

Сопротивление материалов

Пособие к решению
тестовых заданий

Теория, примеры, задания

С.Г.Сидорин, Ф.С.Хайруллин

2013

Предисловие

Одной из важных задач образовательного процесса является совершенствование методов оценки достижений студентов в освоении знаниями. Характерной чертой современного образования является значительное увеличение объема информации, которое должно быть усвоено за время обучения.

Традиционный способ оценивания знаний преподавателем имеет субъективный характер и производится по весьма ограниченному перечню вопросов, поэтому развиваются различные новые способы оценивания знаний.

Способ тестового контроля знаний в настоящее время получил широкое признание. Опыт использования его в зарубежных странах показал его высокую объективность и применимость в различных областях знаний как точных, так и гуманитарных.

В системе среднего и высшего образования метод тестирования принят как один из методов оценки уровня остаточных знаний студентов. Поэтому внедрение формы тестового контроля в учебный процесс является насущным и необходимым.

1. Основные понятия

Сопротивление материалов – это наука о теоретических основах расчетов элементов конструкций на *прочность, жесткость и устойчивость* при обеспечении необходимой *долговечности* и экономичности.

Прочность – это способность конструкции сопротивляться *разрушению* при действии на нее внешних сил (нагрузок).

Жесткость – способность конструкции сопротивляться *деформации*.

Устойчивость – свойство системы сохранять свое начальное *равновесное положение* при внешних воздействиях.

Долговечность – способность элемента конструкции сохранять необходимые эксплуатационные свойства в течение определенного срока.

Основные гипотезы сопротивления материалов

Материалы считаются:

1. *Однородными*. Однородный материал имеет одинаковые свойства во всех точках тела.
2. *Сплошными*. Сплошными называются среды, не имеющие трещин и пустот. Для таких сред можно применить анализ бесконечно малых величин.
3. *Изотропными*. Тело считается изотропным, если его механические свойства одинаковы во всех направлениях. *Анизотропными* называются материалы, свойства которых в разных направлениях различны (например, древесина).
4. *Деформируемыми*. В сопротивлении материалов учитывается способность тела под действием сил изменять свои начальные размеры и форму, т.е. *деформироваться*. Деформации считаются малыми, по сравнению с линейными размерами тела.
5. *Упругими*. *Упругостью* называется свойство тел восстанавливать свои первоначальные форму и размеры после снятия нагружения.

Помимо рассмотренных выше гипотез в сопротивлении материалов вводится ряд положений, позволяющих значительно упростить расчет:

- *Принцип независимости действия сил* (принцип суперпозиции): результат совместного воздействия нескольких сил равен сумме (алгебраической или геометрической) результатов воздействия каждой из них в отдельности.
- *Принцип Сен-Венана* (принцип локальности): на достаточном удалении от места приложения нагрузки конкретный способ осуществления этой нагрузки можно не учитывать.

- *Гипотеза Бернулли* (гипотеза плоских сечений): поперечные сечения бруса, плоские и нормальные к оси бруса до приложения к нему нагрузки, остаются плоскими и нормальными к его оси при действии нагрузки.

Объекты, рассматриваемые в сопротивлении материалов условно делятся на три типа: стержень, оболочка, массив.

Стержень (брус) – тело, длина которого значительно больше его поперечных размеров.

Оболочка – тело, ограниченное двумя поверхностями, расстояние между которыми малое по сравнению с другими размерами.

Пластина – частный случай оболочки: она образована двумя плоскостями, расстояние между которыми мало.

Массив – тело, все размеры которого сравнимы по величине.

Силы по отношению к телу могут быть внешними или внутренними.

Внешние силы возникают в результате взаимодействия тела с другими телами. Внешние силы могут быть объемными и поверхностными: *объемные силы* непрерывно распределены по всему объему тел (вес, силы инерции, магнитные силы), *поверхностные* приложены к поверхности тела. Силы могут действовать *статически* (оставаться постоянными или медленно изменяющимися) или *динамически* (т.е. быстро изменяться во времени, настолько, что возникающие при этом силы инерции становятся соизмеримыми с величинами самих приложенных сил).

Внутренние силы возникают в материале в результате его деформации внешними силами.

Метод сечений

Для определения внутренних сил (внутренних силовых факторов) следует:

1. Рассечь тело поперечным сечением (рис. 1),
2. Отбросить какую либо из получившихся частей,

3. Заменить отброшенную часть тела внутренними силовыми факторами, приложив их к оставленной части.

N – продольная сила, Q_x, Q_y – поперечные силы, T – крутящий момент, M_x, M_y – изгибающие моменты.

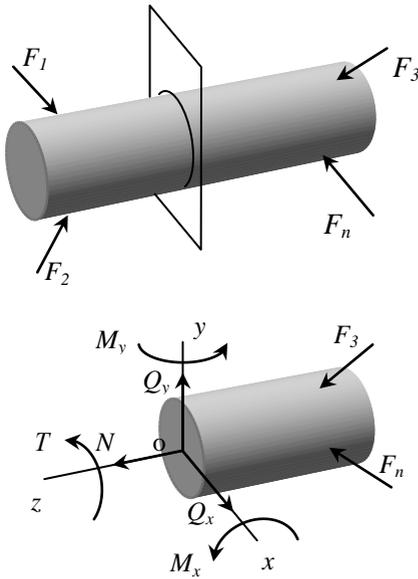


Рис. 1

4. Уравновесить силы, действующие на оставленную часть тела, т.е. записать уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \sum F_{ix} &= 0; & \sum m_{ix} &= 0; \\ \sum F_{iy} &= 0; & \sum m_{iy} &= 0; \\ \sum F_{iz} &= 0; & \sum m_{iz} &= 0. \end{aligned}$$

Из этих уравнений найти N, Q_x, Q_y, M_x, M_y, T .

Для наглядного представления о распределении внутренних силовых факторов по длине стержня строят графики внутренних сил, которые называют *эпюрами внутренних сил*.

Внутренние силы являются равнодействующими внутренних *механических напряжений*, возникающих в материале.

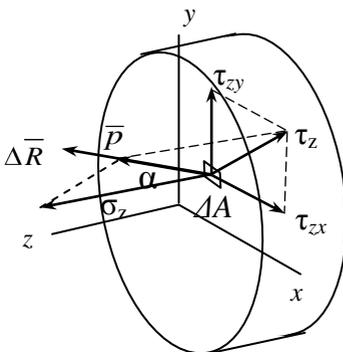


Рис. 2

Механическое напряжение – это интенсивность внутренних сил, приходящаяся на единицу площади сечения тела.

$$\bar{p} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{R}}{\Delta A},$$

Нормальные напряжения действуют перпендикулярно плоскости сечения, касательные

– лежат в плоскости сечения (рис. 2).

$$\sigma = p \cos \alpha, \quad \tau = p \sin \alpha.$$

Нормальные и касательные напряжения связаны с внутренними силами дифференциальными зависимостями

2. Растяжение и сжатие

Растяжение (сжатие) – вид нагружения, при котором все внешние силы приводятся к равнодействующей, приложенной в центре тяжести поперечного сечения и направленной вдоль продольной линии стержня.

В поперечном сечении материала возникает единственный внутренний силовой фактор – продольная сила N .

Участок I, $0 \leq z_1 \leq a$.

$$\Sigma F_{iz} = 0, \quad N_1 - 2F = 0,$$

$$N_1 = 2F;$$

Участок II, $a \leq z_2 \leq 2a$.

$$\Sigma F_{iz} = 0, \quad N_2 - 2F + 3F = 0,$$

$$N_2 = 2F - 3F = -F.$$

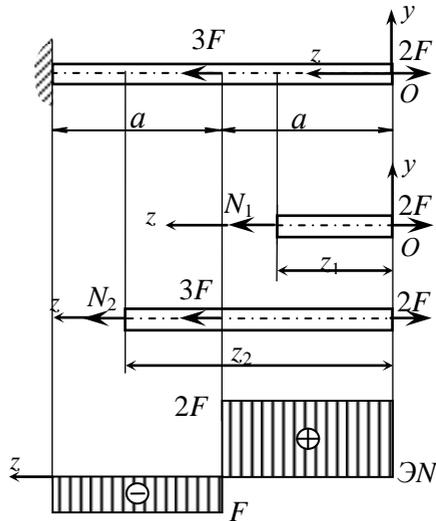


Рис. 3

Напряжение при растяжении: $\sigma = \frac{N}{A}$,

где σ — нормальное напряжение [Па] ($1 \text{ Па (паскаль)} = 1 \text{ Н/м}^2$,
 $10^6 \text{ Па} = 1 \text{ МПа (мегапаскаль)} = 1 \text{ Н/мм}^2$);

N — продольная (нормальная) сила [Н] (ньютон);

A — площадь сечения [м^2].

Относительная продольная деформация при растяжении: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$,

где Δl — продольная деформация [м] (абсолютное удлинение),
 l — длина стержня [м].

Закон Гука: относительная продольная деформация прямо пропорциональна нормальному напряжению

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad \text{или} \quad \sigma = E \cdot \varepsilon,$$

где E — модуль упругости при растяжении (модуль упругости 1-го рода или модуль Юнга) [МПа].

Абсолютная деформация стержня, вычисленная по закону Гука равна

$$\Delta L = \frac{NL}{EA},$$

где EA называется жесткостью стержня при растяжении (сжатии).

Если продольная сила или поперечное сечение непостоянны по длине стержня, то удлинение стержня:

$$\Delta L = \int_0^L \frac{N(z)}{EA(z)} dz$$

Условие прочности: максимальные напряжения в стержне не должны превышать допускаемых напряжений

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma],$$

$[\sigma]$ — допускаемое напряжение. Определяется по формуле

$$[\sigma] = \frac{\sigma_o}{n},$$

σ_o — опасное напряжение, зависит от материала, определяется экспериментально,

n — коэффициент запаса прочности.

Для пластичных материалов $\sigma_o = \sigma_T$ (предел текучести), $n = 1,5$, для хрупких $\sigma_o = \sigma_B$, (предел прочности), $n = 3$.

Величина n задается в зависимости от материала, условий эксплуатации конструкции, точности расчета.

Для хрупких материалов допускаемое напряжение на растяжение задается меньшим по величине, чем на сжатие $[\sigma_{\text{раст}}] < [\sigma_{\text{сж}}]$, для пластичных материалов допускаемые напряжения на растяжение и сжатие равны $[\sigma_{\text{раст}}] = [\sigma_{\text{сж}}]$.

Испытания материалов

Для определения механических характеристик материала, проводятся испытания образцов и этих материалов на растяжение и сжатие. Получают диаграммы, связывающие деформации и напряжения (рис. 4).

Механические характеристики делятся на три группы:

1. характеристики прочности,
2. характеристики пластичности,
3. характеристики упругости.

Характеристики прочности:

$\sigma_{\text{п}}$ – *предел пропорциональности,*

$\sigma_{\text{у}}$ – *предел упругости,*

$\sigma_{\text{т}}$ – *предел текучести,* является опасным напряжением $\sigma_0 = \sigma_{\text{т}}$ для пластичных материалов,

$\sigma_{\text{в}}$ – *предел прочности (временнок сопротивление),* является опасным напряжением $\sigma_0 = \sigma_{\text{в}}$ для хрупких материалов,

$\sigma_{\text{р}}$ – напряжение в момент разрыва.

Опасным напряжением для пластичных материалов является *предел текучести* $\sigma_{\text{т}}$, для хрупких материалов – *предел прочности* $\sigma_{\text{в}}$. Пластичные материалы имеют равные пределы текучести при растяжении и сжатии $\sigma_{\text{т р}} = \sigma_{\text{т с}}$ (рис.5). Хрупкие материалы, например, чугун лучше сопротивляются сжатию, чем растяжению $\sigma_{\text{в с}} > \sigma_{\text{в р}}$ (рис.6).

Характеристики пластичности:

— 100% – *относительная остаточная деформация* при разрушении. Если больше 5%, то материал

относится к пластичным, если меньше, то он считается хрупким.

— - относительное остаточное поперечное сужение.

Характеристики упругости:

E – модуль упругости, характеризует способность материала сопротивляться деформированию, т.е. его жесткость. Чем больше E , тем меньше деформируется материал. Для стали $E=2 \cdot 10^5$ МПа.

ν – коэффициент Пуассона, безразмерная величина характеризует способность материала к поперечному деформированию при продольном нагружении. ν изменяется в пределах от 0 (пробка) до 0,5 (каучук); для стали $\nu \approx 0,25 \div 0,3$.

Относительная поперечная деформация равна $\boxed{\varepsilon' = -\nu\varepsilon}$,

G – модуль сдвига, характеризует способность материала сопротивляться сдвигу. Модуль сдвига связан с модулем упругости E и коэффициентом Пуассона ν соотношением

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

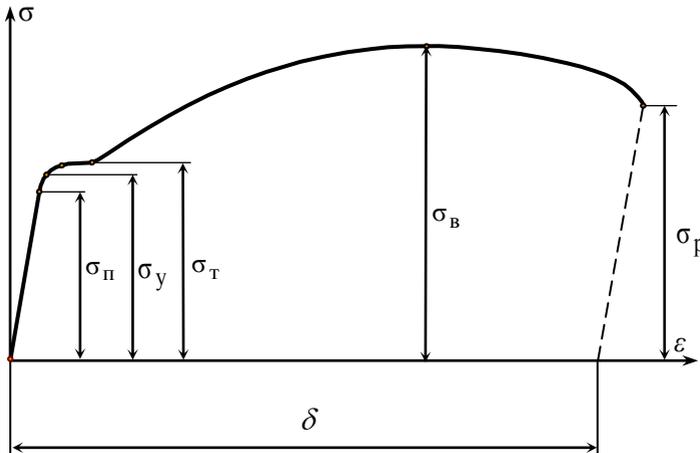


Рис. 4

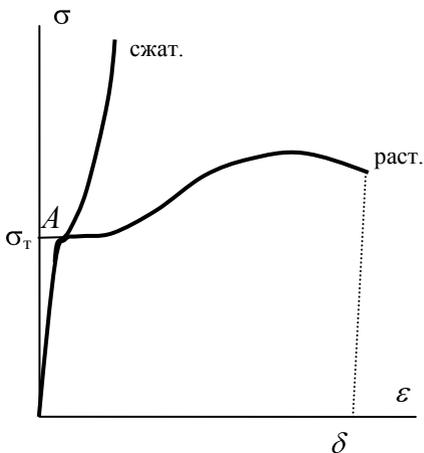


Рис. 5

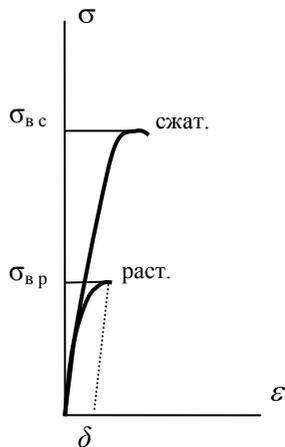


Рис. 6

Расчеты на прочность:

Проектировочный расчет – определение размеров поперечного сечения стержня по известной продольной силе и допускаемому напряжению:

$$A \geq \frac{|N_{\max}|}{\sigma_{\text{доп}}}$$

Проверочный расчет – проверка прочности стержня, т.е. определение напряжения:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} \leq \sigma_{\text{доп}}$$

Определение максимальной продольной силы по заданным величинам площади поперечного сечения и допускаемого напряжения:

$$|N_{\max}| \leq A \sigma_{\text{доп}}$$

3. Напряженное и деформированное состояние

На гранях бесконечно малого параллелепипеда в материале могут действовать нормальные σ и касательные τ напряжения (рис.7).

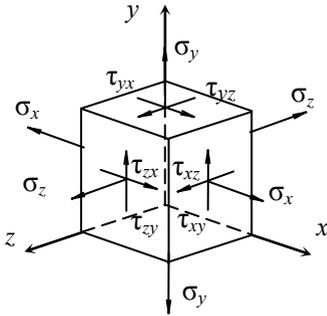


Рис. 7

площадках.

Главные напряжения обозначают: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, причем

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

Напряженное состояние может быть трех видов:

- 1) *линейное* напряженное состояние – растяжение (сжатие) в одном направлении (рис. 8);
- 2) *плоское* напряженное состояние – растяжение (сжатие) по двум направлениям (рис. 9);
- 3) *объемное* напряженное состояние – растяжение (сжатие) по трем взаимно перпендикулярным направлениям (рис. 10).

