оригинал функции $F(p)$.

541. $\frac{2}{p^2 - 2p + 2}$ 546. $\frac{2}{p^2 - 2p + 21}$
 542. $\frac{3}{p^2 + 2p - 3}$ 547. $\frac{1}{p^2(p^2 + 1)}$
 543. $\frac{1}{2p^2 - 8p + 10}$ 548. $\frac{1}{(p-1)(p^2 - 4)}$
 544. $\frac{p-3}{p^2 + 2p + 5}$ 549. $\frac{1}{p^3 - 8}$
 545. $\frac{p+1}{p^2 - 6p + 10}$ 550. $\frac{7}{p^2 + 10p + 41}$

551-560. Дано скалярное поле $U(x,y,z)$.

а) Найти уравнения семейства поверхностей уровня. Построить поверхность уровня, проходящую через точку M .

б) Найти величину и направление наибольшего изменения функции в точке M .

с) Найти производную в точке M по направлению, идущему от точки M к точке N .

Установить характер роста (возрастание или убывание) функции в этом направлении.

551. $U=e^{x^2-y^2+z^2}$, $M(3;1;-1)$, $N(2;-1;1)$.
 552. $U=e^{x^2+2y^2-2z}$, $M(1;1;-1)$, $N(2;0;1)$.
 553. $U=e^{x^2+4y^2+z^2}$, $M(0;1;0)$, $N(2;-1;1)$.
 554. $U=e^{x^2+y^2-z}$, $M(1;2;-1)$, $N(0;0;-1)$.
 555. $U=e^{x^2-y^2-z^2}$, $M(2;1;-2)$, $N(1;-1;0)$.
 556. $U=e^{-x+y^2+4z^2}$, $M(1;-1;1)$, $N(2;1;-1)$.

$$557. U=e^{x^2+y^2+z^2}, \quad M(0;1;1), \quad N(0;-1;0).$$

$$558. U=e^{2x^2+2y^2+z^2}, \quad M(1;1;2), \quad N(2;-1;1).$$

$$559. U=e^{2x^2+y^2+4z^2}, \quad M(1;2;1), \quad N(2;4;3).$$

$$560. U=e^{x^2+y^2-z}, \quad M(1;3;1), \quad N(3;1;0).$$

561-570. Для плоского векторного поля \vec{F} найти уравнения семейства векторных линий. Построить векторную линию, проходящую через точку M.

$$561. \vec{F}=4y\vec{i} - 9x\vec{j}, \quad M(0;1).$$

$$562. \vec{F}=2x\vec{i} + y\vec{j}, \quad M(4;1).$$

$$563. \vec{F}=x\vec{i} + 2y\vec{j}, \quad M(1;9).$$

$$564. \vec{F}=9y\vec{i} - 4x\vec{j}, \quad M(2;1).$$

$$565. \vec{F}=3x\vec{i} + y\vec{j}, \quad M(8;1).$$

$$566. \vec{F}=2y\vec{i} + 3x\vec{j}, \quad M(2;2).$$

$$567. \vec{F}=x\vec{i} + 3y\vec{j}, \quad M(1;8).$$

$$568. \vec{F}=x\vec{i} + y\vec{j}, \quad M(3;-1).$$

$$569. \vec{F}=3y\vec{i} + 4x\vec{j}, \quad M(2;-2).$$

$$570. \vec{F}=x\vec{i} - y\vec{j}, \quad M(4;-1).$$

571-580. Дано векторное поле $\vec{F} = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}$ и плоскость $Ax+By+Cz+D=0$ (p), которая вместе с координатными осями образует пирамиду V . Пусть σ - основание пирамиды, принадлежащее плоскости (p); λ - контур, ограничивающий σ ; \vec{n} - нормаль к σ , направленная вне пирамиды V . Требуется вычислить:

- 1) поток векторного поля \vec{F} через поверхность σ в направлении нормали \vec{n} ;
- 2) циркуляцию векторного поля \vec{F} АО замкнутому контуру λ непосредственно и применив теорему Стокса к поверхности σ с ограничивающим ее контуром λ ;
- 3) поток векторного поля \vec{F} через полную поверхность пирамиды V в направлении внешней нормали к ее поверхности непосредственно и применив теорему Гаусса-Остроградского.

