

**Зональная студенческая олимпиада
по теоретической механике, КНИТУ, 4-8 декабря 2013 г.**

Задачи теоретического конкурса

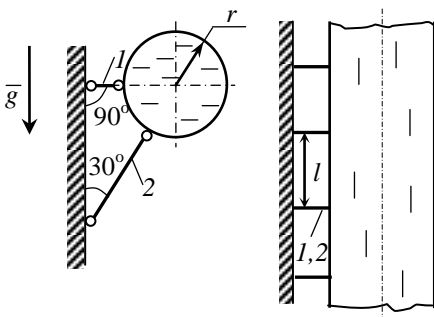


Рис. 1

Рис. 2

Задача C1 (4 балла). В трубе радиуса r находится жидкость плотностью ρ . Ось трубы горизонтальна. Труба удерживается в равновесии с помощью ряда стержней типа 1 и 2 с цилиндрическими шарнирами на концах (рис. 1). Углы указаны на рисунке. Стержни располагаются через каждые l метров вдоль трубы (вид сверху приведен на рис. 2). Весом стержней и стенок трубы пренебрегаем. Трубу считаем неограниченно длинной. Определите реакции стержней.

Весом стержней и стенок трубы пренебрегаем. Трубу считаем неограниченно длинной. Определите реакции стержней.

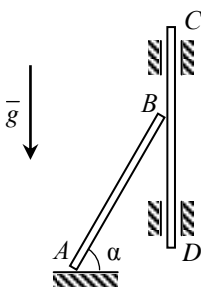


Рис. 3

Задача C2 (9 баллов). Однородный тонкий стержень AB веса P ($P > 0$) опирается концом A на шероховатую горизонтальную плоскость с коэффициентом трения f_1 ($0 < f_1 \leq 1$) (рис. 3). Угол наклона AB к горизонтали равен α . Стержень AB опирается концом B на стержень CD , вертикально расположенный вдоль гладких направляющих. Коэффициент трения в точке контакта стержней B равен f_2 ($0 < f_2 \leq 1$).

1). При каком значении веса Q ($Q > 0$) стержня CD вся система будет в равновесии, если $f_1 < ctg\alpha$, $f_2 < tg\alpha$?

2). Каким условиям должны удовлетворять f_1, f_2, α , чтобы система была в равновесии при любом значении Q ?

Задача К1 (3 балла). Точка M движется в плоскости xOy . Проекции её скорости на оси координат равны: $v_x = bt$, $v_y = c(t^2 - t)$, где $b, c \neq 0$ – заданные константы. Определите радиус кривизны траектории точки M в момент времени $t = 1$ с.

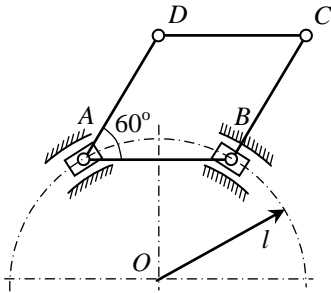


Рис. 4

Задача К2 (7 баллов). Шарнирный ромб $ABCD$ с длиной стороны l прикреплен к ползунам A и B (рис. 4). Ползуны движутся по окружности радиуса l вокруг точки O с постоянной скоростью v . При этом угловая скорость звена AD относительно звена AB равна $\omega = \frac{v}{l}$ и со-

направлена направлению вращения ползунов вокруг точки O . Найдите

для положения, при котором угол между AB и AD равен 60° :

- 1) скорость точки D ,
- 2) ускорение центра тяжести ромба, считая его звенья однородными и равными по массе.

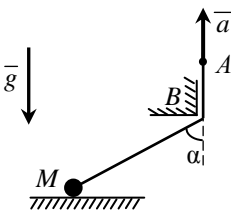


Рис. 5

Задача Д1 (6 баллов). К материальной точке M , находящейся в покое на горизонтальной поверхности, прикреплена нерастяжимая нить AM (рис. 5). Нить огибает выступ B . Угол между наклонным участком нити и вертикалью равен α , далее нить протянута вертикально вверх. Какой должна быть величина a вертикального ускорения, которое надо придать концу нити A , чтобы точка M сразу оторвалась от плоскости?

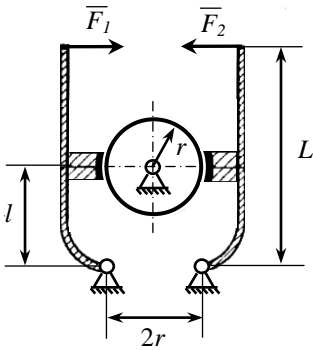


Рис. 6

Задача Д2 (5 баллов). Вал ротора вначале вращался с угловой скоростью ω_0 . К рычагам колодочного тормоза приложили силы \bar{F}_1 и \bar{F}_2 постоянной величины F каждая (рис. 6). Заданные размеры $r, 2r, l, L$ указаны на рисунке. Коэффициент трения на участках контакта колодок и вала равен f . Размеры этих участков считаем пренебрежимо малыми. Момент инерции ротора равен J , а его центр тяжести находится на оси вращения. Весом рычагов пренебрегаем. Через какое время ротор перестанет вращаться?

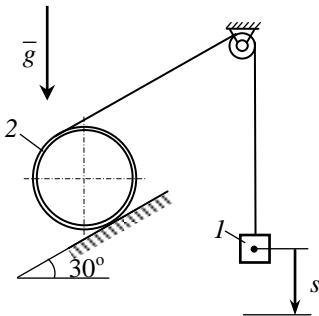


Рис. 7

Задача Д3 (8 баллов). Материальная точка I массы m и однородное тонкое кольцо 2 такой же массы m соединены нерастяжимой нитью (рис. 7). Кольцо 2 может катиться без проскальзывания по плоскости с углом наклона 30° . Нить, сходящая с кольца параллельно наклонной плоскости, переброшена через неподвижный блок. Пренебрегаем массой блока, трением в блоке и трением качения кольца. Вначале система была в покое. Найдите

зависимость $v = v(s)$, где v – скорость точки I , s – перемещение точки I , в следующих случаях:

1) силами сопротивления среды пренебрегаем;

2) учитываем действующую на точку I силу сопротивления среды

$$R = \mu v^2, \text{ где } \mu = \frac{3}{4} \alpha mg, \text{ коэффициент } \alpha > 0.$$

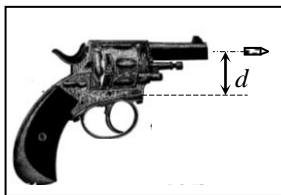


Рис. 8

Задача Д4 (8 баллов). Короткоствольный револьвер неподвижно лежал на гладкой горизонтальной плоскости. От незначительного прикосновения к спусковому крючку в момент $t = 0$ револьвер выстрелил одной пулей. После этого, к моменту $t = \tau$ револьвер повернулся на плоскости на один полный оборот, а перемещение его центра тяжести без учета пули составило l . (Далее величины для револьвера также приведены без учета вылетевшей пули.)

Масса пули равна m . Масса револьвера равна M . Расстояние от центра тяжести револьвера до оси его ствола равно d (рис. 8). Определите работу внутренних сил системы во время выстрела.

Размером пули, сопротивлением воздуха и массой подвижной части спускового механизма пренебрегаем. Считаем, что длина ствола револьвера пренебрежимо мала по сравнению с l .