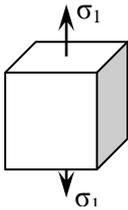


Рис. 8

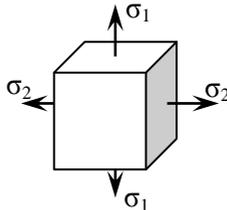


Рис. 9

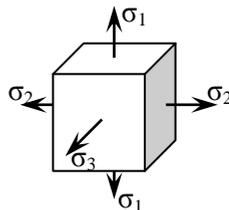


Рис.10

Линейное напряженное состояние

Нормальные напряжения, действующие по наклонным площадкам:

$$\sigma_x = \sigma_1 \cdot \cos^2 \alpha, \quad \sigma_y = \sigma_1 \cdot \sin^2 \alpha.$$

Касательные напряжения по наклонным площадкам:

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_1}{2} \cdot \sin 2\alpha, \quad \tau_{yx} = -\frac{\sigma_1}{2} \cdot \sin 2\alpha.$$

Нормальные напряжения σ_x положительны, если они растягивающие; касательные напряжения τ_{xy} положительны, если они стремятся повернуть рассматриваемый элемент по часовой стрелке (рис. 11).

Наибольшие нормальные напряжения равны $\max \sigma_x = \sigma$ и действуют по поперечным сечениям.

Наибольшие касательные напряжения равны $\max \tau_{xy} = \sigma_1/2$ и действуют по сечениям, составляющим угол 45° к оси стержня.

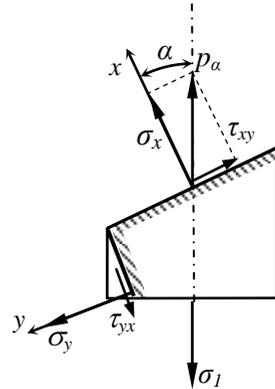


Рис. 11

Закон парности касательных напряжений:

$$\tau_{yx} = -\tau_{xy}$$

на двух взаимно перпендикулярных сечениях действуют равные по величине и обратные по знаку касательные напряжения.

Плоское напряженное состояние

Прямая задача. По известным главным напряжениям: $\sigma_1 = \sigma_{\max}$, $\sigma_2 = \sigma_{\min}$ требуется определить нормальные и касательные напряжения, действующие по наклонным площадкам (рис. 12).

Нормальные напряжения равны

$$\sigma_x = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha, \quad \sigma_y = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha$$

Касательные напряжения равны

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha, \quad \tau_{yx} = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha$$

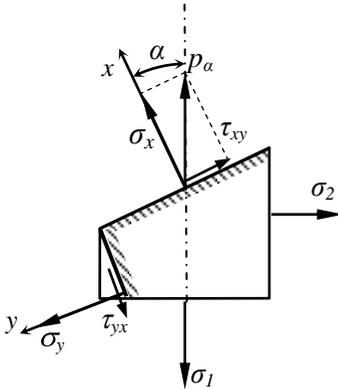


Рис. 12

Откуда видно, что $\sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2$ — сумма нормальных напряжений по двум взаимно перпендикулярным площадкам инварианта (независима) по отношению к наклону этих площадок.

Максимальные касательные напряжения равны $\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$ и действуют по площадкам, наклоненным к главным площадкам под углом $\alpha = 45^\circ$.

Обратная задача. По известным нормальным и касательным напряжениям, действующим в двух взаимно перпендикулярных площадках, найти главные (max и min) напряжения и положение главных площадок.

Главные напряжения равны

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}$$

Положение главной площадки определяется углом α_0 ,

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{xz}}{\sigma_x - \sigma_z}$$

Объемное напряженное состояние

Напряжения в произвольной площадке:

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cos^2 \alpha_3$$

$$\tau_{\alpha} = \sqrt{\sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \alpha_3 - \sigma_{\alpha}},$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – углы между нормалью к рассматриваемой площадке и направлениями главных напряжений.

Наибольшее касательное напряжение:
$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}.$$

Оно действует по площадке параллельной главному напряжению σ_2 и наклоненной под углом 45° к главным напряжениям σ_1 и σ_3 .

Для касательных напряжений так же, как и при плоском напряженном состоянии, действует закон парности.

Деформации при объемном напряженном состоянии определяются по обобщенному закону Гука:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)]; \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1)]; \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)], \end{aligned}$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ — относительные главные деформации.

Относительная объемная деформация:

$$\theta = \frac{\Delta V}{V} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad \theta = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3).$$

При деформации тела, материал которого имеет коэффициент Пуассона $\nu = 0,5$ (например, резина), объем тела не меняется. Такие материалы называются несжимаемыми.

Потенциальная энергия деформации при осевом растяжении (сжатии) потенциальная энергия равна

$$U = \frac{F \cdot \Delta L}{2}.$$

Удельная потенциальная энергия – количество потенциальной энергии, накапливаемое в единице объема. При растяжении равна:

$$u = \frac{\sigma^2}{2E}$$

Удельная потенциальная энергия в общем случае *объемного напряженного состояния*:

$$u = \frac{\sigma_1 \cdot \varepsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \cdot \varepsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \cdot \varepsilon_3}{2}$$

или

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)]$$

Удельную потенциальную энергию деформации можно разделить на две части $u = u_o + u_\phi$:

- 1) u_o - энергия изменения объема (т.е. одинакового изменения всех размеров кубика без изменения кубической формы)

$$u_o = \frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2;$$

- 2) u_ϕ - энергия изменения формы (т.е. энергия, расходуемая на превращение кубика в параллелепипед)

$$u_\phi = \frac{1+\nu}{3E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3]$$

Чистый сдвиг

Чистый сдвиг – напряженное состояние, при котором по взаимно перпендикулярным площадкам (граням) элемента возникают только касательные напряжения (рис. 13).

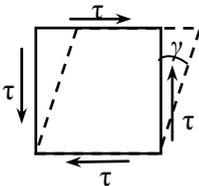


Рис. 13

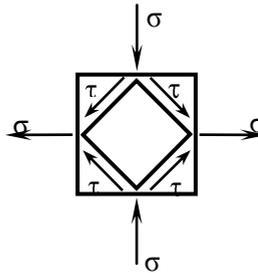


Рис. 14

Чистый сдвиг возникает в площадках расположенных под углом 45° к главным площадкам, по которым действуют равные по величине, но обратные по знаку главные напряжения

$$\sigma_1 = -\sigma_3 = \sigma; \sigma_2 = 0.$$

Площадки чистого сдвига – это площадки, по которым действуют только касательные напряжения. Касательные напряжения на них равны

Закон Гука при сдвиге: $\gamma = \tau/G$ или $\tau = G \cdot \gamma$,

где γ – угол сдвига,

G – модуль сдвига [МПа] – постоянная материала, характеризующая способность сопротивляться деформациям сдвига.

Удельная потенциальная энергия деформации при сдвиге:

$$u = \frac{\tau^2}{2G}.$$

Вся потенциальная энергия при чистом сдвиге расходуется только на изменение формы, изменение объема при деформации сдвига равно нулю.

4. Теории прочности

В общем случае опасное (предельное) напряженное состояние элемента конструкции зависит от соотношения между тремя главными напряжениями ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$). Т.е., строго говоря, для каждого соотношения нужно экспериментально определять величину предельного напряжения, что нереально. Поэтому были приняты такие методы расчета прочности, которые позволяли бы оценить степень опасности любого напряженного состояния по эквивалентному напряжению, возникающему при равноопасном растяжении – сжатии. Они называются *теориями прочности* (теории предельных напряженных состояний).

1-ая теория прочности (теория наибольших нормальных напряжений): причиной наступления предельного напряженного состояния являются наибольшие нормальные напряжения.

$$\sigma_{\text{ЭКВ}}^I = \sigma_{\text{max}} \leq [\sigma].$$

Главный недостаток: не учитываются два других главных напряжения. Подтверждается опытом только при растяжении весьма хрупких материалов (стекло, гипс). В настоящее время практически не применяется.

2-я теория прочности (теория наибольших относительных деформаций): причиной наступления предельного напряженного состояния являются наибольшие относительные деформации.

$$\varepsilon_{\max} \leq [\varepsilon].$$

Учитывая, что $\varepsilon_{\max} = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)]$, получаем условие прочности

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{II}} = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma].$$

В настоящее время теория используется редко, только для хрупких материалов (бетон, камень).

3-я теория прочности (теория наибольших касательных напряжений): причиной наступления предельного напряженного состояния являются наибольшие касательные напряжения

$$\tau_{\max} \leq [\tau],$$

подставляя $\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$, получим условие прочности:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma].$$

Основной недостаток – не учитывает влияние σ_2 .

При плоском напряженном состоянии при $\sigma_y = 0$ получаем:

$$\sigma_{\text{эквIII}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$$

Широко используется для пластичных материалов.

4-я теория прочности (*энергетическая теория*): причиной наступления предельного напряженного состояния являются величина удельной потенциальной энергии изменения формы:

$$u_{\phi} \leq [u_{\phi}].$$

Учитывает, все три главных напряжения:

$$\sigma_{\text{экв}}^{IV} = \sqrt{0,5 \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \leq [\sigma].$$

При плоском напряженном состоянии при $\sigma_y=0$:

$$\sigma_{\text{экв}}^{IV} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$$

Широко используется для пластичных материалов.

Теория прочности Мора

Используется при расчетах хрупких материалов, у которых допускаемые напряжения на растяжение $[\sigma_p]$ и сжатие $[\sigma_c]$ не одинаковы (чугун).

$$\sigma_{\text{эквМ}} = \sigma_1 - \frac{[\sigma_p]}{[\sigma_c]} \cdot \sigma_3 \leq \sigma_p.$$

Для пластичных материалов $[\sigma_p]=[\sigma_c]$ теория Мора превращается в 3-ю теорию.

5. Геометрические характеристики плоских сечений

Площадь: $A = \int_A dA$, dA — эле-

ментарная площадка.

Статический момент сечения:

$$S_x = \int_A y dA; \quad S_y = \int_A x dA$$

$[\text{см}^3, \text{м}^3]$.

Координаты центра тяжести:

$$x_C = \frac{S_y}{A}; \quad y_C = \frac{S_x}{A}.$$

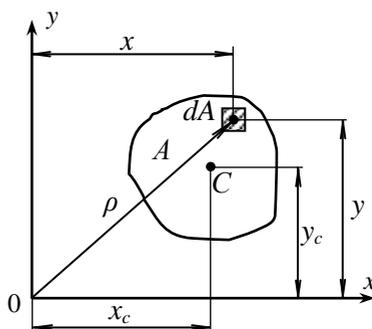


Рис. 15

Статические моменты относительно *центральных осей* (осей, проходящих через центр тяжести сечения) равны нулю (рис. 15).

При вычислении статических моментов сложной фигуры ее разбивают на простые части, с известными площадями A_i и координатами центров тяжести x_i, y_i .

Статический момент площади всей фигуры равен сумме статических моментов каждой ее части:

$$S_x = \sum_{i=1}^n A_i y_i; \quad S_y = \sum_{i=1}^n A_i x_i.$$

Координаты центра тяжести сложной фигуры:

$$x_C = \frac{S_y}{A} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i x_i}{\sum_{i=1}^n A_i}; \quad y_C = \frac{S_x}{A} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i y_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

Моменты инерции сечения.

Осевые моменты инерции сечения: $J_x = \int_A y^2 dA$; $J_y = \int_A x^2 dA$ [M^4].

Полярный момент инерции сечения: $J_p = \int_A \rho^2 dA$; [M^4].

$$J_y + J_x = J_p.$$

Центробежный момент инерции сечения $J_{xy} = \int_A xy dA$.

Центробежный момент инерции сечения относительно осей, из которых одна или обе совпадают с осями симметрии, равен нулю.

Осевые и полярные моменты инерции всегда положительны, центробежные моменты инерции могут быть положительными, отрицательными или равными нулю.

Момент инерции сложной фигуры равен сумме моментов инерции составных ее частей.

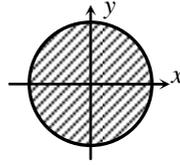
Моменты инерции сечений простой формы

Круг

$$J_x = J_y = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi d^4}{64},$$

$$J_p = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32},$$

$$J_{xy} = 0.$$

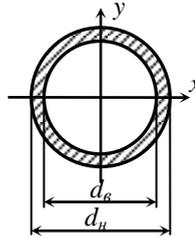


Кольцо

$$J_x = J_y = \frac{\pi d_H^4}{64} (1 - c^4),$$

$$J_p = \frac{\pi d_H^4}{32} (1 - c^4),$$

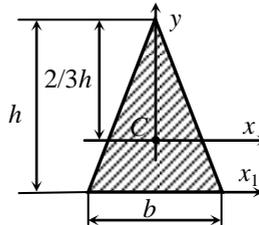
$$J_{xy} = 0; \quad c = \frac{d_e}{d_H}.$$



Равнобедренный треугольник

$$J_x = \frac{bh^3}{36}; \quad J_y = \frac{hb^3}{48}; \quad J_{xy} = 0$$

$$J_{x_1} = \frac{bh^3}{12}$$

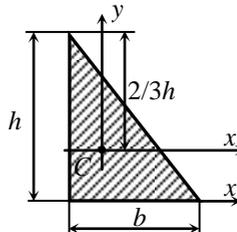


Прямоугольный треугольник

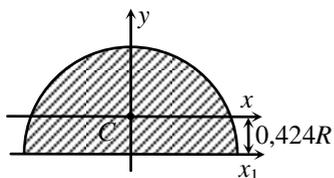
$$J_x = \frac{bh^3}{36}; \quad J_y = \frac{hb^3}{36}; \quad J_{xy} = \pm \frac{b^2 h^2}{72};$$

$J_{xy} < 0$, если гипотенуза "убывает"

$$J_{x_1} = \frac{bh^3}{12}$$



Полукруг

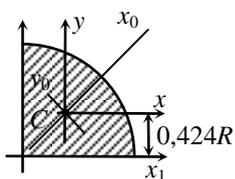


$$J_x \approx 0,11 \cdot R^4;$$

$$J_y = J_{x_1} = \frac{\pi R^4}{8};$$

$$J_{xy} = 0$$

Четверть круга



$$J_y = J_x = 0,055R^4$$

$$J_{xy} = \pm 0,0165R^4$$

на рис. (-)

$$J_{x_0} = 0,0714R^4,$$

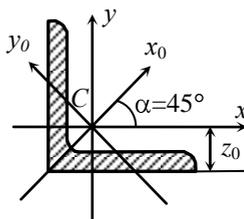
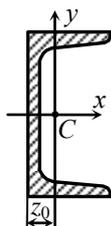
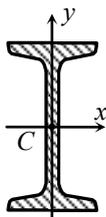
$$J_{y_0} = 0,0384R^4$$

Моменты инерции стандартных профилей находятся из таблиц сортамента.

Двутавр

Швеллер

Уголок



Моменты инерции относительно параллельных осей

Момент инерции относительно любой оси равен моменту инерции относительно центральной оси, параллельной данной, плюс произведение площади фигуры на квадрат расстояния между осями (рис.16)

$$\boxed{J_{xI} = J_x + a^2 A}, \quad \boxed{J_{yI} = J_y + b^2 A},$$

$$\boxed{J_{yIxI} = J_{yx} + abA}$$

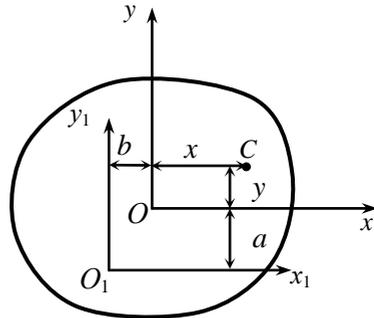


Рис. 16

Моментами инерции при повороте осей

$$J_{xI} = J_x \cos^2 \alpha + J_y \sin^2 \alpha - J_{xy} \sin 2\alpha;$$

$$J_{yI} = J_y \cos^2 \alpha + J_x \sin^2 \alpha + J_{xy} \sin 2\alpha;$$

$$J_{xIyI} = \frac{1}{2} (J_x - J_y) \sin 2\alpha + J_{xy} \cos 2\alpha ;$$

Угол $\alpha > 0$, если переход от старой системы координат к новой происходит против хода часовой стрелки.

$$J_{yI} + J_{xI} = J_y + J_x$$

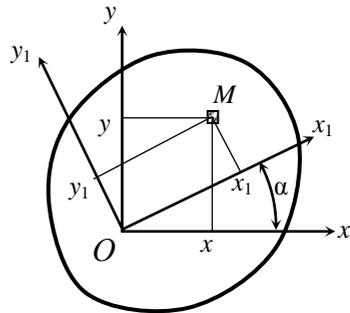


Рис. 17

Главные моменты инерции

Главными моментами инерции называются моменты инерции достигающие максимального и минимального значения:

$$\boxed{J_{\max}^{\min} = \frac{J_x + J_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4 \cdot J_{xy}^2}}$$

Главными осями инерции называются оси, относительно которых осевые моменты инерции имеют экстремальные значения, а центробежные моменты инерции равны нулю. Главные оси инерции

взаимно перпендикулярны. Если одна из осей совпадает или обе совпадают с осью симметрии, то они главные.

