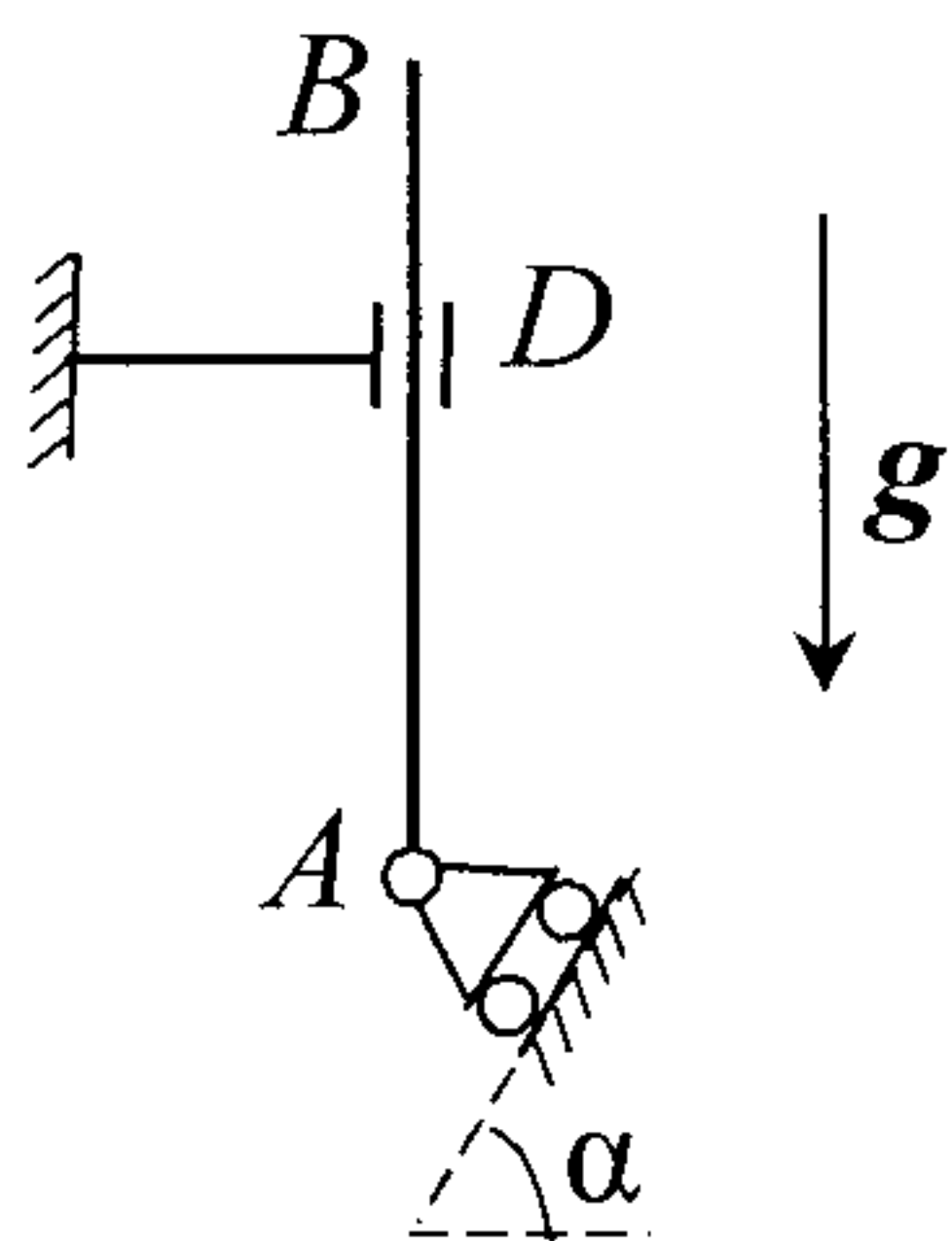


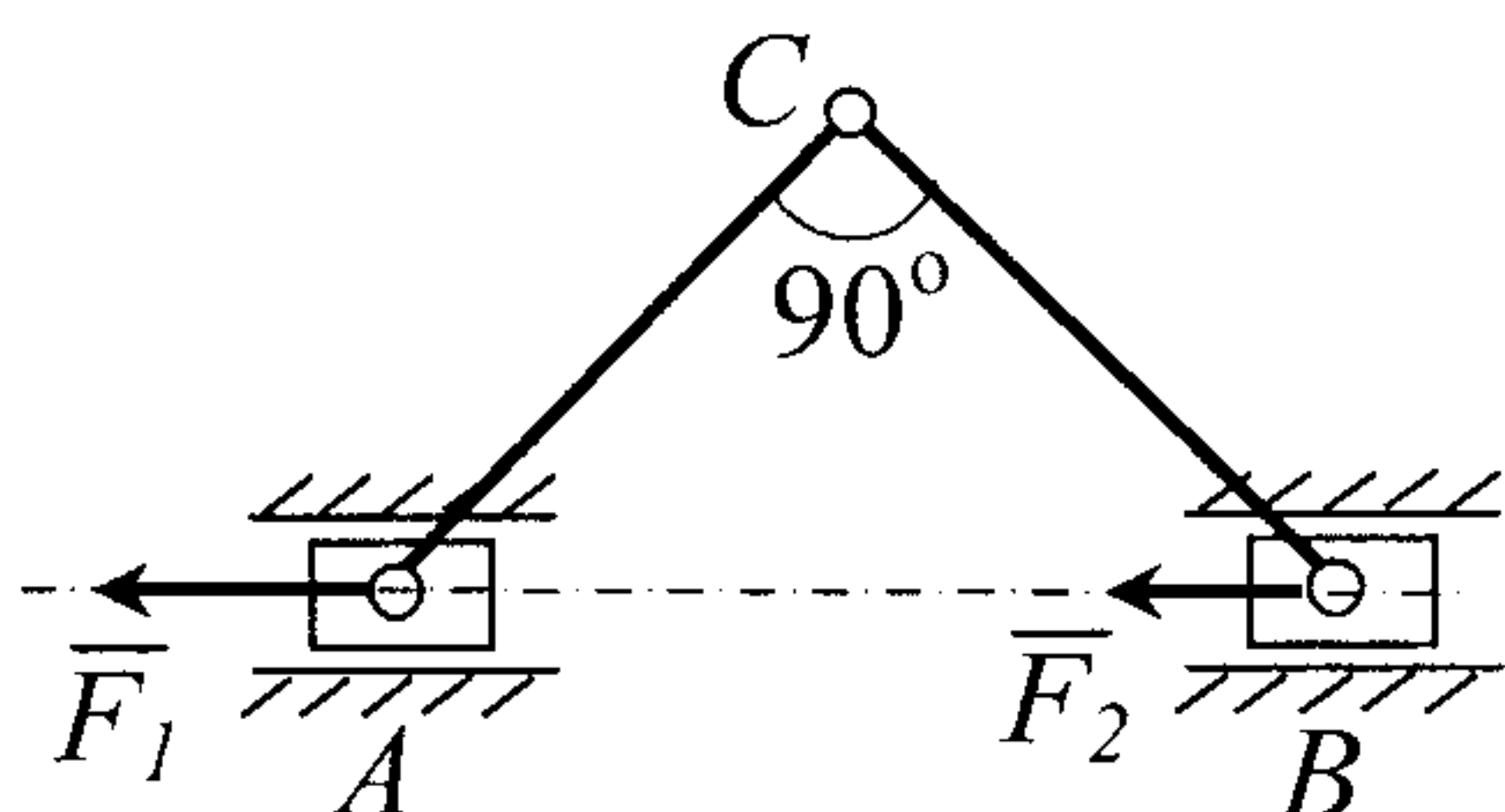
**Зональная (II тур Всероссийской) студенческая олимпиада
по теоретической механике**