Сделать чертеж.

$$571. \vec{F}=(x+z)\vec{i}; \quad x+y+z-2=0.$$

$$572. \vec{F}=(y-x+z)\vec{j}; \quad 2x-y+2z-2=0.$$

$$573. \vec{F}=(x+7z)\vec{k}; \quad 2x+y+z-4=0.$$

$$574. \vec{F}=(x+2y-z)\vec{i}; \quad -x+2y+2z-4=0.$$

$$575. \vec{F}=(2x+3y-3z)\vec{j}; \quad 2x-3y+2z-6=0.$$

$$576. \vec{F}=(2x+4y+3z)\vec{k}; \quad 3x+2y+3z-6=0.$$

$$577. \vec{F}=(x-y+z)\vec{i}; \quad -x+2y+z-4=0.$$

$$578. \vec{F}=(3x+4y+2z)\vec{j}; \quad x+y+2z-4=0.$$

$$579. \vec{F}=(5x+2y+3z)\vec{k}; \quad x+y+3z-3=0.$$

$$580. \vec{F}=(x-3y+6z)\vec{i}; \quad -x+y+2z-4=0.$$

581-590. Проверить является ли векторное поле $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$ потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля \vec{F} найти его потенциал.

$$581. \vec{F} = (6x + 7yz)\vec{i} + (6y + 7xz)\vec{j} + (6z + 7xy)\vec{k}$$

$$582. \vec{F} = (8x - 5yz)\vec{i} + (8y - 5xz)\vec{j} + (8z - 5xy)\vec{k}$$

$$583. \vec{F} = (10x - 3yz)\vec{i} + (10y - 3xz)\vec{j} + (10z - 3xy)\vec{k}$$

$$584. \vec{F} = (12x + yz)\vec{i} + (12y + xz)\vec{j} + (12z + xy)\vec{k}$$

$$585. \vec{F} = (4x - 7yz)\vec{i} + (4y - 7xz)\vec{j} + (4z - 7xy)\vec{k}$$

$$586. \vec{F} = (x + 2yz)\vec{i} + (y + 2xz)\vec{j} + (z + 2xy)\vec{k}$$

$$587. \vec{F} = (5x + 4yz)\vec{i} + (5y + 4xz)\vec{j} + (5z + 4xy)\vec{k}$$

$$588. \vec{F} = (7x - 2yz)\vec{i} + (7y - 2xz)\vec{j} + (7z - 2xy)\vec{k}$$

$$589. \vec{F} = (3x - yz)\vec{i} + (3y - xz)\vec{j} + (3z - xy)\vec{k}$$

$$590. \vec{F} = (9x + 5yz)\vec{i} + (9y + 5xz)\vec{j} + (9z + 5xy)\vec{k}$$

501-510. Решить задачи.

501. В первой урне содержится 13 шаров, из них 10 черных и 3 белых; во второй урне 20 шаров, из них 13 черных и 7 белых. Из первой урны наугад извлечен один шар и переложен во вторую. Найти вероятность, что шар, извлеченный из второй урны, окажется черным.

502. Работница обслуживает три машины. Вероятность того, что в течение некоторого времени первая машина не потребует внимания, равна 0,9, вторая- 0,8, третья- 0,7. Найти вероятность того, что в течение того же времени: 1) ни одна из машин не потребует внимания; 2) все три потребуют внимания; 3) только одна не потребует внимания.

503. Одинаковые детали обрабатываются тремя рабочими на трех станках. Вероятность брака равна соответственно 0,01; 0,002; 0,003. Обработанные детали складываются в один ящик. Какова вероятность того, что наугад взятая деталь будет бракованной, если производительности станков относятся как 2: 3: 5? (Каков процент бракованных деталей, производимых тремя рабочими?).

504. Вероятность хотя бы одного попадания при трех выстрелах равна 0,973. Найти вероятность трех попаданий при четырех выстрелах.