Положение главных осей, определяется углом:

$$\boxed{\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot J_{xy}}{J_y - J_x}},$$

если $\alpha_0 > 0$, то поворот от начальных осей к главным против хода часовой стрелки.

Ось максимума всегда составляет меньший угол с той из осей, относительно которой момент инерции имеет большее значение.

Главными центральными осями инерции называются главные оси, проходящие через центр тяжести.

Между главными моментами инерции и моментами инерции относительно произвольных осей справедливо отношение

$$J_{max} + J_{min} = J_x + J_y.$$

Конечной целью вычисления геометрических характеристик сечения является определение главных центральных моментов инерции и положения главных центральных осей инерции.

6. Кручение

Кручение - вид нагружения, при котором в поперечных сечениях возникает только крутящий момент — M_k .

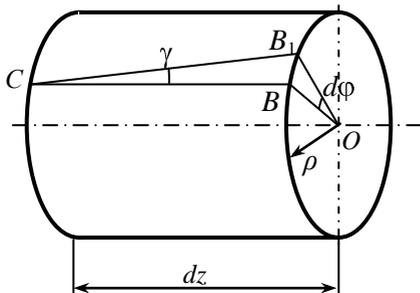


Рис. 18

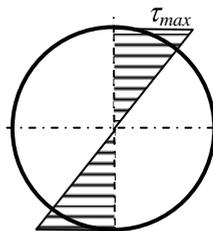


Рис. 19

При кручении происходит поворот одного сечения относительно другого на *угол закручивания* - φ .

При кручении круглого бруса (вала) материал находится в напряженном состоянии *чистого сдвига*. Возникают только касательные напряжения (нормальные напряжения отсутствуют).

Касательные напряжения равны:

$$\tau = \frac{T\rho}{J_p}; \quad \tau_{\max} = \frac{T}{W_p},$$

где ρ – радиус точки, где определяются напряжения.

Касательные напряжения в точках сечения изменяются пропорционально расстоянию точек от оси. Касательные напряжения в центре равны нулю, чем дальше от центра, тем они больше.

$$W_p = \frac{J_p}{\rho_{\max}}$$

— *полярный момент сопротивления* — отношение полярного момента инерции к расстоянию от полюса до наиболее удаленной точки сечения.

$$\text{Для круга } W_p = \frac{\pi D^3}{16}.$$

Угол закручивания вала (закон Гука при кручении): $\varphi = \frac{TL}{GJ_p}$,

где GJ_p — жесткость сечения при кручении.

Относительный угол закручивания: $\theta = \frac{\varphi}{L} = \frac{T}{GJ_p}$.

Потенциальная энергия при кручении: $U = \frac{1}{2} T \varphi = \frac{T^2 L}{2GJ_p}$.

Условие прочности: $\tau_{\max} = \frac{T}{W_p} \leq [\tau]$,

$[\tau] = \frac{\tau_{пред}}{[n]}$, для пластичного материала за $\tau_{пред}$ принимается предел текучести при сдвиге τ_t , для хрупкого материала – τ_b – предел прочности, $[n]$ – коэффициент запаса прочности.

Условие жесткости при кручении: $\theta_{max} \leq [\theta]$.

7. Изгиб

Изгиб - вид нагружения стержня, при котором все приложенные внешние силы приводятся к равнодействующему моменту, плоскость действия которого проходит через продольную ось. В поперечных сечениях стержня возникают изгибающие моменты.

Стержень, работающий на изгиб, называется *балкой*.

Изгиб называется *плоским*, если плоскость действия момента проходит через главную центральную ось инерции сечения.

Если изгибающий момент M_x является единственным внутренним силовым фактором, то такой изгиб называется *чистым*.

Если возникают два внутренних силовых фактора: поперечная сила Q_y и изгибающий момент M_x , то изгиб называется *поперечным*.

Нормальная сила N при изгибе равняется нулю.

Принято **правило знаков**: Для левой и правой отсеченных частей показаны положительные направления поперечной силы и изгибающего момента. (рис.20):

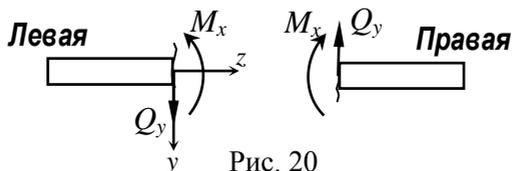


Рис. 20

Построение эпюр поперечной силы и изгибающего момента

Рассмотрим примеры построения эпюр поперечной силы и изгибающего момента.

Пример. Балка длиной L закреплена одним концом и нагружена сосредоточенной силой F (рис. 21). Пусть $F = 4$ кН, $L = 2$ м.

Определим внутренние силовые факторы, возникающие в балке. Воспользуемся методом сечений. Рассечем балку, отбросим правую часть. На левой отсеченной части в месте сечения нарисуем положительно направленные внутренние силовые факторы Q_y и M_x .

Запишем уравнения равновесия отсеченной части, получим:

Участок:

$$\sum F_y = -F + Q_y = 0,$$

$$Q_y = F,$$

$$\sum m_x = M_x - F \cdot z = 0,$$

$$M_x = F \cdot z.$$

Построим эпюры Q_y и M_x .

Поперечная сила постоянна по всей длине балки и равна $Q_y = F = 4$ кН.

Изгибающий момент M_x изменяется по линейному закону.

Вычислим его значение в двух точках: в начале $z = 0$ и в конце балки $z = L = 2$ м.

$$z = 0, \quad M_x = 0; \quad z = 2 \text{ м}, \quad M_x = 8 \text{ кНм}.$$

Построим по точкам эпюру M_x .

Опасным сечением называется сечение, в котором изгибающий момент достигает наибольшей по модулю величины $M_{x\max} = \max |M_x|$.

В некоторых случаях опасным сечением может быть также сечение, где наибольшего значения достигает поперечная сила

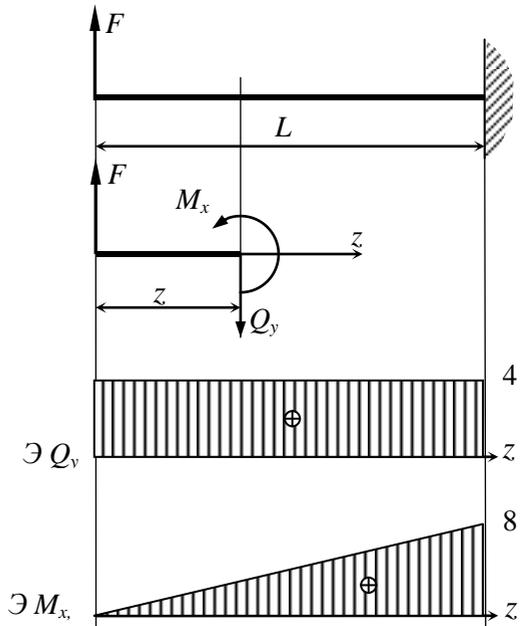


Рис. 21

$Q_{y\max} = \max |Q_y|$. В данном случае опасным является место закрепления балки.

Пример. Для балки, изображенной на рис.22, построить эпюры поперечной силы Q_y и изгибающего момента M_x и определить опасное сечение. Пусть величины $F = 10$ кН, $a = 2$ м, $b = 3$ м.

Решение.

Определим реакции опор. Запишем уравнения равновесия. Из этих уравнений получим:

$$\sum F_z = 0; \quad Z_B = 0.$$

$$\sum m_A = 0;$$

$$Y_B(a+b) - Fa = 0,$$

$$Y_B = F \frac{a}{a+b} = 4 \text{ кН}.$$

$$\sum m_B = 0;$$

$$-R_A(a+b) + Fb = 0,$$

$$R_A = F \frac{b}{a+b} = 6 \text{ кН}.$$

Для проверки правильности определения реакции опор используем уравнение:

$$\sum F_y = 0; \quad R_A - F + Y_B = 0.$$

$$6 - 10 + 4 = 0,$$

$$0 \equiv 0.$$

Значит, реакции определены правильно.

Определим внутренние усилия. Следует рассмотреть два участка, границами участков являются точки приложения сосредоточенной силы F и опорных реакций R_A и Y_B . Обозначим границы участков буквами A , C и B .

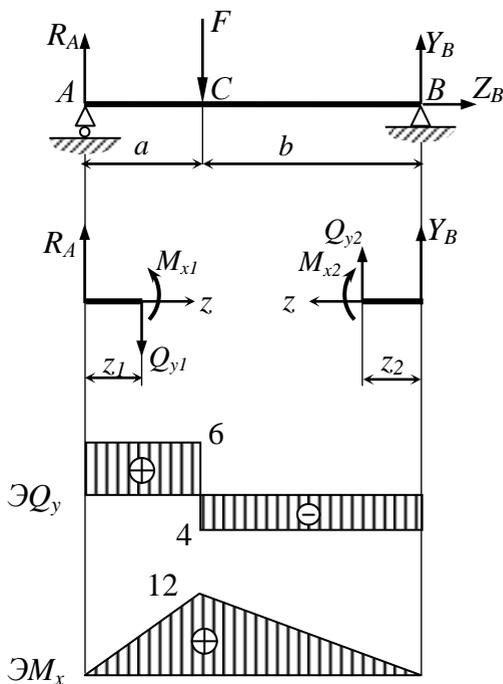


Рис. 22

рассмотреть два участка, границами участков являются точки приложения сосредоточенной силы F и опорных реакций R_A и Y_B . Обозначим границы участков буквами A , C и B .

Рассечем последовательно первый и второй участок. Запишем уравнения равновесия отсеченных частей на участках:

Участок I:

$$\sum F_y = R_A - Q_{y1} = 0,$$

$$Q_{y1} = R_A,$$

$$\sum m_x = M_{x1} - R_A \cdot z_1 = 0,$$

$$M_{x1} = R_A \cdot z_1.$$

Участок II:

$$\sum F_y = Y_B + Q_{y2} = 0,$$

$$Q_{y2} = -Y_B,$$

$$\sum m_x = -M_{x2} + Y_B \cdot z_2 = 0,$$

$$M_{x2} = Y_B \cdot z_2.$$

Вычислим Q_y и M_x в граничных точках первого участка:

при $z_1 = 0$, $Q_{y1} = R_A = 6$ кН, $M_{x1} = 0$;

при $z_1 = a = 2$ м, $Q_{y1} = R_A = 6$ кН, $M_{x1} = 12$ кНм.

Вычислим Q_y и M_x в граничных точках второго участка:

при $z_2 = 0$, $Q_{y2} = -Y_B = -4$ кН, $M_{x2} = 0$;

при $z_2 = b = 3$ м, $Q_{y2} = -Y_B = -4$ кН, $M_{x2} = 12$ кНм.

Построим эпюры Q_y и M_x . По полученным эпюрам определим опасное сечение, оно проходит через точку приложения силы F , так как M_x достигает там наибольшего значения.

Правила проверки эпюр

Между изгибающим моментом, поперечной силой и распределенной силой существуют дифференциальные зависимости :

$$\frac{dM_x}{dz} = Q_y, \quad \frac{dQ_y}{dz} = q,$$

то есть *первая производная от изгибающего момента по длине участка равна поперечной силе, а также производная от поперечной силы равна интенсивности распределенной нагрузки.*

Эти соотношения называются *теоремой Журавского.*

На основании теоремы Журавского и условий равновесия могут быть сформулированы **правила проверки эпюр**:

1. В точке, где на балку прикладывается сосредоточенная сила, на эпюре Q_y должен быть скачок, равный по величине и направлению приложенной силе.
2. В точке приложения сосредоточенного момента на эпюре M_x должен быть скачок, равный по величине приложенному моменту.
3. На участке, где приложена распределенная нагрузка, эпюра Q_y является наклонной прямой (наклон по направлению действия нагрузки), а эпюра M_x - кривой, выпуклость которой направлена навстречу распределенной нагрузке.
4. На участках, где $Q_y > 0$, M_x возрастает, на участках, где $Q_y < 0$, M_x убывает, если $Q_y = 0$ (эпюра пересекает нулевую линию), то эпюра M_x имеет экстремум.
5. В тех точках, где на эпюре Q_y имеется скачок, на эпюре M_x будет излом.
6. Чем больше по модулю величина Q_y , тем быстрее изменяется эпюра M_x .

Эти правила справедливы, если проверять эпюры, начиная с левого конца балки к правому. Правилами можно также воспользоваться и при построении эпюр внутренних сил.

Напряжение при чистом изгибе

Нормальные напряжения, возникающие при чистом изгибе балки, когда $Q_y = 0$, определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y,$$

где y – координата точки, где определяется напряжение.

Максимальные напряжения возникают в крайних верхних и нижних волокнах балки.

Условие прочности

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{x\max}|}{W_x} \leq [\sigma]$$

Момент сопротивления поперечного сечения

Осевой момент сопротивления — отношение момента инерции относительно оси к расстоянию от нее до наиболее удаленной точки сечения:

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}} \quad [\text{см}^3, \text{м}^3]$$

Особенно важны моменты сопротивления относительно главных центральных осей:

$$\text{прямоугольник: } W_x = \frac{J_x}{h/2} = \frac{bh^2}{6}; \quad W_y = \frac{J_y}{b/2} = \frac{b^2h}{6};$$

$$\text{круг: } W_x = W_y = \frac{J_x}{R} = \frac{\pi R^3}{4} = \frac{\pi d^3}{32},$$

$$\text{кольцо: } W_x = W_y = \frac{J_x}{d_n/2} = \frac{\pi d_n^3}{32} (1 - \alpha^4),$$

где $\alpha = d_i/d_e$.

Напряжения при поперечном изгибе

Нормальные напряжения определяются по формуле

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y,$$

касательные напряжения – по формуле Журавского

$$\tau = \frac{Q_y S_x^*(y)}{J_x b(y)}.$$

Эпюры напряжений в сечении балки показаны на рис. 23.

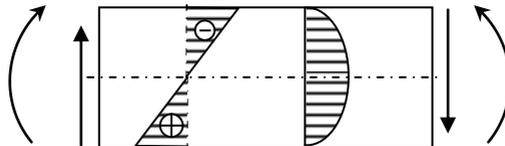


Рис. 23

Условие прочности имеет вид:

$$\boxed{\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} \leq [\sigma]}, \quad \boxed{\tau_{\max} = \frac{Q_{y\max}}{J_x} \left(\frac{S_x^*(y)}{b(y)} \right)_{\max} \leq [\tau]}$$

Из условия прочности по нормальным напряжениям определяют размеры поперечного сечения балки: $W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}$. Затем эту балку

проверяют по условию прочности по касательным напряжениям.

В сечениях балок могут быть точки, где опасные напряжения возникают от совместного действия нормальных и касательных напряжений. Для этих точек на основании теорий прочности находятся эквивалентные напряжения, которые не должны превышать допустимых.

Условия прочности по различным теориям прочности

I-я: $\sigma_{\text{эквI}} = \frac{1}{2}[\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}] \leq [\sigma];$

II-я: $\sigma_{\text{эквII}} = 0,35\sigma + 0,65[\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}] \leq [\sigma]$ (при коэффициенте Пуассона $\nu = 0,3$); — применяются редко.

III-я: $\sigma_{\text{эквIII}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma],$

IV-я: $\sigma_{\text{эквIV}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma],$

теория Мора: $\sigma_{\text{эквM}} = \frac{1-m}{2}\sigma + \frac{1+m}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma], \quad m = \frac{[\sigma_p]}{[\sigma_c]}$ (ис-

пользуется для чугуна, у которого допускаемое напряжение на растяжение $[\sigma_p] \neq [\sigma_c]$ — на сжатие).