**Казанский национальный исследовательский технологический университет
5-7 декабря 2012 г.**

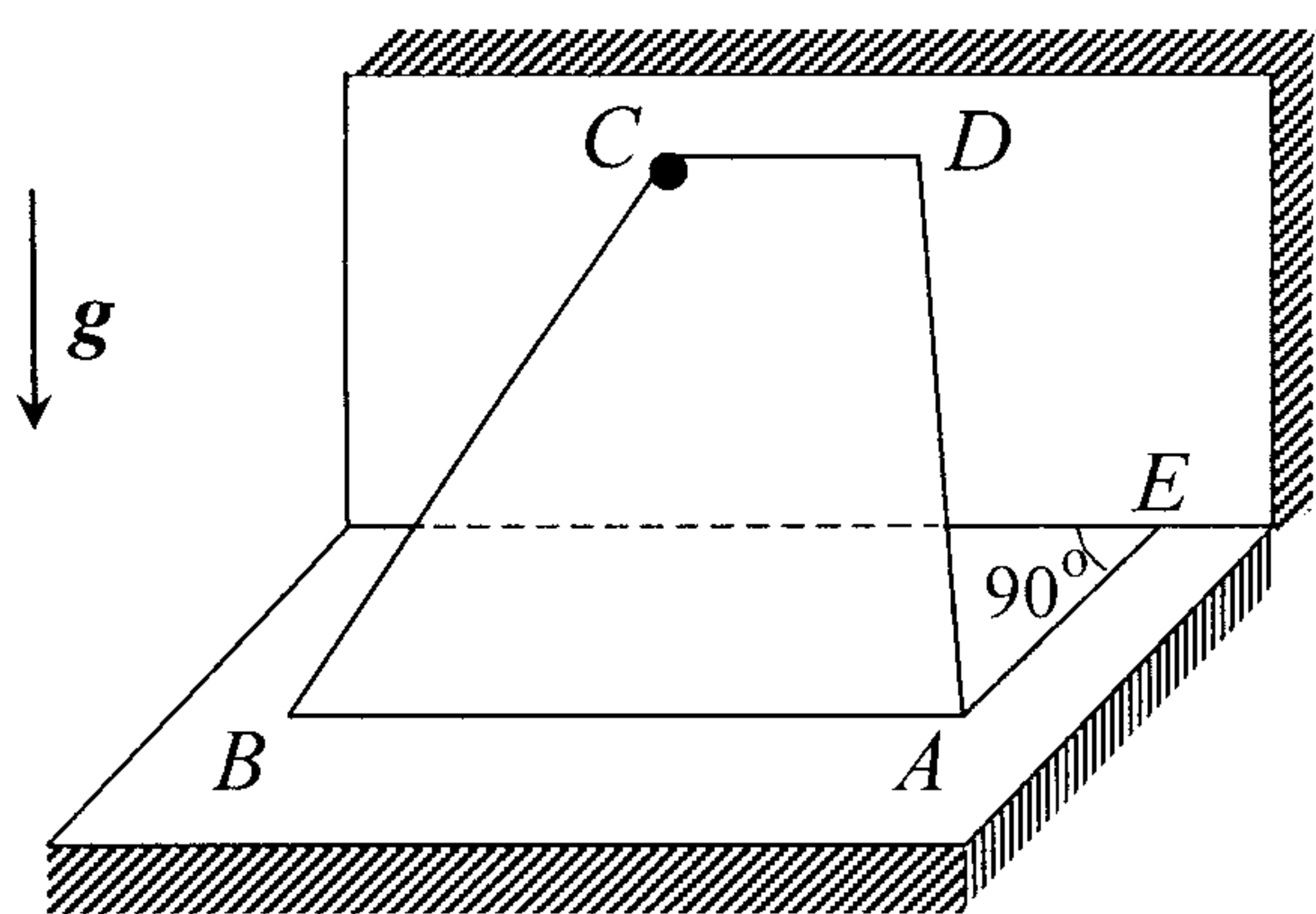
Задачи теоретического конкурса



Задача C1 (3 балла). Прямолинейный стержень AB веса P закреплен в вертикальном положении с помощью скользящей заделки D (которая препятствует горизонтальному перемещению и повороту стержня), а также катковой опоры A . Известны угол наклона опорной плоскости α и расстояние $AD = a$. Определите момент скользящей заделки M_D .