505. В группе из 10 студентов, пришедших на экзамен, трое подготовлены отлично, 4- хорошо, 2- удовлетворительно, 1 – плохо. В экзаменационных билетах имеется 20 вопросов. Отличник может ответить на все 20 вопросов, хорошо подготовленный- на 16, удовлетворительно – на 10, плох- на 5. Вызванный наугад студент ответил на три произвольно заданных вопроса. Найти вероятность того, что этот студент подготовлен: 1) отлично; 2) плохо.

506. Имеются три одинаковых по виду ящика. В первом ящике 20 белых шаров, во втором- 10 белых и 10 черных шаров, в третьем ящике 20 черных шаров. Из выбранного наугад ящика вынимается один шар. Найти вероятность того, что этот шар окажется белым.

507. Известно, что 96% выпускаемой продукции удовлетворяет стандарту. Упрощенная схема контроля признает пригодной стандартную продукцию с вероятностью 0,98 и непригодную- с вероятностью 0,05. Определить вероятность того, что изделие, прошедшее упрощенный контроль, удовлетворяет стандарту.

508. 30% приборов собирает специалист высокой квалификации и 70 % - средней.

Надежность работы прибора, собранного специалистом высокой квалификации 0,90.

Надежность прибора, собранного специалистом средней квалификации 0,80. Взятый прибор оказался надежным. Определить вероятность того, что он собран специалистом высокой квалификации.

509. Детали, изготовленные цехом завода, попадают на проверку их на стандартность к одному из двух контролеров. Вероятность того, что деталь будет признана стандартной первым контролером, равна 0,94, а вторым- 0,98. Деталь при проверке признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контролер.

510. Вероятность того, что расход электроэнергии в продолжении одних суток не превысит установленной нормы, равна 0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.

511-520. Две независимые случайные величины X и Y заданы рядами распределения. Найти математическое ожидание и дисперсию величины Z.

$$511. \begin{array}{c|c|c|c} X & 0 & 2 & 4 \\ \hline P & 0.3 & 0.4 & 0.3 \end{array}, \quad \begin{array}{c|c|c} Y & -2 & 2 \\ \hline P & 0.4 & 0.6 \end{array}, \quad Z=X-2Y.$$

$$512. \begin{array}{c|c|c|c} X & 0 & 2 & 4 \\ \hline P & 0.25 & 0.5 & 0.25 \end{array}, \quad \begin{array}{c|c|c} Y & 3 & 6 \\ \hline P & 1/3 & 1/3 \end{array}, \quad Z=3X+5Y.$$

$$513. \begin{array}{c|c|c|c} X & -4 & 0 & 4 \\ \hline P & 0.25 & 0.5 & 0.25 \end{array}, \quad \begin{array}{c|c|c} Y & 2 & 4 \\ \hline P & 0.5 & 0.5 \end{array}, \quad Z=\frac{X+Y}{2}.$$

$$514. \begin{array}{c|c|c|c} X & 2 & 4 & 6 \\ \hline P & 0.3 & 0.4 & 0.3 \end{array}, \quad \begin{array}{c|c|c} Y & -4 & 4 \\ \hline P & 0.4 & 0.6 \end{array}, \quad Z=2X-3Y.$$

$$515. \begin{array}{c|c|c|c} X & 0 & 2 & 4 \\ \hline P & 0.3 & 0.4 & 0.3 \end{array}, \quad \begin{array}{c|c|c} Y & -2 & 2 \\ \hline P & 0.4 & 0.6 \end{array}, \quad Z=2X-Y.$$

$$516. \begin{array}{c|c|c|c} X & 1 & 2 & 3 \\ \hline P & 0.2 & 0.5 & 0.3 \end{array}, \quad \begin{array}{c|c|c} Y & 2 & 4 \\ \hline P & 0.3 & 0.7 \end{array}, \quad Z=X-3Y.$$

$$517. \begin{array}{c|c|c|c} X & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & 0.25 & 0.5 & 0.25 \end{array}, \quad \begin{array}{c|c|c} Y & 3 & 4 \\ \hline P & 1/3 & 1/3 \end{array}, \quad Z=3X-4Y.$$

