

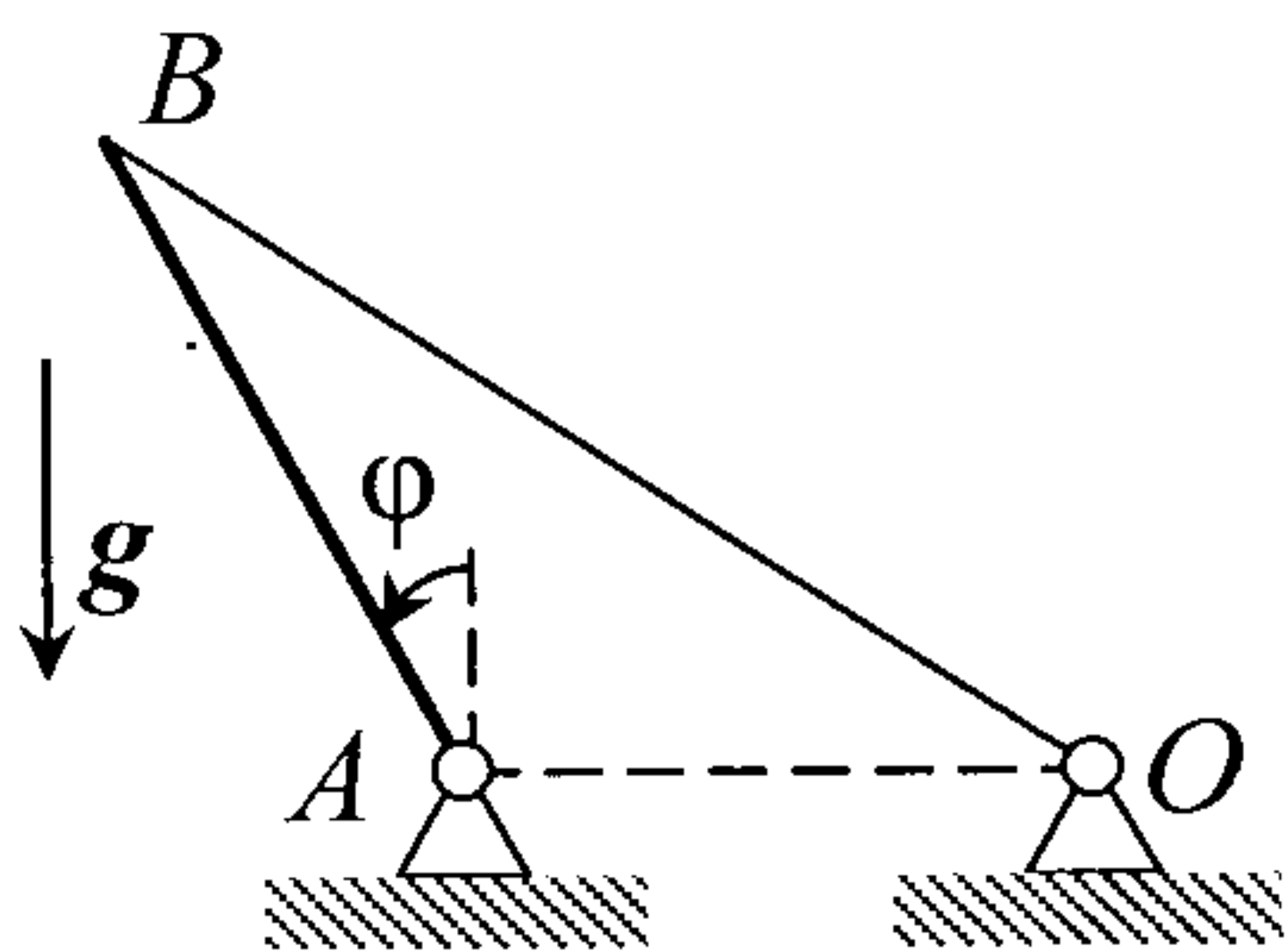
Зональная (II тур Всероссийской) студенческая олимпиада  
по теоретической механике

Казанский национальный исследовательский технологический университет  
5-7 декабря 2012 г.