Главные напряжения при поперечном изгибе:

$$\boxed{\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}$$

Перемещения при плоском изгибе

При изгибе балки определяются перемещения: прогиб и угол поворота поперечного сечения.

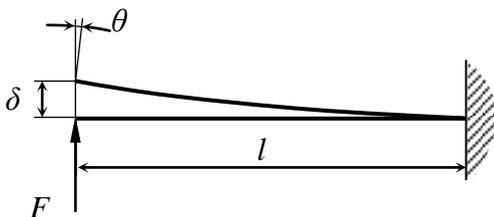


Рис. 24

Прогибом балки δ называется величина, на которую перемещается центр тяжести поперечного сечения в направлении, перпендикулярном первоначальной оси балки.

Углом поворота поперечного сечения θ называется

угол, на который поворачивается поперечное сечение при деформации балки (рис. 24).

В дальнейшем будем считать, что прогибы и углы поворота балки малы и $\delta' = tg\theta \approx \theta$, а $\theta \ll 1$.

Приближенное дифференциальное уравнение изогнутой оси балки имеет вид: $EJ_x \delta'' = M_x$.

Если балка имеет один участок, то это уравнение можно непосредственно проинтегрировать:

$$\theta = \int \frac{M_x}{EJ_x} dz + C, \quad \delta = \int dz \int \frac{M_x}{EJ_x} dz + Cz + D,$$

где EJ_x - жесткость при изгибе,

C и D - константы интегрирования, которые представляют собой прогиб $\delta_0 = D$ и угол поворота $\theta_0 = C$ в начале координат и определяются из граничных условий задачи.

Дифференциальные зависимости при изгибе:

$$\frac{dM(x)}{dx} = Q(x); \quad \frac{dQ(x)}{dx} = q(x); \quad EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x); \quad \frac{dy}{dx} = \theta.$$

8. Сложное сопротивление

Сложным сопротивлением называется нагружение, при котором в поперечных сечениях стержня возникает несколько внутренних силовых факторов.

Наиболее часто в расчетной практике встречаются следующие виды сложного сопротивления:

- косой изгиб;
- внецентренное растяжение-сжатие;
- изгиб с кручением.

При анализе сложного сопротивления используется *принцип независимости действия сил*. Искомая величина при этом находится в результате сложения величин, полученных при простых видах нагружения.

Косой изгиб

Косым изгибом называется вид нагружения стержня, при котором плоскость действия изгибающего момента M не проходит через главную ось поперечного сечения.

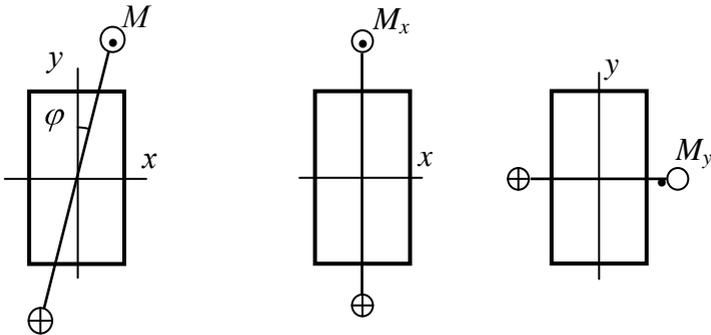


Рис. 25

На основании принципа суперпозиции изгибающий момент M раскладывается на составляющие M_x , M_y , действующие в плоскостях, проходящих через главные оси поперечного сечения Oy и Ox (рис. 25): $M_x = M \cos \varphi$, $M_y = M \sin \varphi$. Здесь φ – угол отклонения плоскости действия M от оси y .

Нормальные напряжения в любой точке поперечного сечения определяются как сумма напряжений, возникающих от моментов M_x и M_y :

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x,$$

где x и y – координаты точки, где определяются напряжения.

Напряжения в сечении изменяются по линейному закону и имеется линия, на которой $\sigma = 0$. Эта линия называется *нейтральной линией* (н.л.). Положение нейтральной линии определяется формулой:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi,$$

где α угол отсчитываемый от оси Ox (рис. 26).

Если $J_x \neq J_y$, то $\alpha \neq \varphi$, то есть, в общем случае нейтральная линия не перпендикулярна плоскости действия изгибающего момента M .

Максимальные напряжения возникают в наиболее удаленных от нейтральной линии точках сечения. Эти точки называются опасными.

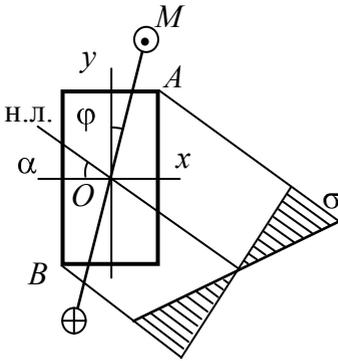


Рис. 26

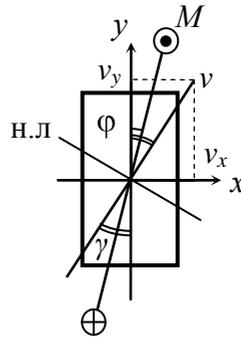


Рис. 27

На рис. 26 опасными являются точки A и B .

Условие прочности, записанное для точки A имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_x|}{J_x} y_A + \frac{|M_y|}{J_y} x_A \leq \sigma_{\text{доп}},$$

где x_A, y_A – координаты точки A .

Для сечений, с выступающими углами (прямоугольник, швеллер, двутавр и др.), условие прочности может быть записано в точках с координатами x_{\max} и y_{\max} следующим образом:

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \right| \leq \sigma_{\text{доп}}$$

Прогиб при косом изгибе определяется как геометрическая сумма прогибов возникающих в направлениях осей x и y (рис. 27) по формуле $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, где v_x , v_y – перемещения в направлениях указанных осей.

Направление максимального прогиба определяется углом

$$\gamma = \arctg \frac{v_x}{v_y} = \arctg \left(\frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi \right).$$

Из этой формулы видно, что направления прогиба балки будет совпадать с плоскостью действия момента ($\gamma = \varphi$) при $J_x = J_y$. Если моменты инерции сечения не равны между собой, то направление прогиба и плоскость действия момента не совпадают (рис. 27). По этой причине изгиб называется косым.

Внецентренное растяжение - сжатие

Внецентренное растяжение-сжатие - вид нагружения стержня, при котором точка приложения продольной силы не совпадает с центром тяжести сечения.

Пусть сила F приложена в точке с координатами x_F , y_F (рис. 28). Если привести эту силу к центру тяжести сечения O , то получится, что в сечении действуют продольная сила $N = F$ и изгибающие моменты $M_x = Fy_F$, $M_y = Fx_F$.

Нормального напряжения в сечениях стержня при внецентренном действии продольной силы:

$$\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x.$$

Эпюра нормальных напряжений представлена на рис. 28.

Опасными точками сечения могут быть точки наиболее удаленные от нейтральной линии.

Условие прочности для пластичных материалов, у которых допускаемые напряжения при сжатии и растяжении одинаковы, записывается в виде

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N}{A} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x \right| \leq [\sigma].$$

Для хрупких материалов, у которых $[\sigma_c] \neq [\sigma_p]$ условие прочности следует записывать отдельно для опасной точки сечения в растянутой зоне

$$\frac{N}{A} + \frac{M_x y_A}{J_x} + \frac{M_y x_A}{J_y} \leq [\sigma_p],$$

и для опасной точки сечения в сжатой зоне

$$\left| \frac{N}{A} - \frac{M_x y_B}{J_x} - \frac{M_y x_B}{J_y} \right| \leq [\sigma_c],$$

где x_A, y_A и x_B, y_B – координаты точек, наиболее удаленных от нейтральной линии. Точка $A (x_A, y_A)$ находится в растянутой зоне, а точка $B (x_B, y_B)$ – в сжатой.

Уравнение нейтральной ли-

$$\text{нии: } 1 + \frac{x_F}{i_y^2} x + \frac{y_F}{i_x^2} y = 0,$$

где $i_{x,y} = \sqrt{\frac{J_{x,y}}{F}}$ – радиус

инерции сечения.

Отрезки, отсекаемые нейтральной линией на осях координат:

$$x_0 = -\frac{i_y^2}{x_F}; \quad y_0 = -\frac{i_x^2}{y_F}.$$

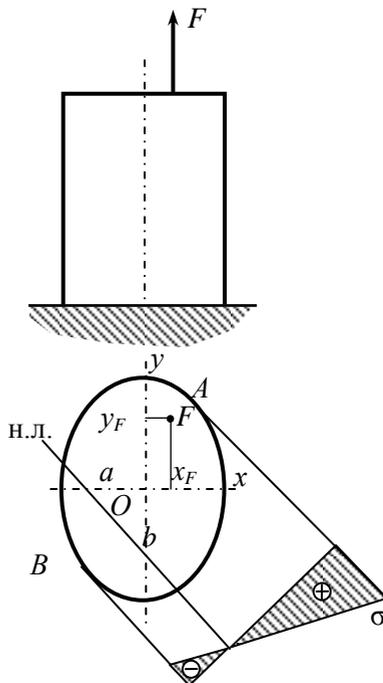


Рис. 28

Изгиб с кручением

Изгиб с кручением - вид нагружения, при котором стержень подвергается одновременно действию крутящих и изгибающих моментов.

Для определения напряжений воспользуемся принципом независимости действия сил.

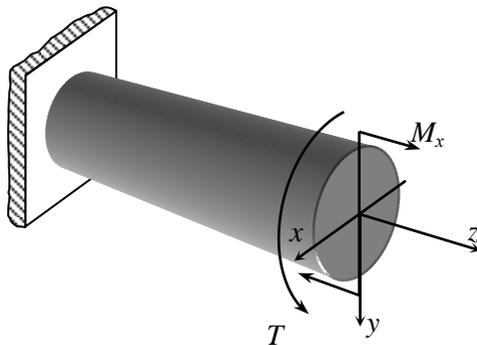


Рис. 29

При действии изгибающего момента M_x (рис. 30), в поперечном сечении стержня возникают нормальные напряжения, достигающие максимального значения в крайних волокнах: $\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x}$.

От действия крутящего момента T , в поперечном сечении стержня возникают касательные напряжения, достигающие наибольшего значения в точках сечения у поверхности вала: $\tau_{\max} = \frac{T}{W_p}$.

Нормальные и касательные напряжения достигают наибольшего значения в точках A и B сечения вала (рис. 30).

Элементарный параллелепипед, выделенный в окрестности точки A , находится в плоском напряженном состоянии. На его гранях действуют σ и τ (рис. 31).

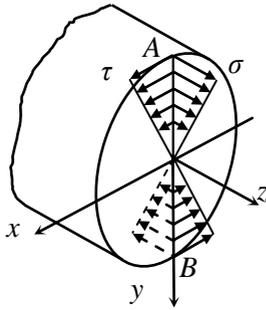


Рис. 30

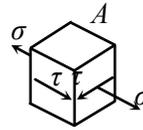


Рис. 31

Используем третью теорию прочности: $\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \sigma_{\text{п}}^-$.

Подставляя в это выражение максимальные значения напряжений

$\sigma = \frac{M_x}{W_x}$, $\tau = \frac{T}{W_p} = \frac{T}{2W_x}$, получим:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \frac{\sqrt{M_x^2 + T^2}}{W_x} \leq \sigma_{\text{п}}^-$$

Если изгиб вала происходит в двух плоскостях, то условие прочности записывается в следующем виде:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2 + T^2}}{W_x} \leq \sigma_{\text{п}}^-$$

9. Энергетические методы определения перемещений

Потенциальная энергия деформации бруса

Полная потенциальная энергия произвольного стержня в общем случае нагружения равна

$$U = \int_l \frac{M_x^2 dz}{2EJ_x} + \int_l \frac{M_y^2 dz}{2EJ_y} + \int_l \frac{M_z^2 dz}{2EJ_z} +$$

$$+ \int_l \frac{N^2 dz}{2EA} + k_x \int_l \frac{Q_x^2 dz}{2GA} + k_y \int_l \frac{Q_y^2 dz}{2GA}.$$

Обобщенная сила и обобщенное перемещение

Обобщенной силой называют любую силу (сосредоточенную силу, распределенную силу, момент), которая совершает работу на перемещении точки ее приложения.

Обобщенным перемещением называют такую величину, характеризующую деформацию бруса, на которую нужно умножить соответствующую обобщенную силу для вычисления ее работы.

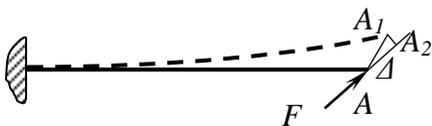


Рис. 32

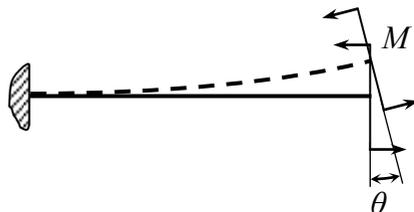


Рис. 33

На рис. 32 на балку действует сосредоточенная сила F , обобщенное перемещение Δ , есть проекция действительного перемещения точки приложения силы AA_1 на направление силы – отрезок AA_2 .

На рис. 33 обобщенной силой является момент пары M . Ему соответствует обобщенное перемещение - угол поворота θ (угол поворота поперечного сечения).

Обобщенным перемещением можно также считать любое перемещение сечений бруса, возникавшее под действием любых причин. Обозначим его Δ_{ij} , где первый индекс указывает сечение, для которого определяется перемещение и вместе с тем направление этого перемещения, второй индекс указывает на причину, вызвавшую это перемещение. На рис. 34 через Δ_{CF} обозначено линейное вертикальное перемещение точки C от действия силы F , приложенной в сечении C , Δ_{DF} - перемещение от той же силы сечения D в направлении самой силы.

Единичной силой \bar{F} называется обобщенная сила, равная безразмерной единице ($\bar{F} = 1$). Каждой единичной силе можно сопоставить единичное перемещение δ . На основании закона Гука полное перемещение Δ в некоторой точке от силы F равно перемещению в этой точке δ от единичной силы \bar{F} , увеличенному в F раз:

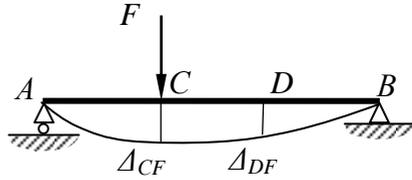


Рис. 34

$$\Delta = \delta \cdot F .$$

Метод определения перемещения на основании равенства работы внешней силы потенциальной энергии деформации

Согласно теореме Клапейрона работа W обобщенной внешней силы F , приложенной статически к упругой системе, равна половине произведения окончательного значения силы и соответствующего ей обобщенного перемещения Δ

$$W = \frac{1}{2} F \cdot \Delta .$$

Согласно закону сохранения энергии работа W внешних сил переходит в потенциальную энергию деформации U упругой системы $U = W$.

Если к брусу приложена только **одна** обобщенная сила F , то соответствующее ей обобщенное перемещение равно

$$\Delta = \frac{2U}{F} .$$

Пример. Определить прогиб δ свободного конца консольной балки постоянного сечения, нагруженной сосредоточенной силой F (рис. 35).

Решение.

Изгибающий момент и поперечная сила в сечении

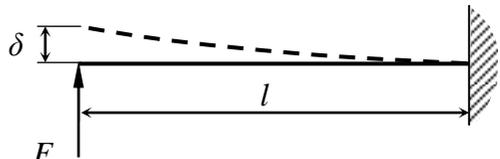


Рис. 35

$$M_x = Fz,$$

$$Q_y = F.$$

Потенциальная энергия деформации при изгибе

$$U = \int_l \frac{M_x^2 dz}{2EJ_x} + k_y \int_l \frac{Q_y^2 dz}{2GA} = \int_0^l \frac{Fz^2 dz}{2EJ_x} + k_y \int_0^l \frac{F^2 dz}{2GA}.$$

$$U = \frac{F^2 l^3}{6EJ_x} + k_y \frac{F^2 l}{2GA}.$$

Прогиб свободного конца балки равен

$$\delta = \frac{2U}{F} = \frac{Fl^3}{3EJ_x} + k_y \frac{Fl}{GA}.$$

Положительная величина прогиба δ означает, что его направление совпадает с направлением силы F .

