Зональная студенческая олимпиада
по теоретической механике, КНИТУ, 4-8 декабря 2013 г.

Задачи компьютерного конкурса

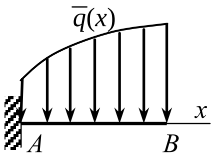

Рис. 1

Задача 1 (7 баллов). К жестко закрепленному в точке A стержню AB длины $l = 1$ м приложена неравномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q(x) = \sqrt{a + \sin^2 x}$ (Н/м), где $0 \le x \le l$, ось x отсчитывается от точки A; $a > 0$ – заданная константа (рис. 1). Весом стержня пренебрегаем. Определите момент заделки M_A.

Входные данные: a.

Выходные данные: M_A.

Пример для отладки: при $a = 4$ получим $M_A = 1.0485$ Н$\cdot$ м.

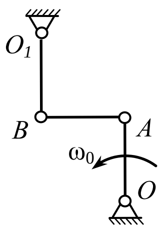

Рис. 2

Задача 2 (18 баллов). В шарнирном механизме $OABO_1$ длины всех стержней одинаковы: $OA = AB = O_1B$. При $t = 0$ углы между соседними стержнями прямые (рис. 2). Стержень OA вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_0 = 5$ рад/с против часовой стрелки. Определите для момента t, $0 < t < \pi/2\omega_0$: модуль угловой скорости ω_1 и модуль углового ускорения ε_1 стержня O_1B, а также среднее в интегральном смысле значение модуля угловой скорости O_1B за промежуток времени от 0 до t: $\omega_{\text{ср}} = \dfrac{1}{t}\int\limits_0^t |\omega_1(\tau)| d\tau$.

Входные данные: t.

Выходные данные: ω_1, ε_1, $\omega_{\text{ср}}$ (8 баллов, 5 баллов, 5 баллов).

Пример для отладки: при $t = 0.1$ с получим $\omega_1 = 3.823$ рад/с, $\varepsilon_1 = 32.18$ рад/с^2, $\omega_{cp} = 4.695$ рад/с.

Задача 3 (25 баллов).

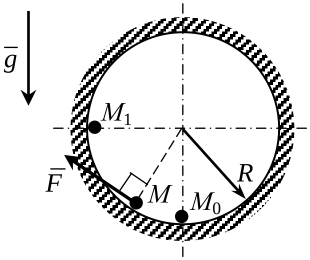

Рис. 3

Задание 3.1 (4 балла). Материальная точка M массы m движется по неподвижной цилиндрической полости радиуса $R = 2$ м (рис. 3). Помимо силы тяжести на точку M действует сила $\bar{F}$, направленная по касательной к окружности полости и равная по величине $F = kmg$, где константа $k \geq \frac{\pi}{2} - 1$. Вначале точка M находилась в покое в нижнем положении M_0 на окружности полости. За какое время T точка M достигнет положения M_1 на конце горизонтального диаметра полости? Принять ускорение свободного падения $g = 9.8$ м/с^2.

Входные данные: k.

Выходные данные: T .

Пример для отладки: при $k = 4$ получим $T = 0.4134$ с.

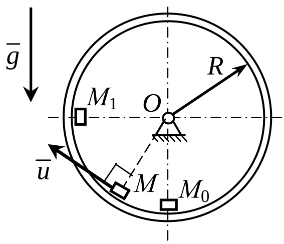

Рис. 4

Задание 3.2 (8 баллов). Самодвижущийся механизм M массы m_1 и пренебрежимо малых размеров движется по внутренней окружности радиуса $R = 2$ м тонкостенного цилиндра массы $m_2 = km_1$, где константа $k > 0.7$ (рис. 4). Цилиндр может вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси O. До начала движения механизм M находился в нижнем положении M_0 на окружности цилиндра, при этом механизм и цилиндр были в покое. Механизм M, опираясь на цилиндр, начинает движение с относительной скоростью (относительно цилиндра), возрастающей со временем по закону $u(t) = gt$. За какое время T механизм M достигнет положения M_1 на конце горизонтального диаметра цилиндра? Принять ускорение свободного падения $g = 9.8$ м/с^2.

Входные данные: k.

Выходные данные: T .

Пример для отладки: при $k = 4$ получим $T = 0.9244$ с.

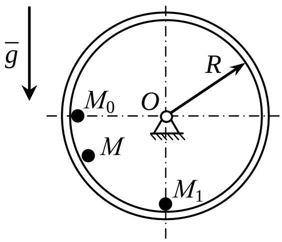

Рис. 5

Задание 3.3 (13 баллов). Материальная точка M массы m_1 движется по внутренней окружности радиуса $R = 2$ м тонкостенного цилиндра массы $m_2 = km_1$, где константа $k > 0$ (рис. 5). Цилиндр может вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси O. Коэффициент трения между точкой M и цилиндром равен f . Вначале точка M находилась в положении M_0 на конце горизонтального диаметра цилиндра. При этом точка M и цилиндр были в покое. За какое время T точка M опустится до нижнего положения M_1 на окружности цилиндра? Принять ускорение свободного падения $g = 9.8$ м/с^2.

Входные данные: k, f .

Выходные данные: T .

Пример для отладки: при $k = 1$, $f = 0.2$ получим $T = 0.9255$ с.