Задачи компьютерного конкурса

Задача 1.

Задание 1.1 (5 баллов)



Однородный стержень  $AB$  массой  $m = 1$  кг и длиной  $AB = l = 1$  м шарнирно закреплен в точке  $A$ . В точке  $B$  он соединен упругой нитью с точкой  $O$ , так что отрезок  $AO$  горизонтален,  $AO = l = 1$  м. Длина нити в нерастянутом состоянии равна  $l = 1$  м, коэффициент упругости равен  $c$ , где  $c > 0$ . Определить угол  $\varphi$  (в радианах) при равновесии стержня, считая  $0 < \varphi < 0.5\pi$ , направление отчета  $\varphi$  показано на рис. 1. Ускорение

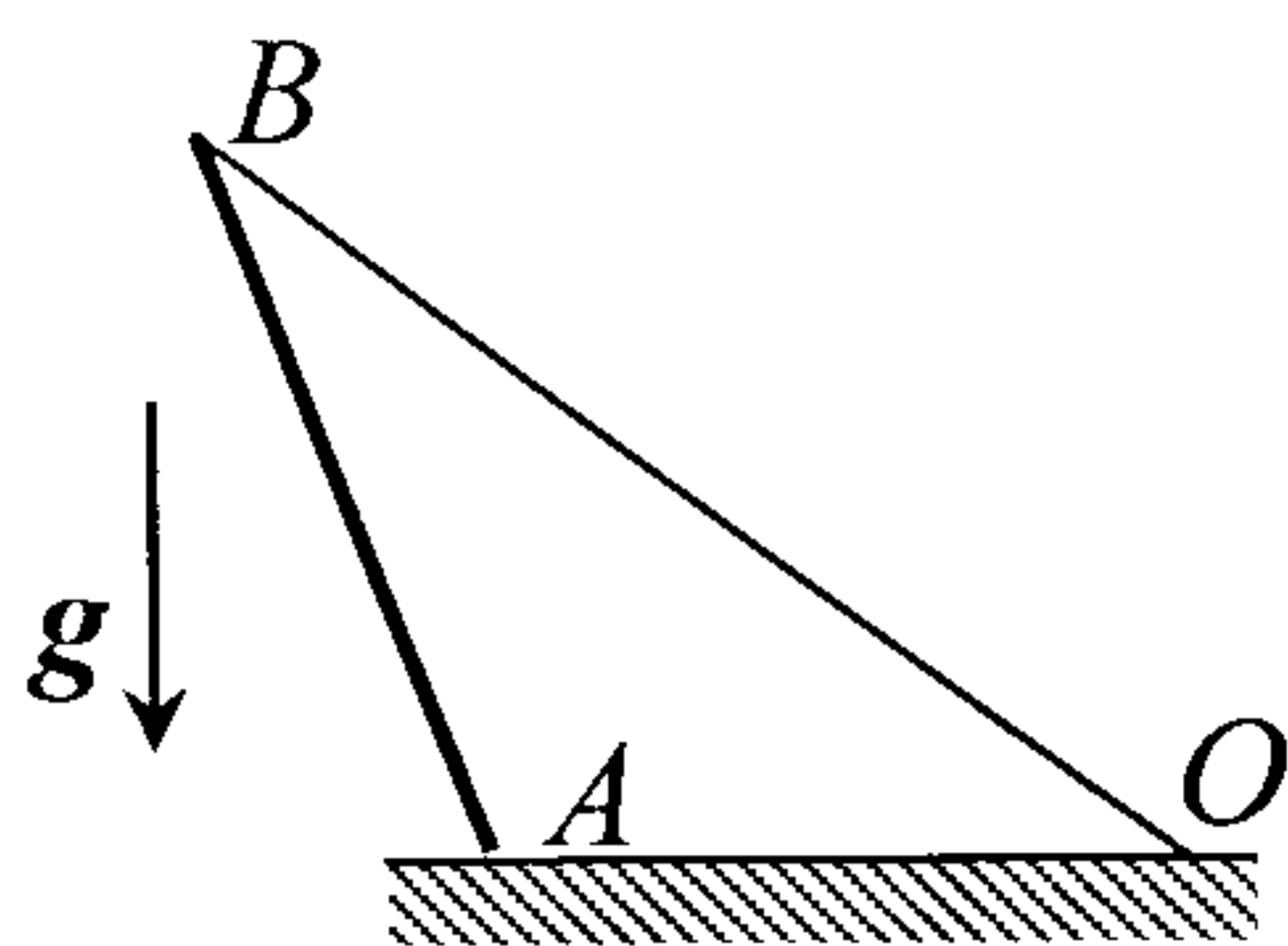
свободного падения принять равным  $9.8 \text{ м/с}^2$ .