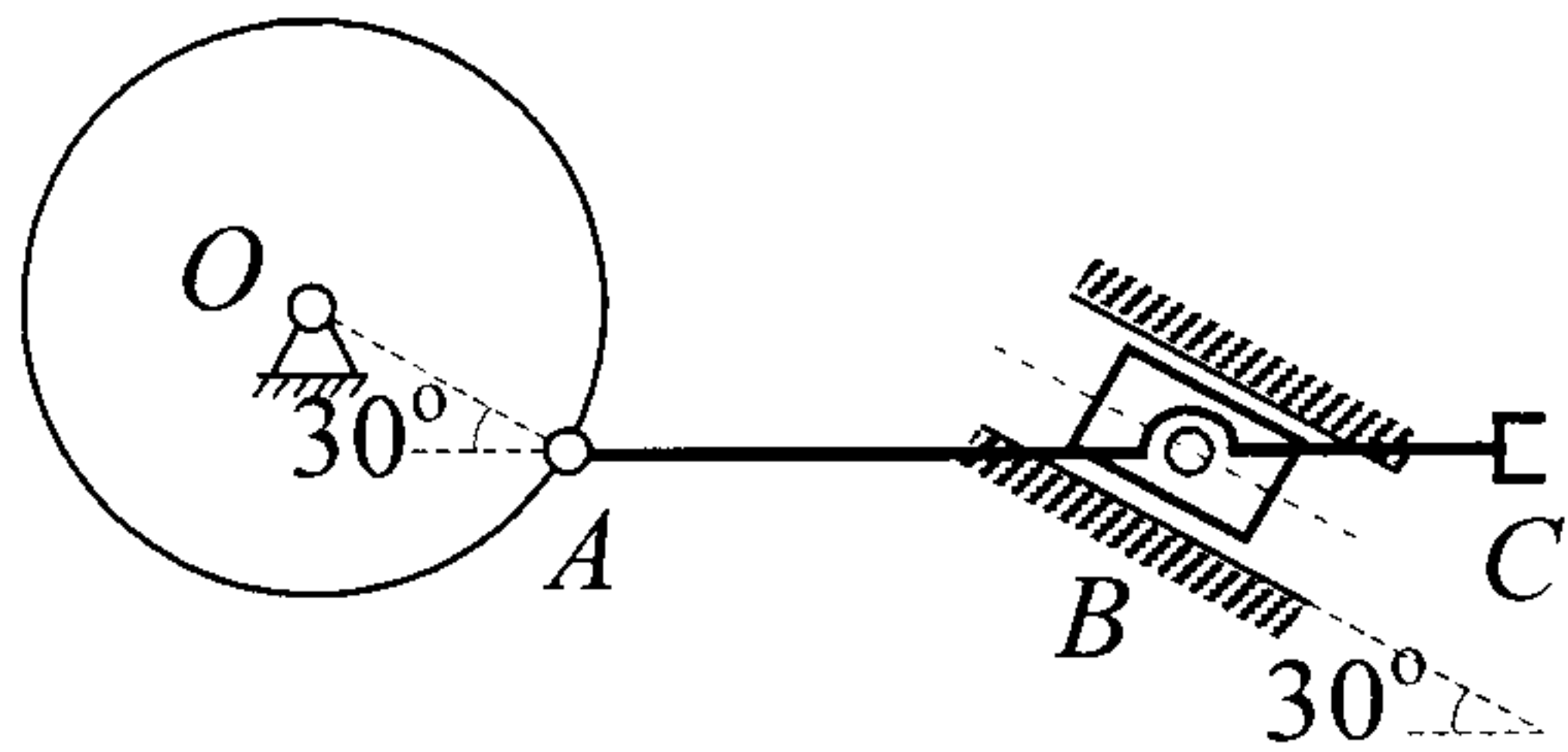


Задача C2 (5 баллов). В шатунном механизме $AC = BC$. К ползунам A и B приложены вдоль прямой AB заданные силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 . Весом механизма и трением пренебрегаем. В рассматриваемом положении механизма угол ACB прямой. Какую по величине силу Q надо приложить к шарниру C для равновесия механизма?