Метод Кастилиано

Данный метод определения перемещений основан на *теореме Кастилиано*: частная производная потенциальной энергии деформации системы по некоторой обобщенной силе F_i равна соответствующему обобщенному перемещению Δ_i

$$\Delta_i = \frac{\partial U}{\partial F_i}.$$

Подставив сюда формулу (I.10.1) получим формулу

$$\begin{aligned} \Delta_i = & \sum \int_l \frac{M_x}{EJ_x} \frac{\partial M_x}{\partial F_i} dz + \sum \int_l \frac{M_y}{EJ_y} \frac{\partial M_y}{\partial F_i} dz + \sum \int_l \frac{M_\kappa}{EJ_\rho} \frac{\partial M_\kappa}{\partial F_i} dz + \\ & + \sum \int_l \frac{N}{EA} \frac{\partial N}{\partial F_i} dz + \sum k_x \int_l \frac{Q_x}{GA} \frac{\partial Q_x}{\partial F_i} dz + \sum k_y \int_l \frac{Q_y}{GA} \frac{\partial Q_y}{\partial F_i} dz, \end{aligned}$$

в которой суммирование ведется по всем участкам бруса.

Для прямого изгиба без учета поперечных сил получим

$$\Delta_i = \sum \int_l \frac{M_x}{EJ_x} \frac{\partial M_x}{\partial F_i} dz.$$

Метод Кастилиано проще всего может быть использован для определения перемещения точки приложения силы F_i .

Пример. Для рамы (рис. 36) используя метод Кастилиано определить вертикальное перемещение точек A . При вычислении учесть только изгибающий момент.

Решение.

Перемещение по методу Кастилиано равно $\Delta_i = \sum \int \frac{M_x}{EJ_x} \frac{\partial M_x}{\partial F_i} dz$.

Определим перемещение точки приложения силы F .

Запишем выражения M_x и вычислим $\frac{\partial M_x}{\partial F}$ на участках рамы

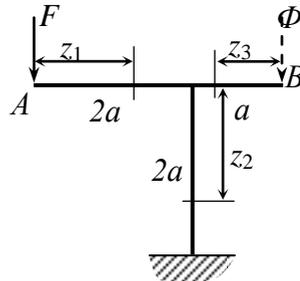


Рис. 36

$$M_{x1} = -Fz_1, \quad \frac{\partial M_{x1}}{\partial F} = -z_1;$$

$$M_{x2} = -F2a, \quad \frac{\partial M_{x2}}{\partial F} = -2a;$$

$$M_{x3} = 0, \quad \frac{\partial M_{x3}}{\partial F} = 0.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \Delta_A &= \sum \int \frac{M_x}{EJ_x} \frac{\partial M_x}{\partial F_i} dz = \frac{1}{EJ_x} \left(\int_0^{2a} Fz_1 \cdot z_1 dz_1 + \int_0^{2a} F2a \cdot 2adz_2 + 0 \right) = \\ &= \frac{F}{EJ_x} \left(\frac{z_1^3}{3} \Big|_0^{2a} + 4a^2 z_2 \Big|_0^{2a} \right) = \frac{32}{3} \frac{Fa^3}{EJ_x}. \end{aligned}$$

Метод определения перемещения, основанный на равенстве работы внешней силы и потенциальной энергии деформации и метод Кастилиано позволяют вычислять перемещение только точки приложения силы и только в направлении ее приложения. Это значительно сокращает область их использования.

Метод Мора

Метод Мора позволяет находить перемещение любой точки в любом направлении. Он заключается в следующем: сначала записываются выражения для внутренних силовых факторов

$M_x, M_y, M_k, N, Q_x, Q_y$, возникающих на участках бруса от заданной нагрузки. Затем убирается вся внешняя нагрузка, и к брусу в направлении искомого перемещения прикладывается единичная сила $\bar{F} = 1$, записываются выражения для внутренних силовых факторов $\bar{M}_x, \bar{M}_y, \bar{M}_k, \bar{N}, \bar{Q}_x, \bar{Q}_y$, возникающих на участках от единичной силы.

Перемещение определяется как сумма интегралов вида

$$\Delta_i = \sum_l \int \frac{M_x \bar{M}_x}{EJ_x} dz + \sum_l \int \frac{M_y \bar{M}_y}{EJ_y} dz + \sum_l \int \frac{M_k \bar{M}_k}{EJ_p} dz + \\ + \sum_l \int \frac{N \bar{N}}{EA} dz + \sum k_x \int \frac{Q_x \bar{Q}_x}{GA} dz + \sum k_y \int \frac{Q_y \bar{Q}_y}{GA} dz,$$

При прямом изгибе формула может быть записана в виде

$$\Delta_i = \sum_l \int \frac{M_x \bar{M}_x}{EJ_x} dz.$$

Пример. Для рамы, показанной на рис. 37 определить вертикальное и горизонтальное перемещения точки A и угол поворота поперечного сечения, проходящего через точку A .

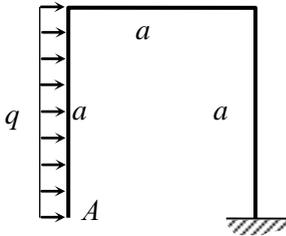


Рис. 37

Решение.

Запишем выражения изгибающих моментов на участках рамы.

$$M_{x1} = -\frac{qz_1^2}{2};$$

$$M_{x2} = -\frac{qa^2}{2};$$

$$M_{x3} = -qa\left(z_3 - \frac{a}{2}\right).$$

Для определения горизонтального перемещения точки A , разгрузим раму и приложим в точку A горизонтально направленную единичную силу $\bar{F} = 1$ (рис. 38).

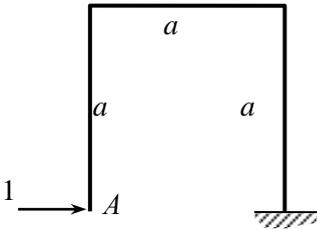


Рис. 38

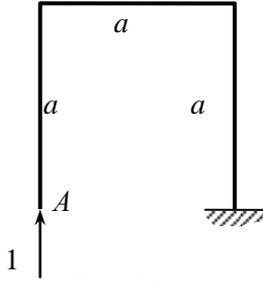


Рис. 39

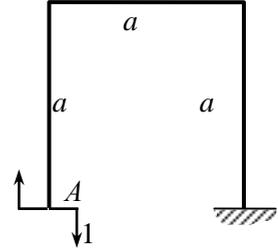


Рис. 40

Изгибающие моменты на участках:

$$\bar{M}_{x1} = -1 \cdot z_1; \quad \bar{M}_{x2} = -1 \cdot a; \quad \bar{M}_{x3} = -1 \cdot (a - z_3).$$

Горизонтальное перемещение т. *A* равно

$$\Delta_A^{op} = \sum \int_l \frac{M_x \bar{M}_x}{EJ_x} dz = \frac{q}{EJ_x} \left[\int_0^a \frac{z_1^2}{2} \cdot z_1 dz_1 + \int_0^a \frac{a^2}{2} \cdot a dz_2 + \right. \\ \left. + \int_0^a a \left(z_3 - \frac{a}{2} \right) \cdot (a - z_3) dz_3 \right] = \frac{17qa^4}{24EJ_x}.$$

Положительная величина Δ_A^{op} означает, что перемещение совпадает с направлением приложенной единичной силы.

Определим вертикальное перемещение точки *A*. Приложим к раме вертикальную единичную силу (рис. 39).

Изгибающие моменты на участках равны

$$\bar{M}_{x1} = 0; \quad \bar{M}_{x2} = 1 \cdot z_2; \quad \bar{M}_{x3} = 1 \cdot a.$$

Вертикальное перемещение равно

$$\Delta_A^{eepm} = \sum \int_l \frac{M_x \overline{M}_x}{EJ_x} dz =$$

$$\frac{q}{EJ_x} \left[0 - \int_0^a \frac{a^2}{2} \cdot z_2 dz_2 - \int_0^a a \left(z_3 - \frac{a}{2} \right) \cdot a dz_3 \right] = -\frac{qa^4}{4EJ_x}.$$

Так как Δ_A^{eepm} отрицательно, то, следовательно, вертикальное перемещение точки A в действительности происходит в направлении обратном направлению приложенной единичной силы.

Определим угол поворота θ_A , приложим в точку A единичный момент (рис. 40)

Изгибающие моменты, возникающие от единичного момента равны:

$$\overline{M}_{x1} = 1; \quad \overline{M}_{x2} = 1; \quad \overline{M}_{x3} = 1.$$

Угол поворота θ_A равен

$$\theta_A = \sum \int_l \frac{M_x \overline{M}_x}{EJ_x} dz =$$

$$-\frac{q}{EJ_x} \left[\int_0^a \frac{z_1^2}{2} dz_1 + \int_0^a \frac{a^2}{2} dz_2 + \int_0^a a \left(z_3 - \frac{a}{2} \right) dz_3 \right] = -\frac{2qa^3}{3EJ_x}.$$

Способ Верещагина

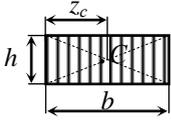
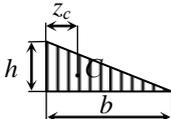
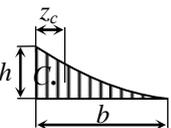
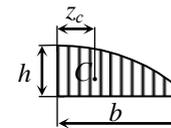
Если участки бруса прямолинейны и имеют постоянную жесткость, то вычисление интегралов Мора можно производить графоаналитическим способом А.И.Верещагина. При этом вместо аналитических выражений функций внутренних силовых факторов используются их эпюры. Если рассматривать плоский брус, нагруженный в его плоскости, и учитывать только перемещение от изгибающего момента, то перемещение Δ_i по способу Верещагина вычисляется следующим образом:

$$\Delta_i = \sum \frac{\omega \overline{M}_C}{EJ_x},$$

где ω - площадь эпюры изгибающего момента M , возникающего от

заданной нагрузки (грузовая эпюра); \bar{M}_c - ордината эпюры изгибающих моментов, возникающих от действия единичной силы, приложенной в направлении искомого перемещения, взятая под центром тяжести грузовой эпюры. Для упрощения записи опущен индекс, указывающий, вокруг какой оси происходит изгиб. Суммирование производится для всех участков бруса.

Таблица 1

Форма эпюры	Площадь эпюры	Координата центра тяжести
<p>Прямоугольник</p> 	$\omega = bh$	$z_c = \frac{1}{2}b$
<p>Треугольник</p> 	$\omega = \frac{1}{2}bh$	$z_c = \frac{1}{3}b$
<p>Параболические треугольники</p> <p>а) вогнутый</p> 	$\omega = \frac{1}{3}bh$	$z_c = \frac{1}{4}b$
<p>б) выпуклый</p> 	$\omega = \frac{2}{3}bh$	$z_c = \frac{3}{8}b$

В тех случаях, когда грузовая M и единичная \overline{M}_c эпюры обе прямолинейны, можно умножать площадь единичной эпюры на соответствующую ординату \overline{M}_c грузовой эпюры, взятую под центром тяжести единичной. В любом случае ордината \overline{M}_c берется только на линейной эпюре. Если эпюры M и \overline{M}_c имеют разные знаки (построены с противоположных сторон от оси бруса), то произведение берется со знаком минус.

Для удобства вычисления площадей и координат центров тяжести эпюр их разбивают на простейшие элементы: прямоугольник, треугольник, параболический треугольник и выполняют перемножение по отдельным элементам. В табл. 1 даны площади и координаты центров тяжести простейших фигур. Формулы для параболического треугольника справедливы только при условии, что одна из вершин треугольника является экстремальной точкой (вершиной) параболы.

Пример. Определить горизонтальное перемещение т. A и угловое перемещение т. B рамы, показанной на рис. 41.

Решение.

Для определения перемещений по способу Верещагина необходимо построить эпюру изгибающего момента, возникающую от внешней нагрузки. Используя принцип суперпозиции, построим эпюры отдельно от внешней нагрузки q (рис. 42) и M (рис. 43).

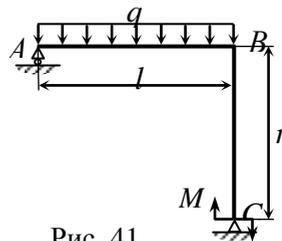


Рис. 41

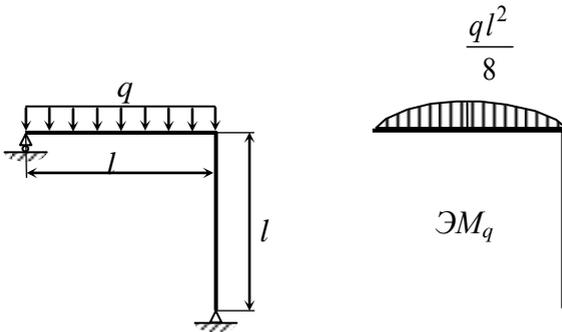


Рис. 42

Для определения перемещений приложим в точке A горизонтальную единичную силу, а в точке B – единичный момент. Построим эпюры единичных изгибающих моментов (рис. 44, рис. 45).

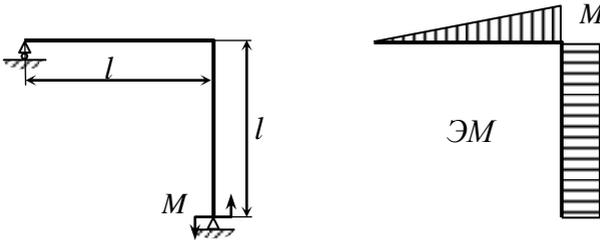


Рис. 43

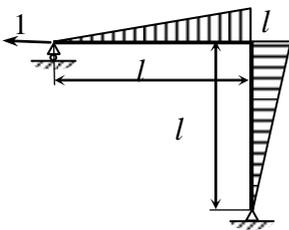


Рис. 44

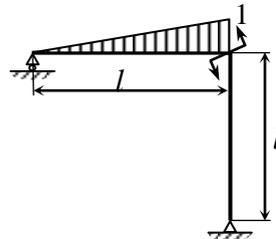


Рис. 45

Горизонтальное перемещение найдем, перемножая единичную эпюру (рис. 44) на грузовые эпюры моментов (рис. 42 и рис. 43).

$$\Delta_A^{гор} = \sum \frac{\omega M_C}{EJ_x} = \frac{1}{EJ_x} \left(\frac{2}{3} l \frac{ql^2}{8} \frac{l}{2} + \frac{1}{2} l M \frac{2}{3} l + l M \frac{l}{2} \right).$$

Угловое перемещение найдем перемножая единичную эпюру (рис. 45) на грузовые эпюры моментов.

$$\theta_B = \sum \frac{\omega M_C}{EJ_x} = \frac{1}{EJ_x} \left(\frac{2}{3} l \frac{ql^2}{8} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} l M \frac{2}{3} l \right).$$

Как видно, способ Верещагина позволяет определять перемещения только на основании знаний о геометрических характеристиках простейших фигур. Каждая сложная задача может быть разделена на простые, такие, что построение эпюр изгибающих моментов для них не

представляет каких либо трудностей. Поэтому способ Верещагина позволяет достаточно просто решать даже сложные задачи.

10. Статически неопределимые системы

Статически неопределимыми системами называются конструкции, в элементах которых усилия не могут быть определены только из уравнений статики.