$$518. \begin{array}{c|c|c|c} X & 1 & 3 & 5 \\ \hline P & 0.25 & 0.35 & 0.4 \end{array}, \quad \begin{array}{c|c|c} Y & 1 & 2 \\ \hline P & 0.1 & 0.9 \end{array}, \quad Z=\frac{X-2Y}{3}.$$

$$519. \begin{array}{c|c|c|c} X & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & 0.3 & 0.4 & 0.3 \end{array}, \quad \begin{array}{c|c|c} Y & -1 & 1 \\ \hline P & 0.4 & 0.6 \end{array}, \quad Z=2X-Y.$$

$$520. \begin{array}{c|c|c|c} X & 1 & 2 & 3 \\ \hline P & 1/4 & 1/2 & 1/4 \end{array}, \quad \begin{array}{c|c|c} Y & 3 & 6 \\ \hline P & 0.5 & 0.5 \end{array}, \quad Z=X-3Y.$$

591-600. Задана плотность распределения $f(x)$ случайной величины X. Найти функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины X, а также вероятность попадания X на промежуток $[a;b]$.

$$591. f(x)=\begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 3x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases} \quad a = 1/4, \quad b = 3/4;$$

$$592. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi/2 \\ 0, & x > \pi/2 \end{cases} \quad a = \pi/4, \quad b = 3\pi/4;$$

$$593. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 2x, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases} \quad a = 1, \quad b = 2;$$

$$594. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - x/2, & 0 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases} \quad a = 1, \quad b = 3/2;$$

$$595. f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 2(3x - x^2), & 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases} \quad a = 1, \quad b = 2;$$

$$596. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\pi/2 \\ (\cos x)/2, & -\pi/2 < x \leq \pi/2 \\ 0, & x > \pi/2 \end{cases} \quad a = 0, \quad b = \pi/3;$$

$$597. f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x - x^3/4, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases} \quad a = 1, \quad b = 2;$$

$$598. f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ 3x(4 - x)/16, & 2 \leq x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases} \quad a = 2, \quad b = 3;$$

$$599. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ (e^x + 1)/e, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases} \quad a = 1/2, \quad b = 1;$$

$$600. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ (x^2 + 1)/24, & 1 < x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases} \quad a = 2, \quad b = 3.$$

601-610. Измеряемая случайная величина X подчиняется нормальному закону распределения с математическим ожиданием m и средним квадратическим отклонением σ . Найти симметричный относительно математического отклонения интервал, в который с вероятностью p попадает значение случайной величины X .

$$601. m=10, \quad \sigma=5, \quad p=0,5;$$

$$602. m=1, \quad \sigma=8, \quad p=0,9;$$

$$603. m=2, \quad \sigma=4, \quad p=0,82;$$

$$604. m=4, \quad \sigma=2, \quad p=0,98;$$

$$605. m=8, \quad \sigma=4, \quad p=0,8;$$

$$606. m=3, \quad \sigma=2, \quad p=0,64;$$

$$607. m=2, \quad \sigma=5, \quad p=0,78;$$

$$608. m=7, \quad \sigma=3, \quad p=0,56$$

$$609. m=5, \quad \sigma=1, \quad p=0,6;$$

$$610. m=6, \quad \sigma=3, \quad p=0,84;$$

611-620. Используя геометрические построения, решить задачу линейного программирования:

$$611. f=x_1+x_2 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18, \\ x_1 - x_2 \geq -7, \\ 2x_1 - x_2 \leq 19, \end{cases}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$$612. f=x_1+x_2 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18, \\ x_1 - x_2 \geq -6, \\ 3x_1 - x_2 \leq 26, \end{cases}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$$613. f=x_1+x_2 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18, \\ x_1 - x_2 \geq -6, \\ \frac{1}{8}x_1 - x_2 \leq 4, \end{cases}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$$614. f=x_1+x_2 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18, \\ x_1 - x_2 \geq -12, \\ \frac{1}{2}x_1 - x_2 \leq 7, \end{cases}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$$615. f=x_1+x_2 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18, \\ x_1 - x_2 \geq -6, \\ \frac{1}{2}x_1 - x_2 \leq 7, \end{cases}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$$616. f=x_1+x_2 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18, \\ x_1 - x_2 \geq -9, \\ x_1 - x_2 \leq 11, \end{cases}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$$617. f=x_1+x_2 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18, \\ x_1 - x_2 \geq -6, \\ \frac{1}{2}x_1 - x_2 \leq 11, \end{cases}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$$618. f=x_1+x_2 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18, \\ x_1 - x_2 \geq -9, \\ \frac{1}{2}x_1 - x_2 \leq 11, \end{cases}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$$619. f=x_1+x_2 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18, \\ x_1 - x_2 \geq -10, \\ 2x_1 - x_2 \leq 19, \end{cases}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

$$620. f=x_1+x_2 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18, \\ x_1 - x_2 \geq -7, \\ 2x_1 - x_2 \leq 19, \end{cases}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

621-630. Используя симплекс-метод, решить задачу линейного программирования:

$$621. f=x_1-x_2-x_3+2x_4 \rightarrow \max$$

$$622. f=x_1-x_2-x_3+3x_4 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \leq 2, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 \leq 12, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 6, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \leq 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 \leq 12, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 6, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$$

623. $f = x_1 - x_2 - x_3 + 4x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \leq 2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 \leq 12, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 6, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$$

624. $f = x_1 - x_2 - x_3 + 7x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \leq 2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 \leq 12, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 6, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$$

625. $f = x_1 - x_2 - x_3 + 8x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \leq 2, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 \leq 12, \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 6, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$$

626. $f = x_1 - x_2 - x_3 + 5x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \leq 2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 \leq 12, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 6, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$$

627. $f = x_1 - x_2 - x_3 + 4x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \leq 2, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 \leq 12, \\ 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 6, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$$

628. $f = x_1 - x_2 - x_3 + 6x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \leq 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 \leq 12, \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 6, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$$

629. $f = x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \leq 2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 \leq 12, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 6, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$$

630. $f = x_1 - x_2 - x_3 + 5x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \leq 2, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 \leq 12, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 6, \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$$

631-640. Записать таблицу истинности для формулы q:

631. $q = (p_1 \cup \overline{p_2}) \Rightarrow p_3$;

632. $q = (p_1 \Rightarrow p_2) \cup \overline{p_3}$;

633. $q = (p_1 \cap \overline{p_2}) \Rightarrow (p_2 \cup p_3)$;

634. $q = (\overline{p_1} \cap p_2) \cup (p_2 \Rightarrow p_3)$;

635. $q = p_1 \cap (p_2 \cup \overline{p_3})$;

636. $q = (\overline{p_1} \cup p_2) \Leftrightarrow p_3$;

637. $q = (p_1 \Rightarrow \overline{p_2}) \cap p_3$;

638. $q = p_1 \cap (\overline{p_2} \cup p_3)$;

639. $q = \overline{p_1} \cup (p_2 \Rightarrow p_3)$;

640. $q = (p_1 \cup \overline{p_2}) \Leftrightarrow p_3$.

641-650. По таблице истинности построить дизъюнктивную нормальную форму и упростить ее:

641

P ₁	P ₂	P ₃	q
1	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	0	0	0

642

P ₁	P ₂	P ₃	q
1	1	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	0	0	0

643

P ₁	P ₂	P ₃	q
1	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	0	0	0

644

P ₁	P ₂	P ₃	q
1	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	0	0	0

645

P ₁	P ₂	P ₃	q
1	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	0	0	1
0	1	1	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	0	0	0

646

P ₁	P ₂	P ₃	q
1	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	0	0	0

647

P ₁	P ₂	P ₃	q
1	1	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	0	0	0

648

P ₁	P ₂	P ₃	q
1	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	0	0	0

649

P ₁	P ₂	P ₃	q
1	1	1	1

650

P ₁	P ₂	P ₃	q
1	1	1	0

1	0	1	0
1	1	0	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	0	0	0

1	0	1	1
1	1	0	0
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	0	0	0