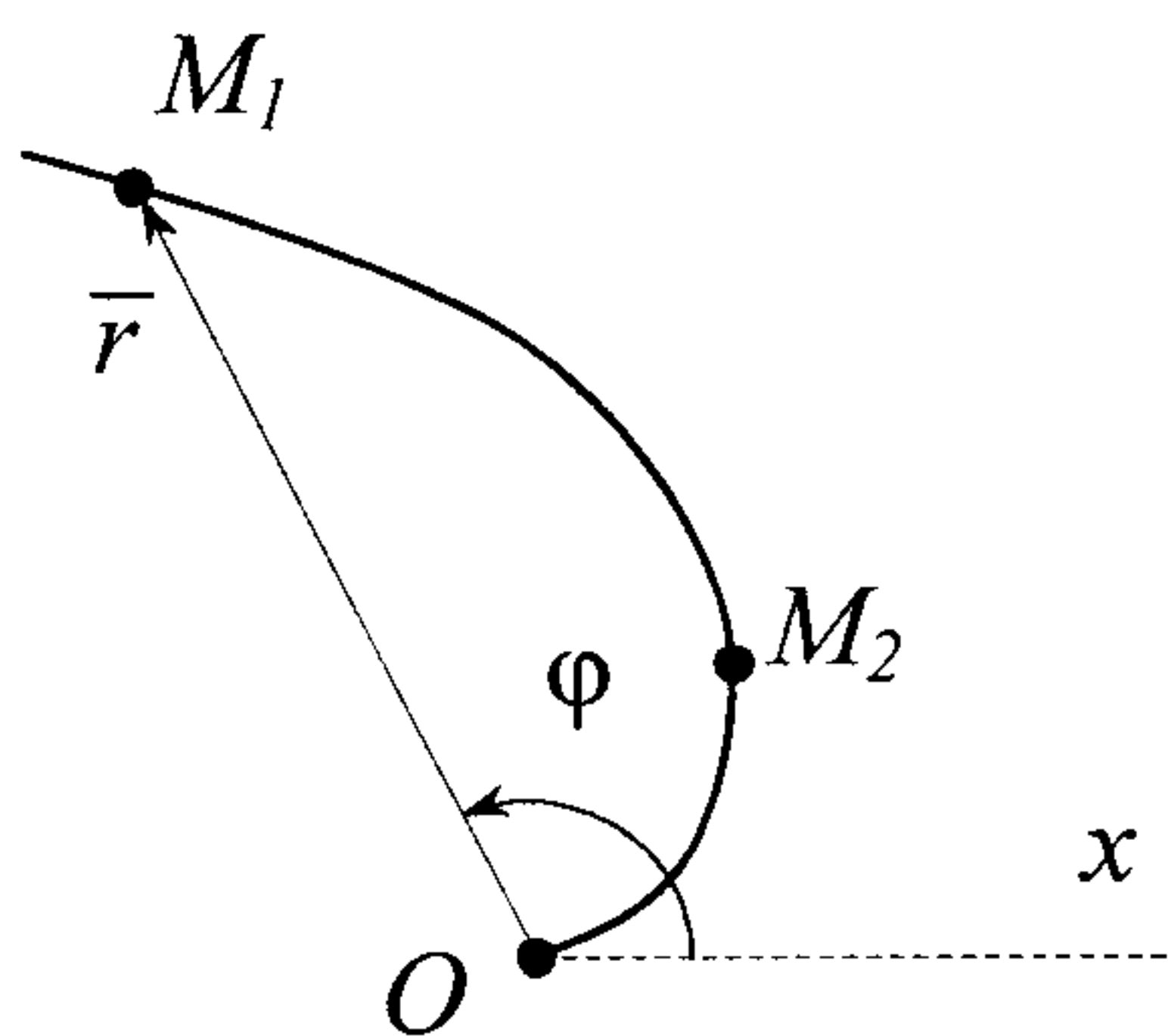
Задача C3 (6 баллов). Пластина $ABCD$ имеет форму равнобедренной трапеции, $AD = BC$, основания $AB = a$, $CD = b$, где a, b – произвольные величины. Пластина опирается стороной AB на шероховатую горизонтальную плоскость с коэффициентом трения f , а стороной CD – на гладкую вертикальную плоскость. Нерастяжимая нить AE прикреплена одним концом к точке A пластины, а другим концом закреплена в точке E на линии пересечения опорных плоскостей.

Сторона AB параллельна этой линии, а нить AE перпендикулярна ей. К вершине C пластины прикрепили материальную точку. Весом пластины пренебрегаем. Определите минимальное значение угла $\alpha > 0$ наклона пластины к горизонтальной плоскости для равновесия пластины.



Задача K1 (3 балла). В механизме манипулятора к вращающемуся диску в точке A шарнирно присоединен единый стержень AC со схватом C на конце. Стержень шарнирно опирается на ползун B . Размерами схвата пренебрегаем. В указанном на рисунке положении отношение скоростей схвата и

ползуна равно $\frac{v_C}{v_B} = \sqrt{3}$. Найдите отношение $\frac{AB}{BC}$.