Статически неопределимые конструкции имеют так называемые *лишние* связи. Они могут возникать в опорах, стержнях, других элементах. "Лишними" такие связи называются потому, что они не являются необходимыми для обеспечения равновесия конструкции, а обу-

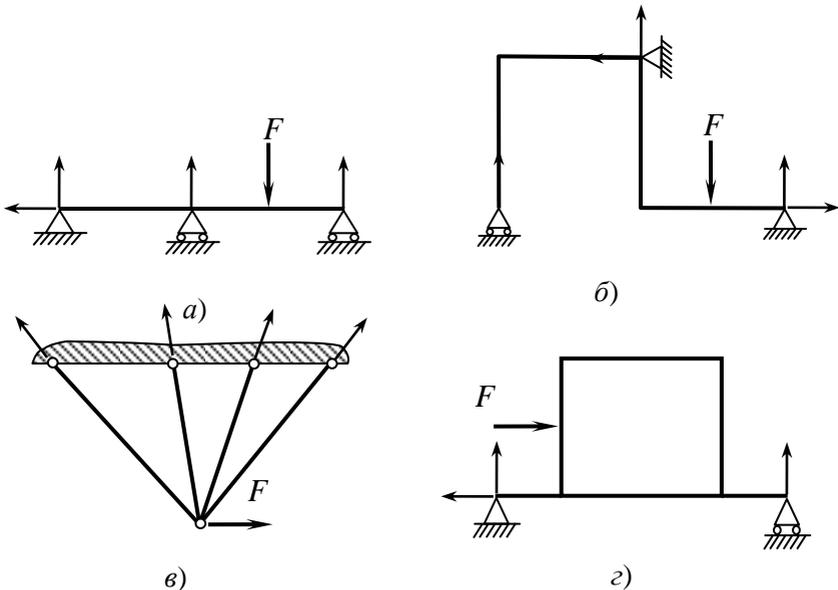


Рис. 46

словливаются требованиями к ее прочности и жесткости. Такие лишние связи называются *внешними*. Кроме того, лишние связи могут возникать вследствие особенностей самой конструкции. Например, замкнутый контур рамы (рис. 46 г) имеет по три неизвестных внутренних усилия в каждом сечении, то есть всего шесть, и три из них являются "лишними". Такие лишние усилия называются *внутренними*. По числу внешних или внутренних лишних связей устанавливают

степень статической неопределимости системы. Она равна разности между числом неизвестных, подлежащих определению, и числом уравнений статики. При одной лишней неизвестной система называется один раз или однажды статически неопределимой, при двух – дважды статически неопределимой и так далее. Конструкция, показанная на рис. 46а является один раз статически неопределимой, а конструкции, приведенная на рис. 46б и в, – дважды статически неопределимыми, на рис. 46г – шесть раз статически неопределимой.

При решении статически неопределимых задач кроме уравнений статики используются также уравнения, учитывающие деформации элементов конструкций.

Существует несколько методов решения статически неопределимых задач: *метод сравнения перемещений, метод сил, метод перемещений.*

Метод сил

При расчете статически неопределимых систем в качестве неизвестных принимаются силы.

Расчет по *методу сил* проводят в такой последовательности:

1. Устанавливают степень статической неопределимости.
2. Путем удаления лишних связей заменяют исходную систему статически определимой, называемой *основной системой*. Таких систем можно построить несколько, соблюдая при этом условие их геометрической неизменяемости.
3. Основную систему нагружают заданными внешними силами и лишними неизвестными усилиями, заменяющими действие удаленных связей, в результате чего получают *эквивалентную систему*.
4. Для обеспечения эквивалентности исходной и основной систем неизвестные усилия должны быть подобраны так, чтобы деформации основной системы не отличались от деформации исходной статически неопределимой системы. Для этого перемещения точек приложения лишних неизвестных по направлению их действия приравнивают нулю. Из полученных таким образом дополнительных уравнений определяют значения лишних неизвестных усилий. Определение перемещений соответствующих точек можно производить, любым способом» однако лучше использовать при этом наиболее общий метод Мора.

5. После определения значений лишних неизвестных усилий производят определение реакций и построение эпюр внутренних усилий, подбор сечений и проверку прочности обычным способом.

Канонические уравнения метода сил

Дополнительные уравнения перемещений, выражающие равенство нулю перемещений по направлениям лишних неизвестных, удобно составлять в так называемой *канонической форме*, т. е. по определенной закономерности. Покажем это на примере решения простейшей статически неопределимой системы (рис. 47а).

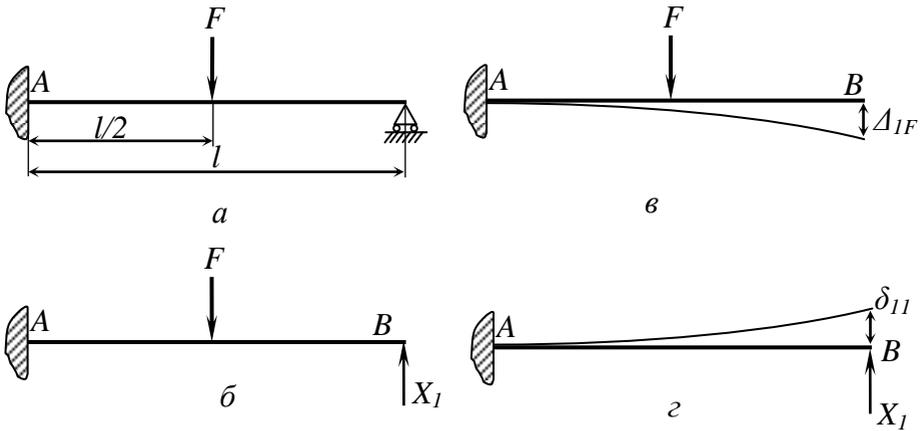


Рис. 47

Выберем в качестве основной системы консоль, отбросив шарнирную опору. Эквивалентную систему получим после приложения ее внешней силой F и лишней неизвестной X_1 (рис. 47б).

Каноническое уравнение, выражающее равенство нулю перемещения точки B от сил F и X_1 , будет

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1F} = 0.$$

Из уравнения имеем

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}}.$$

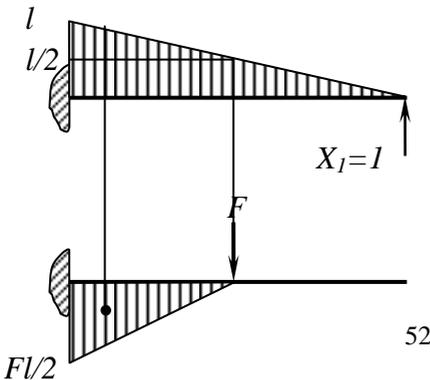


Рис. 48

Для системы, имеющей две лишние связи канонические уравнения будут

$$\begin{aligned}\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1F} &= 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2F} &= 0.\end{aligned}$$

Перемещения Δ_{iF} и δ_{ij} , входящие в канонические уравнения определяются по методу Мора.

Для систем, состоящих из прямолинейных элементов, вычисления перемещений удобно производить по способу Верещагина.

Например, для задачи, изображенной на рис. 47, перемножая эпюры (рис.48), получим коэффициенты канонического уравнения

$$EJ\delta_{11} = \frac{1}{2}l \cdot l \cdot \frac{2}{3}l = \frac{l^3}{3}, \quad EJ\Delta_{1F} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{Fl}{2} \cdot \left(\frac{l}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{2}\right) = -\frac{5}{48} \cdot \frac{Fl^3}{EJ}.$$

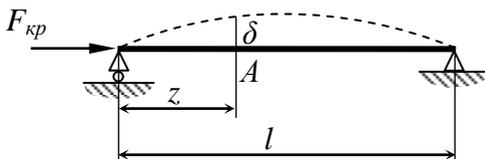
$$\text{Получим } X_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}} = \frac{5}{16} F.$$

Определив силу X_1 , мы фактически нашли реакцию опоры R_B , далее задача построения эпюр внутренних силовых факторов может быть решена как обычно с помощью метода сечений.

11. Устойчивость

Разрушение стержня может произойти не только потому, что будет нарушена прочность, но и оттого, что стержень не сохранит заданной формы. Например, изгиб при продольном сжатии тонкой линейки. Потеря устойчивости прямолинейной формы равновесия центрально сжатого стержня называется *продольным изгибом*.

Упругое равновесие *устойчиво*, если деформированное тело при любом малом отклонении от состояния равновесия стремится вернуться к первоначальному состоянию и возвращается к нему при удалении внешнего воздействия. Если тело принимает новую форму, то это явление называется *потерей устойчивости* (рис. 49).



Нагрузка, превышение которой вызывает потерю устойчивости, называется *критической нагрузкой* $F_{кр}$ (критической силой). Критическая сила по формуле Эйлера (приведенной) равна

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(\mu l)^2},$$

где μ – коэффициент приведения длины, зависящий от способа закрепления концов стержня.

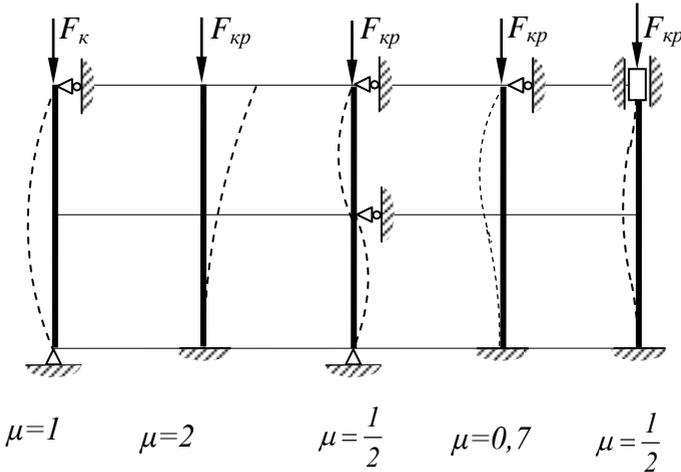


Рис. 50

Значение коэффициента μ с достаточной для расчетной практики точностью может быть вычислено по формуле $\mu = \frac{1}{s}$, где s – количество полуволн, по которым происходит потеря устойчивости при данном способе закрепления концов стержня

Формула Эйлера может быть использована, если приближенное уравнение упругой линии дает решение относительно δ удовлетворительно совпадающее с точным. Это имеет место пока в материале стержня напряжения $\sigma_{кр}$ не превышают предела пропорциональности $\sigma_{кр} \leq \sigma_{II}$.

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{II},$$

где величина $\frac{\mu l}{i_{\min}} = \lambda$ называется *гибкостью стержня* и зависит

только от геометрических размеров и способа закрепления стержня

($i_{\min}^2 = \frac{J_{\min}}{A}$ - минимальный главный радиус инерции сечения).

Для того, чтобы выполнялось это условие значение гибкости должно быть больше предельного значения

$$\lambda \geq \lambda_{пред} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{II}}}.$$

Как видно из формулы, $\lambda_{пред}$ зависит только от свойств материала и для каждого материала ее величина может быть вычислена (табл. I.9.1)

Для стержней, гибкость которых $\lambda \leq \lambda_{пред}$ при потере устойчивости напряжения превышают предел пропорциональности σ_B . Расчет на устойчивость выполняется с помощью эмпирической формулы Ясинского.

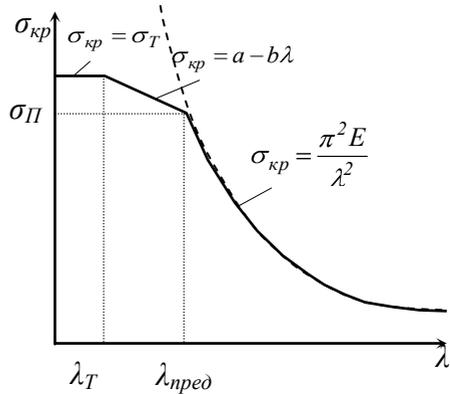


Рис. 51

Критические напряжения, возникающие в стержне равны

$$\sigma_{кр} = a - b\lambda,$$

где a и b эмпирически найденные для каждого материала коэффициенты (табл. 2).

Величина критической силы $F_{кр}$ определяется умножением критических напряжений на площадь поперечного сечения

$$F_{кр} = \sigma_{кр} A.$$

Для коротких стержней, гибкость которых $\lambda < \lambda_T$, где λ_T - гибкость стержня, определенная из условия $\sigma_{кр} = \sigma_T$, потеря устойчивости не происходит и, поэтому расчет на устойчивость не выполняют.

Таблица 2

Материал	$\lambda_{пред}$	a , МПа	b , МПа
Ст.2, Ст.3	100	310	1,14
Сталь 45	100	464	3,26
Чугун	80	776	12
Дерево	110	29,3	0,194

Рациональные формы сечений стержней

Величина критических напряжений, определяемых по формуле Эйлера, обратно пропорциональна квадрату гибкости стержня

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

Стержни одинаковых длин и способах закрепления могут иметь разные гибкости в зависимости от их форм поперечного сечения. Вычисляя радиус инерции сечения i_{min} или *относительный радиус инерции* $\rho_{min} = i^2/A$, можно провести сравнительную оценку форм поперечных сечений стержней на способность сопротивляться потере устойчивости, так как чем больше ρ_{min} , тем больше величина критической силы, тем устойчивее стержень.

Относительный радиус инерции Таблица.3

Форма сечения	ρ_{min}
Прямоугольник ($h/b=2$)	0,204
Квадрат	0,289
Круг	0,283
Двутавр	0,27...0,36
Швеллер	0,38...0,45

Уголок равнобокий	0,4...0,6
Кольцо ($d/D=0,7...0,9$)	0,86...1,53
Коробчатое	0,9...1,6

Из таблицы 3 видно, что наиболее устойчивыми являются стержни с кольцевой или коробчатой формами поперечных сечений.

12. Тонкие оболочки

Тонкостенной осесимметричной называется оболочка, имеющая форму тела вращения, толщина которой мала по сравнению с другими ее размерами (рис. 52).

Принято считать оболочку тонкостенной, если её толщина t меньше $0,05$ характерного радиуса.

При расчете тонкостенных оболочек все нагрузки, действующие на них, прикладывают к *срединной поверхности* оболочки. *Срединной поверхностью* называется геометрическое место точек, равноудаленных от наружной и внутренней поверхностей оболочки.

К тонким оболочкам могут быть отнесены такие часто встречающиеся элементы конструкций как резервуары, цистерны, газовые баллоны, корпуса химических аппаратов и др.

При расчете таких элементов конструкций используется так называемая *безмоментная теория оболочек*, основные положения которой заключаются в следующем:

- нагрузки, действующие на поверхности оболочки перпендикулярны к ней и симметричны относительно оси вращения оболочки;
- в тонкостенных оболочках сопротивление изгибу отсутствует, (изгибающий момент не учитывается);
- напряжения по толщине оболочки распределены равномерно.
- напряжения, действующие по нормали к поверхности оболочки принимаются равными нулю.

Рассмотрим бесконечно малый элемент стенки, вырезанный из оболочки двумя меридиональными сечениями и двумя сечениями нормальными к меридиану. Форма поверхности элемента определяется двумя радиусами кривизны: ρ_m - меридиана, ρ_θ - параллели. По

граням элемента действуют нормальные напряжения σ_m - меридиональные, σ_θ - окружные (рис. 52).

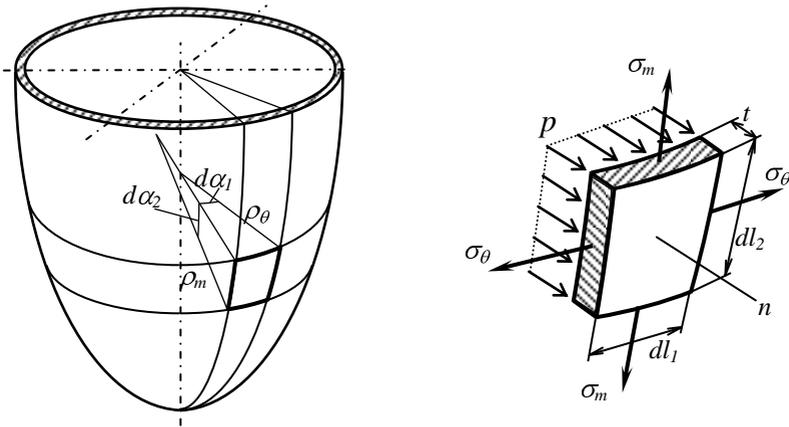


Рис. 52

Из условий равновесия элемента под действием внутреннего давления p получим уравнение

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_\theta}{\rho_\theta} = \frac{p}{t}.$$

Эта формула носит название *уравнения Лапласа*.

Как видно, уравнение содержит две неизвестных величины σ_m и σ_θ . Для их определения следует записать еще уравнение равновесия отсеченной части оболочки (рис. 53), спроецировав все силы на ось z .

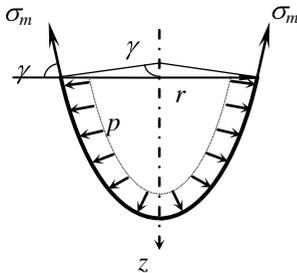


Рис. 53

Получим
$$\sigma_m = \frac{pr}{2t \sin \gamma},$$

где γ - угол между нормалью к оболочке \bar{n} и осью вращения z .

Из этих двух уравнений определяют напряжения σ_m и σ_θ . Так как по граням выделенного элемента действуют только

нормальные напряжения, а касательные напряжения равны нулю, то, следовательно, σ_m и σ_θ являются главными напряжениями $\sigma_1 = \sigma_\theta$, $\sigma_2 = \sigma_m$.