Входные данные:  $c$ .

Выходные данные:  $\varphi$ .

Пример для отладки: при  $c = 6$  получим  $\varphi = 0.468$  рад.

Задание 1.2 (10 баллов)



Однородный стержень массой  $m = 1$  кг и длиной  $AB = l = 1$  м в точке  $A$  опирается на шероховатую горизонтальную плоскость. В точке  $B$  он соединен упругой (растяжимой) нитью с точкой  $O$ ,  $AO = l = 1$  м (рис. 2). Длина нити в нерастянутом состоянии  $l = 1$  м, коэффициент упругости нити равен  $c$ , где  $c > 0$ .

Определить минимальный коэффициент трения  $f$  между плоскостью и стержнем  $AB$ , при котором возможно его равновесие. Ускорение свободного падения принять равным  $9.8 \text{ м/с}^2$ .

Входные данные:  $c$ .

Выходные данные:  $f$ .

Пример для отладки: при  $c = 6$  получим  $f = 0.299$ .

**Задание 1.3** (15 баллов)

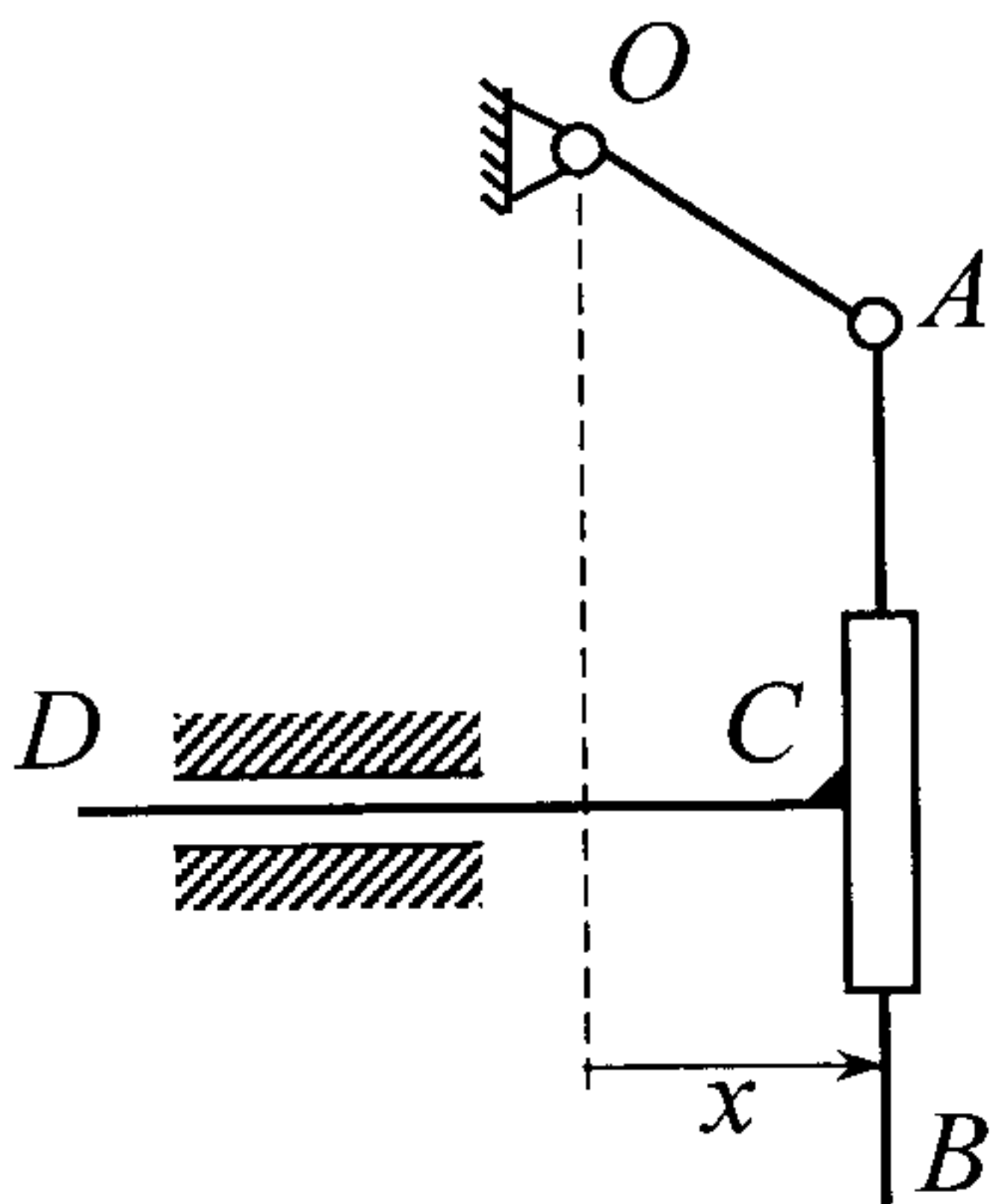
Однородный стержень  $AB$  массой  $m = 1$  кг и длиной  $AB = l = 1$  м в точке  $A$  опирается на шероховатую горизонтальную плоскость. В точке  $B$  он соединен упругой (растяжимой) нитью с точкой  $O$  (рис. 2). Коэффициент трения между стержнем и плоскостью  $f$ . Длина нити в нерастянутом состоянии равна  $l = 1$  м, коэффициент упругости нити  $c$ , где  $c > 0$ . Определить наибольшее расстояние  $AO$ , при котором возможно равновесие стержня. Ускорение свободного падения принять равным  $9.8$  м/с<sup>2</sup>.