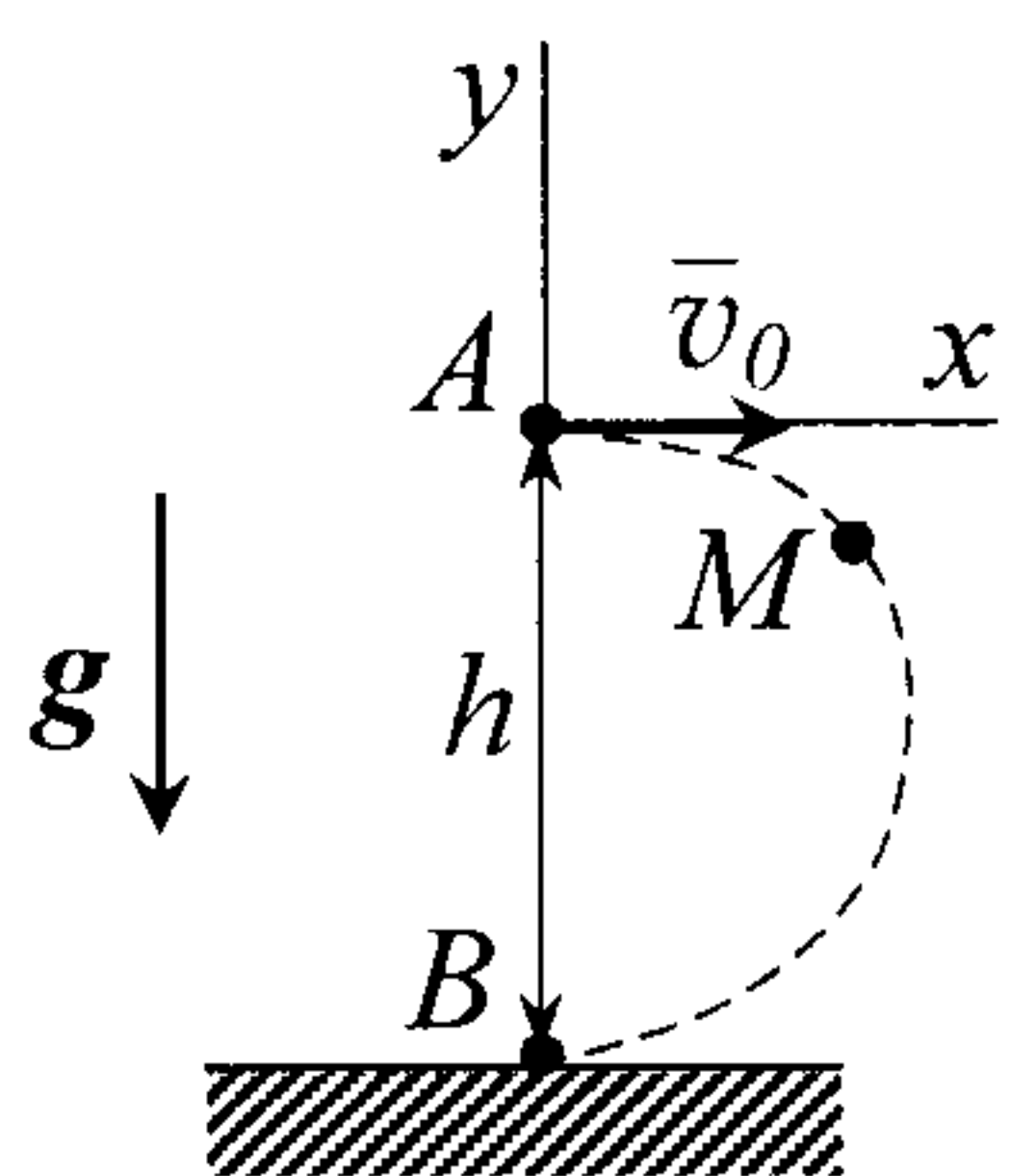
Задача K2 (7 баллов). Точка M_1 движется по закону: $r(t) = vt$, $\varphi(t) = \frac{\pi v}{3l} t$ при $t \geq 0$, где константы

$v, l > 0$. Здесь r – расстояние от неподвижной точки O до точки M_1 , φ – угол между осью Ox и прямой OM_1 .

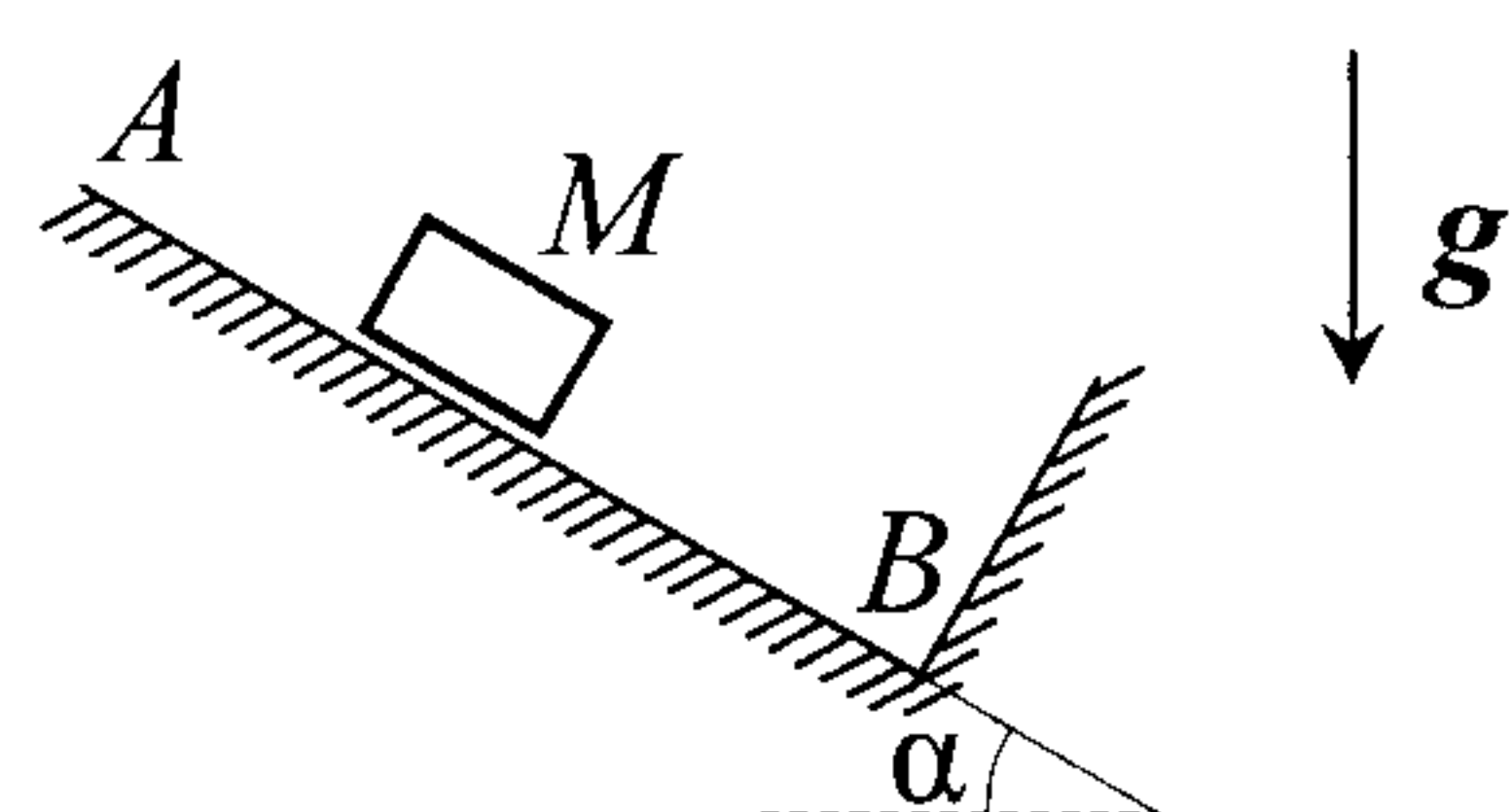
Обозначим $\tau = \frac{l}{v}$. Точка M_2 движется вслед за точкой

