

ОЛИМПИАДА КНИТУ ПО ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКЕ
(раздел «Теоретическая механика»)
Вариант 2

Решения

1. Сосредоточенная нагрузка: $Q = q \cdot 0,2$.

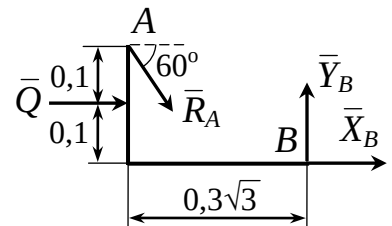
Введем три реакции связи (см. рис.). Записывать уравнения для проекций нет смысла, так как каждое из них содержит одну из неизвестных реакций шарнирно-неподвижной опоры A .

Достаточно записать только одно уравнение равновесия для моментов:

$$\sum_k M_B(\bar{F}_k) = -Q \cdot 0,1 - R_A \cos 60^\circ \cdot 0,2 + R_A \sin 60^\circ \cdot 0,3\sqrt{3} = 0.$$

$$Q = 100(-\cos 60^\circ \cdot 2 + \sin 60^\circ \cdot 3\sqrt{3}) = 350 \text{ Н.}$$

$$q = Q/0,2 = 1750 \text{ Н/м.}$$

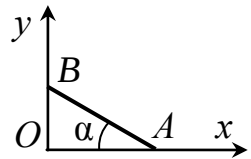


2. Из треугольника OAB : $OB = OA \operatorname{tg} \alpha$.

$$y_B = x_A \operatorname{tg} 30^\circ = (1 - \cos 2t) / \sqrt{3}.$$

$$v_{By} = \frac{dy_B}{dt} = 2 \sin 2t / \sqrt{3}.$$

$$a_{By} = \frac{dv_{By}}{dt} = 4 \cos 2t / \sqrt{3}.$$



При $t = \pi/6$ с:

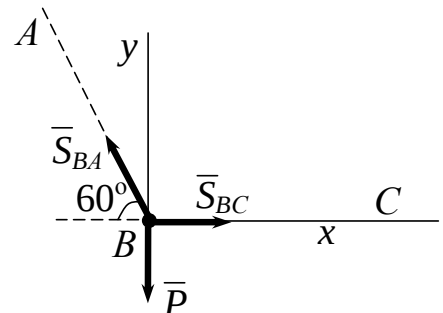
$$a_{By} = \frac{4 \cos(2\pi/6)}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

3. Рассмотрим сначала равновесие узла B . Приложенные к нему сила $\bar{P}$ и силы реакций связей $\bar{S}_{BA}$, $\bar{S}_{BC}$ образуют систему сходящихся сил. Уравнения равновесия:

$$\sum_k F_{kx} = S_{BC} - S_{BA} \cos 60^\circ = 0,$$

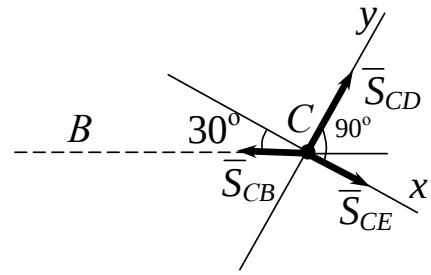
$$\sum_k F_{ky}} = -P + S_{BA} \sin 60^\circ = 0.$$

Из этой системы определяем:



$$S_{BC} = \frac{P}{\sqrt{3}}.$$

Далее рассмотрим равновесие узла C . Отбрасывая связь BC , заменяем ее на силу реакции связи $\bar{S}_{CB}$. Согласно 4-й аксиоме статики (третий закон Ньютона), $\bar{S}_{BC} = -\bar{S}_{CB}$. Опять получаем систему сходящихся сил. Систему координат удобно расположить под углом. Тогда достаточно записать только одно уравнение равновесия:



$$\sum_k F_{ky} = S_{CD} - S_{CB} \sin 30^\circ = 0.$$

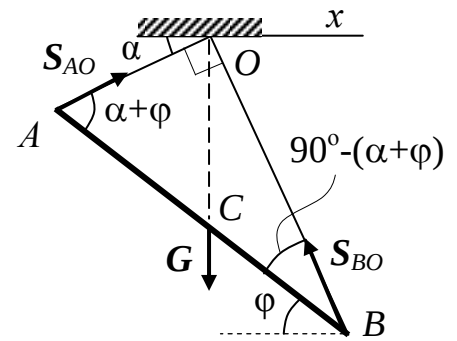
$$S_{CD} = \frac{P}{2\sqrt{3}}.$$

4. Обозначим через C центр тяжести стержня его середину.

Из треугольника OAB :

$$\angle ABO = 180^\circ - 90^\circ - (\alpha + \varphi) = 90^\circ - (\alpha + \varphi).$$

Уравнения равновесия стержня:



$$\sum_k F_{kx} = S_{AO} \cos \alpha - S_{BO} \cos(90^\circ - \alpha) = 0. \quad (1)$$

$$\sum_k M_C(\bar{F}_k) = -S_{AO} \sin(\alpha + \varphi) \cdot AC + S_{BO} \sin(90^\circ - \alpha - \varphi) \cdot BC = 0. \quad (2)$$

Из (1):

$$S_{AO} = S_{BO} \operatorname{tg} \alpha.$$

Подставляем в (2), с учетом $AC = BC$: $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha - \varphi)$.

Отсюда $\alpha = 90^\circ - \alpha - \varphi$. Получаем ответ:

$$\varphi = 90^\circ - 2\alpha.$$