Входные данные:  $c, f$ .

Выходные данные:  $AO$ .

Пример для отладки: при  $c = 6, f = 0.5$  получим  $AO = 1.307$  м.

**Задача 2** (10 баллов)



Кривошип  $OA$  длины  $l = 1$  м вращается вокруг неподвижной оси  $O$ . К точке  $A$  шарнирно прикреплен стержень  $AB$ , проходящий через втулку  $C$ . Втулка  $C$  жестко прикреплена под прямым углом к стержню  $CD$ , скользящему вдоль горизонтальной направляющей. (Тем самым стержень  $AB$  все время остается вертикальным.) Задан закон движения стержня  $CD$ :  $x(t) = \sqrt{2 \sin(t^2)}$  при  $0 \leq t \leq 0.7$ , где  $x$  отсчитывается вправо от вертикали, проходящей через точку  $O$ . В начальный момент точка  $A$  находится ниже точки  $O$ . Определите для момента времени  $t$  ( $0 \leq t \leq 0.7$ )

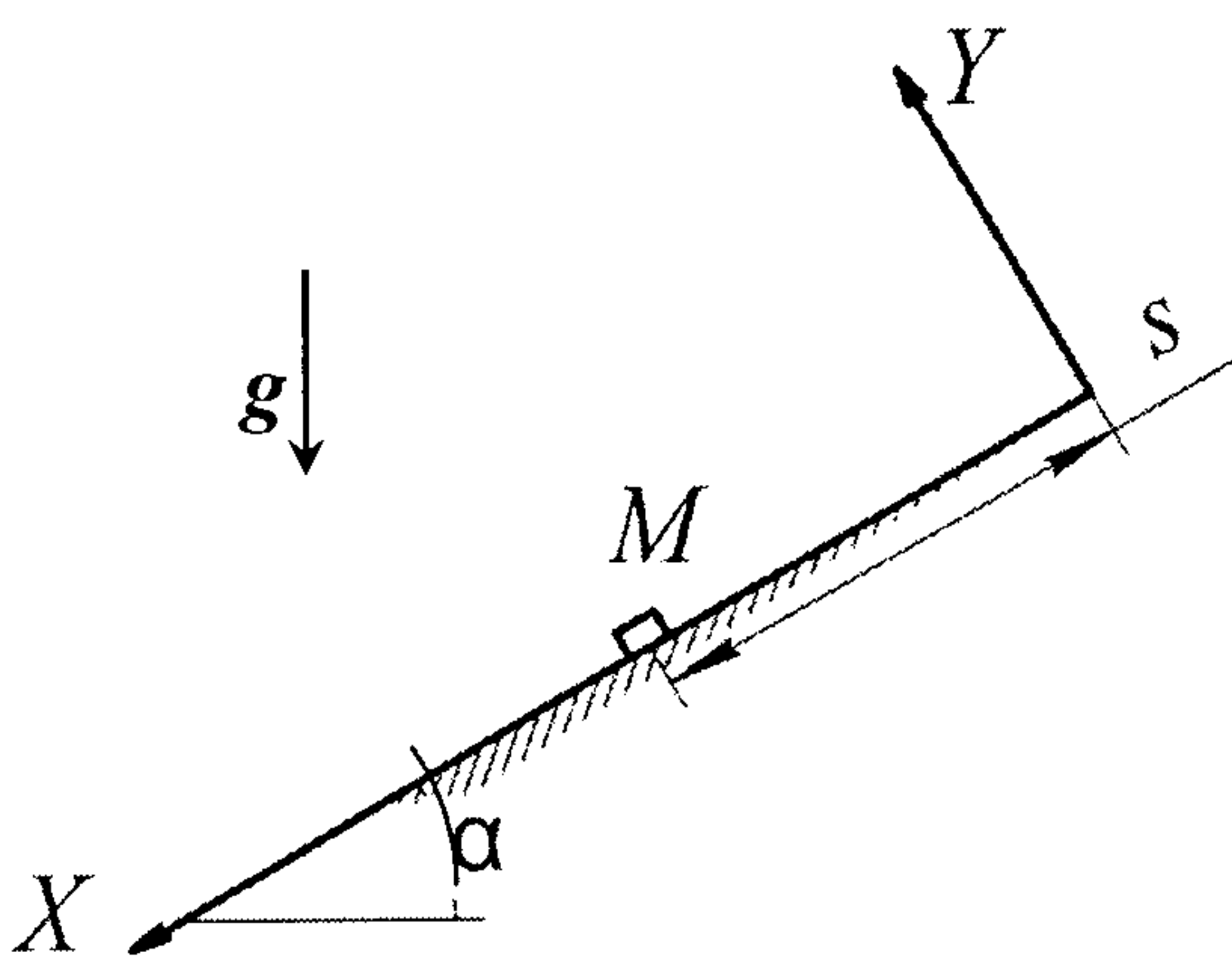
угловую скорость  $\omega$  и угловое ускорение  $\varepsilon$  стержня  $OA$ .

Входные данные:  $t$ .

Выходные данные:  $\omega, \varepsilon$ .

Пример для отладки: при  $t = 0.3$  получим  $\omega = 1.556, \varepsilon = 1.064$ .

**Задача 3** (10 баллов)



Материальная точка  $M$  при  $t = 0$  находится в покое на шероховатой поверхности с углом наклона  $\alpha = \gamma\pi$  ( $0 < \gamma < 0.5$ ). Коэффициент трения  $f$  изменяется по закону:  $f = f_1(1 - e^{-s})$ , где  $s$  – пройденный точкой путь,  $f_1$  – постоянная ( $0 \leq f_1 \leq 1$ ). В момент времени  $t$  определить путь  $s$ . Принять  $g = 9.8$  м/с<sup>2</sup>.

Входные данные:  $\gamma, f_1, t$ .

Выходные данные:  $s$ .

Пример для отладки: при  $\gamma = 0.2, f_1 = 0.4, t = 1$  получим  $s = 2.421$  м.