M_1 по той же траектории, причем в любой момент $t \geq \tau$ точка M_2 находится в положении, в котором τ секундами ранее находилась точка M_1 . Для момента $t = \tau$ (т.е. когда точка M_2 еще только начинает движение из положения O) найдите:

- 1) v_{12} – величину скорости изменения расстояния (по прямой) от M_1 до M_2 ;
- 2) ε_{12} – величину углового ускорения прямой, проходящей через M_1 и M_2 .



Задача Д1 (3 балла). Материальная точка M массы m в момент $t=0$ находится в положении A на высоте h над горизонтальной поверхностью и получает скорость v_0 . Вектор \bar{v}_0 сонаправлен горизонтальной оси x . На точку, помимо силы тяжести, действует переменная сила \bar{Q} , направленная противоположно оси x . $Q_x(t) = -kmg t$. При каком значении коэффициента k точка M в момент контакта с плоскостью окажется в положении B на вертикальной оси y , проходящей через точку A ?



Задача Д2 (5 баллов). Материальная точка M находится на шероховатой плоскости с углом наклона α . Коэффициент трения равен f , причем $f < \operatorname{tg} \alpha$. Вначале точка M была в покое в положении A . Ниже вдоль плоскости на расстоянии $AB = l$ установлена перпендикулярно AB абсолютно упругая стенка (т.е. после удара о стенку модуль скорости точки остается прежним). Определите длину всего пути, который пройдет точка M до полного прекращения своего движения.