Следовательно, элемент оболочки находится при плоском напряженном состоянии. Поэтому при расчетах на прочность следует пользоваться теориями прочности. В частности, по четвертой теории прочности условие прочности имеет вид

$$\sigma_{\text{экв}}^{IV} = \sqrt{\sigma_\theta^2 + \sigma_m^2} - \sigma_\theta \sigma_m \leq \sigma_{\text{п}}.$$

Цилиндр

Напряжения в цилиндрическом баллоне (рис. 54) под действием внутреннего давления равны

$$\sigma_m = \frac{pR}{2t} \quad \sigma_\theta = \frac{pR}{t}.$$

Из этих формул видно, что окружные напряжения в цилиндриче-

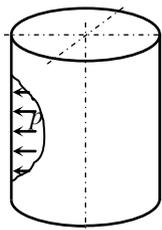


Рис.54

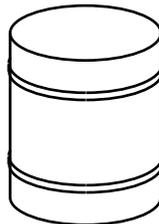
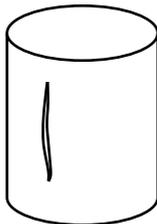


Рис.55

ском баллоне, находящемся под действием внутреннего давления, вдвое больше, чем меридиональные. Поэтому разрушение цилиндрических резервуаров, как правило, происходит от окружных напряжений вдоль меридиана.

Для увеличения прочности цилиндрических резервуаров часто используют упрочняющие кольца (рис. 55).

Сфера

Баллон радиуса R заполнен газом под давлением p (рис. 56).

Напряжения равны.

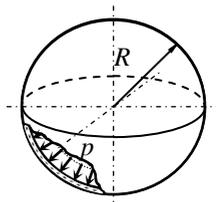


Рис. 56

$$\sigma_m = \sigma_\theta = \frac{pR}{2t}$$

Сравнивая напряжения, возникающие в сферическом баллоне с максимальными напряжениями в цилиндрическом баллоне, можно сделать вывод о том, что прочность сферического выше, и он может выдерживать в два раза большее давление, чем цилиндр при прочих равных условиях.

13. Прочность при действии переменных напряжений

В процессе эксплуатации элементы конструкций, машин и аппаратов часто подвергаются воздействию изменяющихся во времени нагрузок.

При действии переменных во времени нагрузок разрушение материалов может происходить при напряжениях меньших, чем опасные (предельные) напряжения, определенных при статическом нагружении. При переменных, многократно повторяющихся напряжениях, в окрестностях точек с пониженной прочностью возникают микроскопические трещины, которые являются концентраторами напряжений. Процесс постепенного накопления повреждений в материале при действии переменных напряжений, приводящий к образованию трещин и разрушению, называется *усталостным разрушением материала*.

Считается, что изменение напряжений происходит по периодическому закону.

Изменение напряжений за один период называется *циклом напряжений*.

Параметры циклов напряжений

Максимальное и минимальное напряжение цикла σ_{\max} , σ_{\min} .

Среднее напряжение цикла $\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$.

Амплитуда цикла $\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$.

Максимальное и минимальное напряжения можно выразить через среднее напряжение и амплитуду цикла:

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a \quad \sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a$$

Цикл называют *симметричным*, если напряжения σ_{\max} и σ_{\min} равны друг другу по абсолютной величине и противоположны по знаку, иначе – *асимметричным*.

Асимметричный цикл может быть *знакопеременным* или *знакопостоянным*.

В частных случаях, когда σ_{\max} или σ_{\min} равны нулю, цикл называют *отнулевым* или *пульсирующим*.

Коэффициент асимметрии цикла: $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$.

При симметричном цикле $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$ коэффициент асимметрии $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = -1$.

Коэффициент асимметрии цикла нормальных напряжений обозначают R_{σ} , а касательных – R_{τ} .

Циклы напряжений называют *подобными*, если они имеют одинаковый коэффициент асимметрии.

Величины σ_{\max} , σ_{\min} , σ_a , σ_m и R будем называть *параметрами* цикла переменных напряжений. Каждый цикл полностью определяется двумя любыми его параметрами, остальные его параметры могут быть вычислены.

Предел выносливости

Усталость – свойство материалов разрушаться под воздействием переменных напряжений.

Выносливость – свойство материалов, не разрушаться при действии циклических напряжений.

Предел выносливости – наибольшее напряжение цикла, при котором не происходит усталостного разрушения образца при любом количестве циклов нагружения (обозначают σ_R).

Предел выносливости при симметричном цикле обозначают как σ_{-1} . Для отнулевого цикла $R = 0$, предел выносливости – σ_0 .

Расчет на выносливость (или *расчет на усталостную прочность*) называют расчет прочности элементов конструкции с учетом действия переменных циклических напряжений.

Величина σ_R определяется экспериментально. Испытания проводят для серии одинаковых образцов (не менее 10 штук). Образец помещается в испытательную машину, нагружается нагрузкой, вызывающей напряжения близкие к пределу прочности и доводится до разрушения. Фиксируется максимальное напряжение σ , возникающее в нем и число циклов N , которое понадобилось для разрушения. Сле-

дующий образец испытывают при меньшей нагрузке, для него также фиксируется величина σ и число циклов N до разрушения. В результате, получают ряд экспериментально найденных точек $\langle \sigma, N \rangle$. Соединяя эти точки кривой, получают *кривую Велера*, которая будет асимптотически стремиться к линии $\sigma = \sigma_{-1}$ (рис. 57), т.е. к значению σ_{-1} – пределу выносливости для симметричного цикла.

Аналогично могут быть определены σ_R для циклов с другими значениями коэффициента асимметрии R .

Разрушение материала при однократном нагружении происходит, если возникающие в нем напряжения равны пределу прочности σ_e .

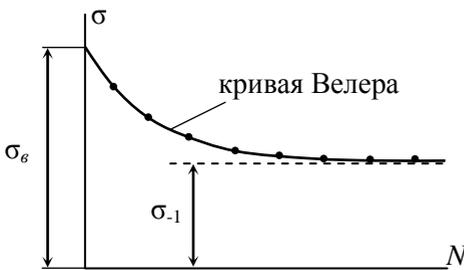


Рис. 57

Следовательно, кривая Велера при $N = 1$ имеет ординату $\sigma = \sigma_e$.

При испытании число циклов ограничивают некоторым пределом, который называют *базовым числом циклов*. Если образец вы-

держивает базовое число циклов, то считается, что напряжение в нем не выше предела выносливости. Для стали и чугуна базовое число циклов равно 10^7 .

Предел выносливости для стали при симметричном цикле меньше предела прочности. В частности, для углеродистой стали $\sigma_{-1} \approx 0,43 \sigma_e$.

Цветные металлы и сплавы некоторых легированных сталей могут разрушиться при сравнительно малых напряжениях, если число циклов достаточно велико.

Отметим, что предел выносливости σ_{-1} при центральном растяжении-сжатии стержня на 10 – 30 % меньше предела выносливости для симметричного цикла при изгибе.

Предел выносливости τ_{-1} при симметричном цикле кручения для стали составляет в среднем $0,6 \sigma_{-1}$ (60% предела выносливости при симметричном цикле изгиба).

Диаграмма предельных амплитуд

При эксплуатации элементы конструкции подвергаются воздействию самых разнообразных циклов напряжений. Для расчета элементов на прочность необходимо иметь данные о пределах выносливости для циклов с различными коэффициентами асимметрии.

Цикл напряжений называется *предельным*, если в этом цикле максимальное напряжение равно пределу выносливости.

Результаты испытаний на выносливость при циклах с различными коэффициентами асимметрии обычно представляют в виде диаграмм (графиков), изображающих зависимость между какими-либо двумя параметрами *предельных циклов*. Эти диаграммы можно построить, например, в координатах σ_m , σ_a . В этом случае они будут показывать зависимость между средними напряжениями и амплитудами для предельных циклов и их называют *диаграммами предельных амплитуд*.

Рассмотрим построение диаграммы предельных амплитуд. Максимальное, минимальное, среднее значения и амплитуду предельного цикла будем обозначать σ'_{\max} , σ'_{\min} , σ'_m , σ'_a .

Для получения одной точки рассматриваемой диаграммы необходимо испытать серию одинаковых образцов и определить предел выносливости для нескольких циклов с заданным коэффициентом асимметрии.

Пусть проведены испытания при симметричном цикле нагружения и получен предел выносливости σ_{-1} . С учетом формул (2.10.1)...(2.10.3) находим, что для предельного цикла в этом случае $\sigma'_a = \sigma'_{\max} = \sigma_{-1}$, $\sigma'_m = 0$. Этим значениям σ'_a , σ'_m на диаграмме предельных амплитуд соответствует точка *A* (рис. 2.10.3).

Для отнулевого цикла ($R = 0$), с пределом выносливости σ_0 , получается $\sigma'_m = \sigma'_a = \sigma_0/2$. Этому циклу соответствует точка *C* на диаграмме.

Определив экспериментальное значение σ'_{\max} для пяти-шести различных циклов, получают координаты σ'_m и σ'_a точек кривой предельных циклов. Кроме того, в результате испытания при постоянной нагрузке, определяют предел прочности материала σ_g , который можно рассматривать как предел выносливости σ_{+1} для цикла с амплитудой

дой $\sigma'_a=0$ и коэффициентом асимметрии $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max} = +1$. Этому циклу на диаграмме соответствует точка B . Соединяя плавной кривой найденные точки, получают диаграмму предельных амплитуд (рис. 58).

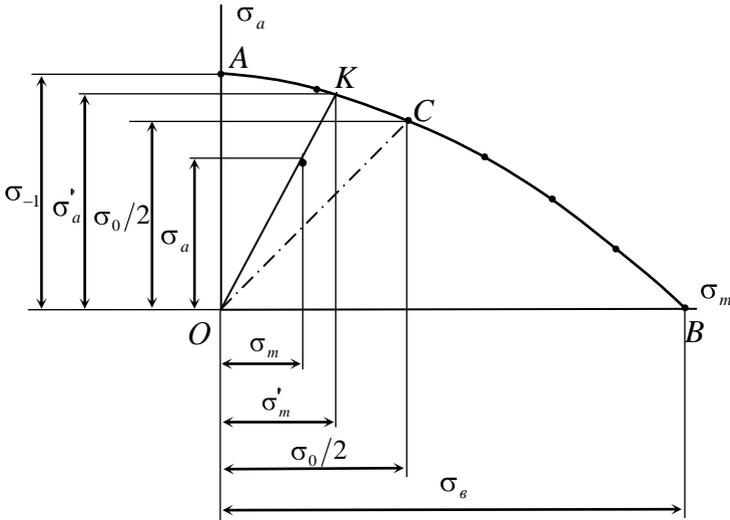


Рис. 58

Рассмотрим вопрос использования построенной диаграммы. Пусть рабочему циклу напряжений соответствует точка N с координатами σ_m, σ_a . Обозначим коэффициент асимметрии этого цикла R^* . Проведем из начала координат через точку N прямую. Любая точка, лежащая на той прямой, соответствует подобному циклу, имеющему значение $R = R^*$. Циклы напряжений, соответствующие точкам отрезка OK , не будут вызывать усталостного разрушения. Цикл, соответствующий точке K , является предельным. Максимальное напряжение, определяемое как сумма абсциссы и ординаты точки K , равно пределу выносливости:

$$\sigma_R = \sigma'_{\max} = \sigma'_m + \sigma'_a.$$

Отметим, что все циклы, соответствующие точкам, расположенным внутри фигуры OAB (рис. 58) являются безопасными в отношении усталостного разрушения.

Для цикла, определяемого точкой N , максимальное напряжение

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a.$$

Коэффициент запаса прочности равен отношению предела выносливости к максимальному напряжению заданного цикла:

$$n = \frac{\sigma'_{\max}}{\sigma_{\max}}.$$

Основные факторы, влияющие на предел выносливости

Установлено, что величина предела выносливости в значительной степени зависит от формы и размеров детали, состояния ее поверхности и других факторов.

Рассмотрим влияние на величину σ_R концентрации напряжений, абсолютных размеров и состояния поверхности деталей.

Концентрация напряжений в значительной степени снижает предел выносливости. Снижение величины σ_R за счет наличия концентраторов напряжений (выточек, отверстий, шпоночных канавок, пресовых посадок и т. д.), учитывается *эффективным* (действительным) коэффициентом концентрации напряжений, обозначаемым k_σ , для нормальных и k_τ , для касательных напряжений.

Эффективный коэффициент концентрации напряжений равен отношению предела выносливости образца без концентратора напряжений, к пределу выносливости образца с концентратором напряжения:

$$k_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1k}}, \quad k_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1k}}.$$

В отличие от теоретического коэффициента концентрации, зависящего только от формы (геометрии) детали, эффективный коэффициент концентрации зависит также и от свойств материала детали, так, менее пластичный материал, более чувствителен к концентрации напряжений. Величины коэффициентов k_σ , k_τ определяются экспериментально. В некоторых случаях, при отсутствии экспериментальных данных, их вычисляют с использованием теоретических коэффициентов концентрации напряжений (α_σ и α_τ) по формулам

$$k_\sigma = 1 + q \left[\alpha_\sigma - 1 \right], \quad k_\tau = 1 + q \left[\alpha_\tau - 1 \right].$$

Здесь q – коэффициент чувствительности материала к концентрации напряжений, величина которого зависит в основном от свойств материала. Для деталей из серого чугуна $q \approx 0$, т.е. можно считать, что

концентрация напряжений практически не влияет на величину предела выносливости чугуна.

Графики иллюстрируют влияние размера отверстия (кривая I) и радиуса r переходной галтели (кривая II) на величину коэффициента концентрации напряжения при растяжении на рис. 59 и кручении на рис. 60.

Детали больших размеров имеют меньший предел выносливости. Снижение предела выносливости с ростом абсолютных размеров детали носит название *масштабного эффекта*. Влияние размеров детали учитывается *масштабным коэффициентом* β_m , который равен отношению предела выносливости для стандартных (диаметром 7... 10 мм) образцов, к пределу выносливости для геометрически подобных образцов (или деталей) больших размеров:

$$\beta_{m\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1m}}, \quad \beta_{m\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1m}}.$$

Значение масштабного коэффициента зависит от материала детали (более прочные стали чувствительнее к масштабному эффекту), вида деформации, наличия концентраторов напряжений.

Усталостные трещины, часто, возникают на поверхности детали. Поэтому состояние поверхностного слоя оказывает существенное влияние на прочность при действии переменных напряжений. Неровности от механической обработки, повреждения поверхности, играют роль концентраторов напряжений и могут вызвать весьма значительное снижение предела выносливости. Особенно неблагоприятное влияние оказывает коррозия поверхности. Отметим, что скорость развития коррозии зависит от величины растягивающих напряжений и не зависит от сжимающих напряжений.

Влияние качества обработки поверхности детали на предел выносливости учитывают *коэффициентом качества поверхности*, обозначаемым β_n . Этот коэффициент равен отношению предела выносливости, определенного при испытаниях образцов с полированной поверхностью, к пределу выносливости, определенному при испытаниях таких же образцов с заданным качеством обработки поверхности:

$$\beta_{n\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1n}}, \quad \beta_{n\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1n}}.$$

Прочные стали более чувствительны к влиянию состояния поверхности, чем менее прочные.

Для снижения величины β_n применяют различные способы механической, термической и электрохимической обработки поверхностей деталей.