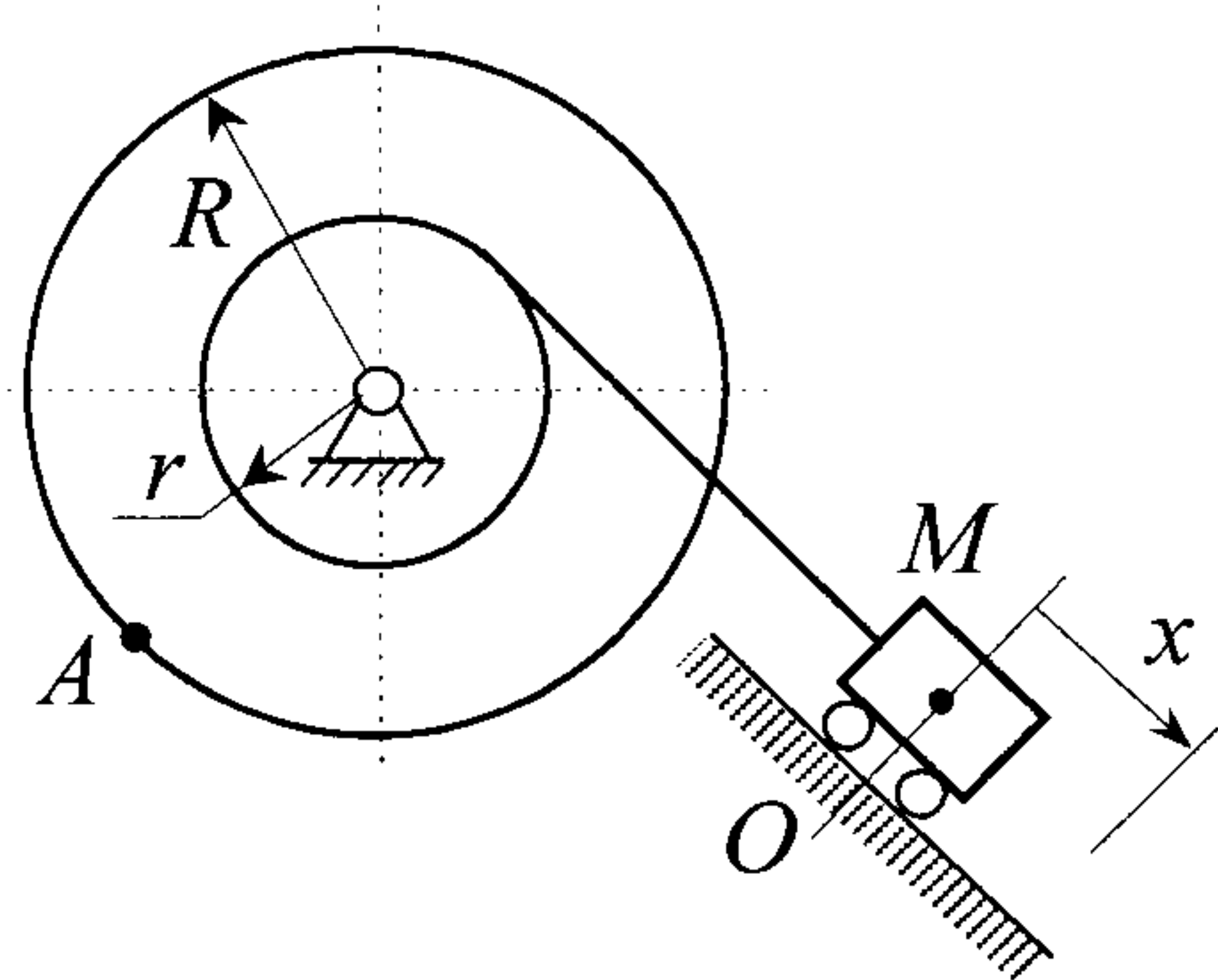
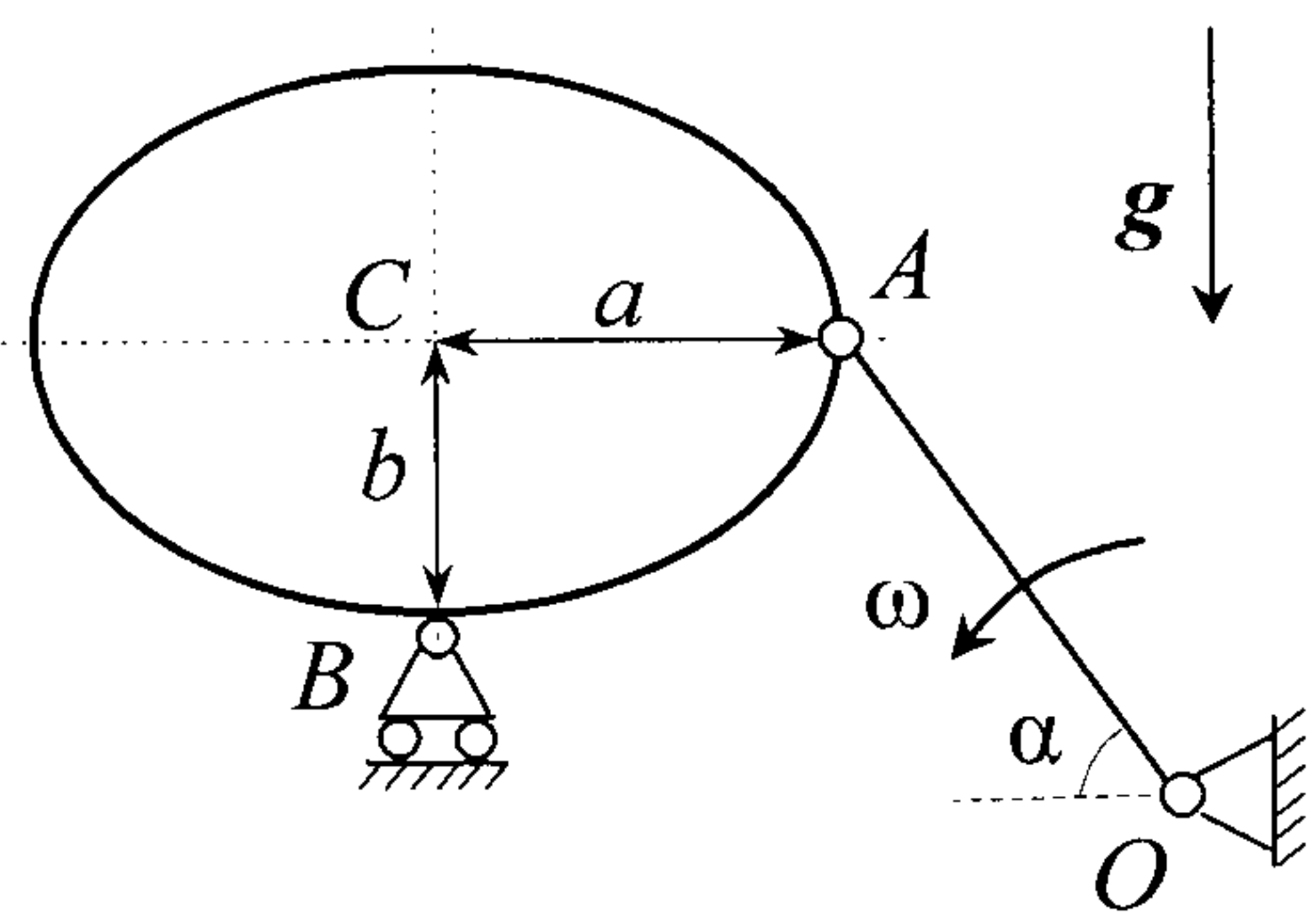


Рис. 1

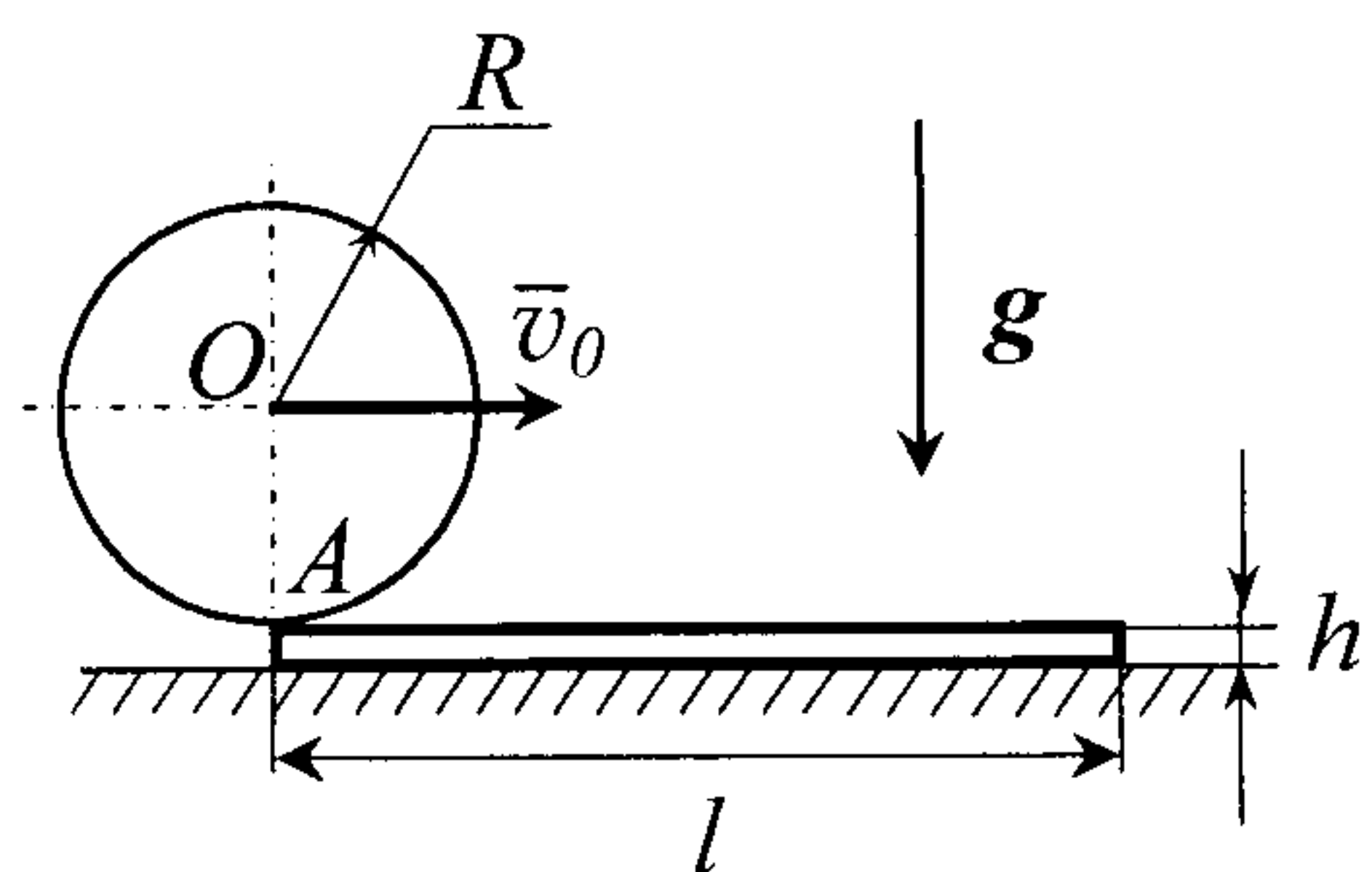
Задача Д3 (5 баллов). С внутренней окружности радиуса r колеса с неподвижной осью вращения сходит нить, которую протянули и прикрепили к самодвижущемуся механизму M . Механизм M движется по плоскости, которая параллельна линии протянутой нити, по закону $x = x(t) = 2r(1 - \cos \omega t)$, где $\omega > 0$ – заданная константа. (На рисунке стрелкой указано направление отсчета x от начального положения O механизма). Момент инерции колеса относительно оси вращения равен J . Центр тяжести колеса находится на оси. Трением в оси пренебрегаем. В начальный момент колесо находилось в покое.

- 1). В момент $t_1 = \frac{\pi}{3\omega}$ определите силу натяжения нити.
- 2). В момент $t_2 = \frac{2\pi}{3\omega}$ определите ускорение точки A на внешней окружности колеса радиуса $R = 2r$.



Задача Д4 (6 баллов). Однородное тонкое кольцо, вытянутое в форме эллипса с полуосями $AC = a = R$, $BC = b = R \operatorname{ctg} \alpha$, прикреплено в точке A к шарнирному стержню OA длины l . В точке B кольцо опирается на подвижный шарнир. Масса кольца равна m . Массой стержня OA , а также трением пренебрегаем. В момент, когда полуось AC горизонтальна, угол наклона OA к

горизонтали равен α . Угловая скорость стержня OA в этот момент равна ω . Определите величину и направление момента M пары сил, которую надо приложить к стержню OA , чтобы угловое ускорение кольца в этот момент было равно нулю. Определите также, какова при этом будет реакция опоры B ?



Задача Д5 (7 баллов). Катушка, однородный цилиндр заданного радиуса R , прикреплена в точке A к концу гибкой однородной плотной ленты (ленточной цепи). Лента лежит на гладкой горизонтальной поверхности. Длина l и толщина h ленты связаны с R таким образом: $\frac{h}{R} \sim 0$, $\frac{R}{l} \sim 0$,

$lh = 3\pi R^2$. Массы катушки и ленты одинаковы. В

начальный момент центр катушки O получает скорость v_0 , при этом вся лента находится в покое. При каком минимальном значении v_0 катушка через какое-то время наматывает на себя всю ленту?

Примечание. Лента наматывается слой поверх слоя, образуя в конце намотки вместе с катушкой сплошной цилиндр (ширину ленты и длину образующей катушки считаем одинаковыми).