Совместное влияние концентрации напряжений, размеров детали и состояния поверхности оценивают коэффициентом $K_{\sigma d}$ ($K_{\tau d}$), который равен произведению трех указанных ранее коэффициентов:

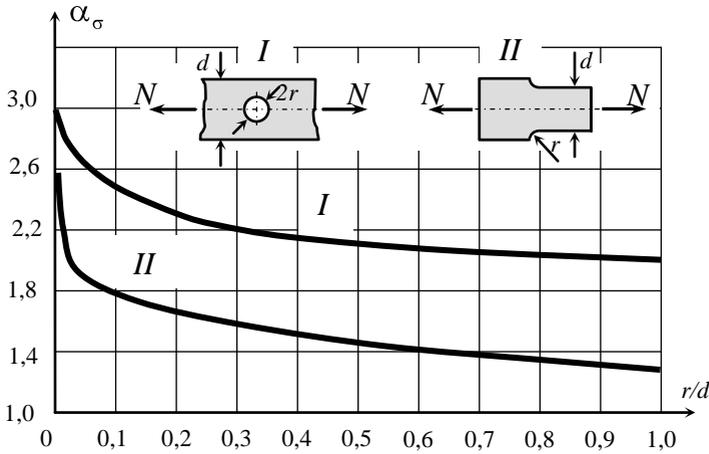


Рис. 59

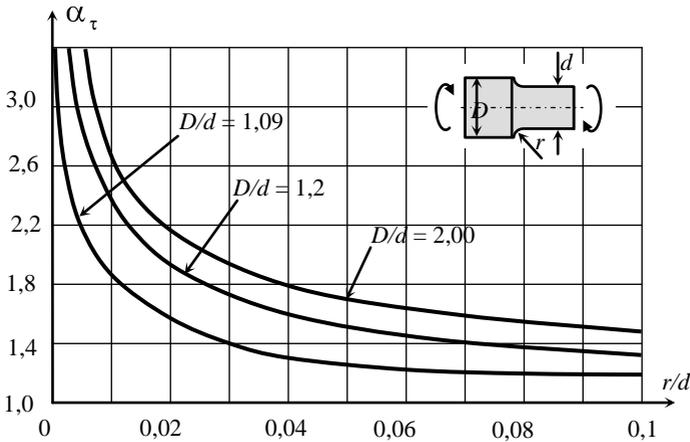


Рис. 60

$$K_{\sigma Д} = k_{\sigma} \beta_{мс} \beta_{нс}, \quad K_{\tau Д} = k_{\tau} \beta_{мт} \beta_{нт}.$$

Таким образом, предел выносливости детали при симметричном цикле зависит от предела выносливости материала, из которого изготовлена деталь, и определяется формулами

$$\sigma_{-1Д} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma Д}}, \quad \tau_{-1Д} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau Д}}.$$

В случае отсутствия экспериментальных данных о пределах выносливости материала, для оценки величины можно пользоваться приближенными эмпирическими соотношениями. В частности, для углеродистой стали $\sigma_{-1} = 0,43 \sigma_{\sigma}$, $\tau_{-1} = 0,25 \sigma_{\sigma}$; для легированной стали $\sigma_{-1} = 0,35 \sigma_{\sigma} + 120$ МПа, $\tau_{-1} = 0,25 \sigma_{\sigma}$.

14. Динамическая нагрузка

Динамическими считаются нагрузки, прикладываемые к телу со значительным ускорением, требующим учета возникающих при этом сил инерции, а также ударные нагрузки.

Учет сил инерции

На основании принципа Даламбера элемент конструкции в каждый момент времени можно рассматривать как находящийся в состоянии равновесия под действием внешних активных и реактивных сил и сил инерции.

Силы инерции являются объемными силами, они действуют в каждой частице тела.

Рассмотрим пример.

Пусть тело веса F поднимается с постоянным ускорением равным a на тросе с площадью поперечного сечения A . Определим напряжения, возникающие в тросе при равноускоренном движении (рис. 61). Приложим к телу силу инерции в направлении обратном ускорению a , величина которой равна $F_{и} = ma$. Масса тела m , g – ускорение свободного падения.

Мысленно рассечем трос и приложим к нему нормальную силу N . Из уравнения равновесия отсеченной части получим Динамические напряжения

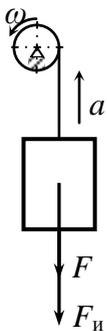


Рис. 61

равны — — —

Как видно, $\sigma_{ст}$, где $\sigma_{ст}$ — напряжение возникающие при статическом приложении силы F , а $\sigma_{дин}$ — коэффициент динамичности.

Удар

Ударом называется взаимодействие тел при котором за очень малый промежуток времени значительно изменяются скорости соударяемых тел.

Предполагается, что удар является неупругим, то есть после соприкосновения некоего тела с конструкцией оно не отскакивает и за короткий промежуток времени его скорость становится равной нулю. Вся кинетическая энергия тела переходит в потенциальную энергию деформации конструкции. В этот момент конструкция деформируется на величину перемещения тела, и в ней возникают наибольшие напряжения. Затем система совершает затухающие колебания и устанавливается состояние равновесия.

Предполагается также, что перемещения, деформации и напряжения при ударе подобны тем, что возникают при статическом приложении той же силы и отличаются на коэффициент динамичности k_d :

$$\sigma_{дин} = k_d \sigma_{ст}, \quad \delta_{дин} = k_d \delta_{ст}, \quad \epsilon_{дин} = k_d \epsilon_{ст}$$

где δ - перемещения, деформации и напряжения при ударе.

Коэффициент динамичности в зависимости от известных исходных величин определяется по формулам:

$$k_d = \frac{v}{g h}, \quad k_d = \frac{K}{K + k_{ст}}, \quad k_d = \frac{K}{K + k_{дин}}$$

где K – кинетическая энергия ударяющего тела в момент удара о конструкцию,

U – потенциальная энергия деформации конструкции при статическом приложении ударяющего тела,

v – скорость в момент удара,

h – высота, с которой происходит свободное падения ударяющего тела.

Частным случаем удара является так называемое мгновенное приложение силы, то есть когда её значение мгновенно возрастает от нуля до конечного значения. В этом случае скорость тела в момент удара равна нулю и

15. Основные формулы

Растяжение – сжатие

- нормальное напряжение при растяжении: $\sigma = \frac{N}{A}$;
- относительная деформация $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$;
- Закон Гука: $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$; $\sigma = E \cdot \varepsilon$; $\varepsilon = \frac{N}{EA}$;
- абсолютная деформация $\Delta L = \frac{NL}{EA}$;
- относит. поперечная деформация $\varepsilon' = \frac{\Delta a}{a}$;
- коэффициент Пуассона $\nu = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$
- потенциальная энергия: $U = \frac{F^2 L}{2EA}$;
- условие прочности при растяжении: $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$;
- допускаемое напряжение: $[\sigma] = \frac{\sigma_o}{n}$;

Теория напряженного состояния

Линейное напряженное состояние:

- полное напряжение в наклонном сечении:

$$p_\alpha = \frac{F}{A_\alpha} = \frac{F}{A} \cos \alpha = \sigma \cdot \cos \alpha ;$$
- нормальное напряжение: $\sigma_\alpha = \sigma \cdot \cos^2 \alpha$;
- касательное напряжение: $\tau_\alpha = \frac{\sigma}{2} \cdot \sin 2\alpha$;
- закон парности касательных напряжений $\tau_\alpha = -\tau_\beta$;

- главные напряжения: $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$;

Плоское напряженное состояние

- $\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha$; $\sigma_\beta = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha$;
- $\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha$; $\tau_\beta = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha$;
- максимальное касательное напряжение $\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$;
- $\sigma_\alpha + \sigma_\beta = \sigma_1 + \sigma_2$;
- главные напряжения $\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma_y + \sigma_z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_y - \sigma_z)^2 + 4\tau_{yz}^2}$;
- положение главных площадок $\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{yz}}{\sigma_y - \sigma_z}$;

Чистый сдвиг.

- Касательные напряжения в сечении $\tau = \frac{Q}{A}$;
- угол сдвига $\gamma = \frac{\delta}{a}$.
- Закон Гука при сдвиге: $\gamma = \frac{\tau}{G}$; $\tau = G\gamma$.
- модуль сдвига: $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$;
- потенциальная энергия при сдвиге $U = \frac{\delta \cdot Q}{2} = \frac{Q^2 a}{2GA}$;
- удельная потенциальная энергия: $u = \frac{\tau^2}{2G}$;

Объемное напряженное состояние:

- $\tau_\alpha = \sqrt{\sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \alpha_3 - \sigma_\alpha}$;
 $\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cos^2 \alpha_3$;
- максимальное касательное напряжение: $\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$;

- напряжения по наклонным площадкам равны сумме главных напряжений: $\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$;

- среднее напряжение $\sigma_{cp} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$;

- обобщенный закон Гука:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)];$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)];$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2).]$$

- относит. объемная деформация $\theta = \frac{\Delta V}{V} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$;

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) ;$$

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E} 3\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cp}}{K} ;$$

- модуль объемной деформации: $K = \frac{E}{3(1-2\mu)}$;

- потенциальная энергия $U = \frac{F \cdot \Delta L}{2}$;

- удельная потенциальная энергия

$$u = \frac{U}{A \cdot L} = \frac{\sigma \cdot \varepsilon}{2} ; \quad u = \frac{\sigma^2}{2E} ; \quad u = \frac{\sigma_1 \cdot \varepsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \cdot \varepsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \cdot \varepsilon_3}{2} ;$$

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)] ;$$

$$u = u_o + u_f ;$$

- энергия изменения объема: $u_o = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$;

- энергия изменения формы:

$$u_f = \frac{1+\mu}{3E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3] ;$$

Теории прочности

1-ая теория прочности (теория наибольших нормальных напряжений):

- $\sigma_{\max} = \sigma_1 \leq [\sigma]$.

2-ая теория прочности (теория наибольших относительных деформаций):

- $\epsilon_{\max} = \epsilon_1 \leq [\epsilon], \quad \epsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)],$
- условие прочности $\sigma_{\text{эквII}} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma].$

3-я теория прочности (теория наибольших касательных напряжений):

- $\tau_{\max} \leq [\tau], \quad \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2},$

условие прочности:

- $\sigma_{\text{эквIII}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma],$
- $\sigma_{\text{эквIII}} = \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2} \leq [\sigma].$

4-я теория прочности (энергетическая теория):

$u_{\phi} \leq [u_{\phi}].$

Условие прочности

- $\sigma_{\text{эквIV}} = \sqrt{0,5 \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \leq [\sigma].$

Для плоского напряженного состояния:

- При $\sigma_y = 0, \Rightarrow \sigma_{\text{эквIV}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma].$

Теория прочности Мора:

- $\sigma_{\text{эквM}} = \sigma_1 - \frac{[\sigma_p]}{[\sigma_c]} \cdot \sigma_3,$ где допускаемые напряжения на растяжение $[\sigma_p]$ и сжатие $[\sigma_c]$

Геометрические характеристики сечений

- площадь ;

- статический момент относительно оси x или y : $S_x = \iint_A y dA$;

$$S_y = \iint_A x dA;$$

- координаты центра тяжести: $x_C = \frac{S_y}{A}$; $y_C = \frac{S_x}{A}$;

$$S_x = \sum_{i=1}^n A_i y_i; \quad S_y = \sum_{i=1}^n A_i x_i;$$

$$x_C = \frac{S_y}{A} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i x_i}{\sum_{i=1}^n A_i}; \quad y_C = \frac{S_x}{A} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i y_i}{\sum_{i=1}^n A_i};$$

- Осевой момент инерции: $J_x = \iint_A y^2 dA$, $J_y = \iint_A x^2 dA$;

- полярный момент инерции: $J_p = \iint_A \rho^2 dA$;

- центробежный момент инерции: $J_{xy} = \iint_A xy dA$.

- Прямоугольник: $J_x = \frac{bh^3}{12}$; $J_y = \frac{hb^3}{12}$; $J_{xy}=0$.

- Круг: $J_p = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32}$; $J_x = J_y = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi d^4}{64}$; $J_{xy} = 0$.

- Угол, определяющий положение главных осей:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2J_{xy}}{J_y - J_x}.$$

- Моменты инерции относительно главных центральных осей

$$\text{инерции: } J_{\max}^{\min} = \frac{J_x + J_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_y - J_x)^2 + 4 \cdot J_{xy}^2};$$

- $J_{\max} + J_{\min} = J_x + J_y$.

- Радиус инерции: $i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}}$; $i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}}$; $J_x = F \cdot i_x^2$, $J_y = F \cdot i_y^2$.

- Осевой момент сопротивления: $W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}$;

- для прямоугольника: $W_x = \frac{bh^2}{6}$; $W_y = \frac{b^2h}{6}$;
- для круга: $W_x = W_y = \frac{\pi R^3}{4} = \frac{\pi D^3}{32}$;
- для трубчатого сечения (кольца): $W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32}(1 - \alpha^4)$, где $\alpha = \frac{d}{D}$; Полярный момент сопротивления: $W_p = \frac{J_p}{\rho_{\max}}$;
- для круга: $W_p = \frac{\pi R^3}{2} = \frac{\pi D^3}{16}$;
- трубчатое сечение (кольцо): $W_p = \frac{\pi D^3}{16}(1 - \alpha^4)$, где $\alpha = \frac{d}{D}$;

Кручение

- Касательные напряжения $\tau = \frac{T\rho}{J_p}$,
- Максимальные напряжения в сечении $\tau_{\max} = \frac{T}{W_p}$, где $W_p = \frac{J_p}{R}$.
- Условие прочности $\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{W_p} \leq [\tau]$, $[\tau] = \frac{\tau_{\text{пред}}}{[n]}$
- Угол закручивания: $\varphi = \frac{TL}{GJ_p}$;
- относительный угол закручивания: $\theta = \frac{T}{GJ_p}$.
- условие жесткости: $\theta_{\max} \leq [\theta]$.
- Потенциальная энергия при кручении: $U = \frac{T^2 L}{2GJ_p}$;

Изгиб

- Нормальные напряжения: $\sigma = \frac{M_x}{J_x} y$.
- Максимальные напряжения: $\sigma_{\max} = \frac{M}{J_x} y_{\max}$, $\sigma_{\max} = \frac{M}{W_x}$.

- Касательные напряжения: $\tau = \frac{Q \cdot S_x(y)}{b(y) \cdot J_x}$.
- Главные напряжения при изгибе: $\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$
- Условие прочности по нормальным напряжениям

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma],$$
- условие прочности по касательным напряжениям

$$\tau = \frac{Q_{\max} S_{\max}}{J_x b} \leq [\tau]. \quad W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}$$
- Условия прочности по теориям прочности:
- I-я: $\sigma_{\text{эквI}} = \frac{1}{2} [\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}] \leq [\sigma];$
- II-я: $\sigma_{\text{эквII}} = 0,35\sigma + 0,65[\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}] \leq [\sigma]$ (при коэффициенте Пуассона $\nu=0,3$);
- III-я: $\sigma_{\text{эквIII}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma],$
- IV-я: $\sigma_{\text{эквIV}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma],$
- теория Мора: $\sigma_{\text{эквM}} = \frac{1-m}{2}\sigma + \frac{1+m}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma],$

$$m = \frac{[\sigma_P]}{[\sigma_C]}.$$
- Закон Гука при изгибе: $\frac{1}{\rho(x)} = \frac{M(x)}{EJ_x}$.
- дифференциальное уравнение изогнутой оси балки.

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\sqrt{[1 + (\frac{dy}{dx})^2]^3}} = \frac{M(x)}{EJ_x}$$
- приближенное дифференциальное уравнение изогнутой оси балки: $\pm EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x).$

- уравнение углов поворота: $\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{EJ} \int M(x) dx + C$,
- уравнение прогибов $y = \frac{1}{EJ} \iint M(x) dx dx + Cx + D$.
- Дифференциальные зависимости при изгибе:
 $\frac{dM_x}{dz} = Q_y$; $\frac{dQ_y}{dz} = q(z)$; $EJ \frac{d^2 y}{dz^2} = M_x$; $\frac{dy}{dz} = \theta$.

Косой изгиб

- Напряжение в произвольной точке сечения: $\sigma = \frac{M_x y}{J_x} + \frac{M_y x}{J_y}$;
 $tg\alpha = \frac{M_y}{M_x}$, $M_x = M \cdot \cos\alpha$; $M_y = M \cdot \sin\alpha$, $\sigma = M \left(\frac{\cos\alpha}{J_x} y + \frac{\sin\alpha}{J_y} x \right)$.
- уравнение нейтральной линии: $\frac{M_x y_0}{J_x} + \frac{M_y x_0}{J_y} = 0$,
- угол наклона нейтральной линии к главной оси x:
 $tg\beta = \frac{y_0}{x_0} = -\frac{M_y J_x}{M_x J_y}$, $tg\beta = -\frac{J_x}{J_y} tg\alpha$.
- условие прочности $\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma]$,
- прогиб: $EJ_x \frac{d^2 w}{dz^2} = M_x$; $EJ_y \frac{d^2 v}{dz^2} = M_y$, $f = \sqrt{v^2 + w^2}$.

Внецентренное сжатие–растяжение

- внутренние усилия: $N = F$; $M_y = F \cdot x_F$; $M_x = F \cdot y_F$.
- напряжения $\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{J_y} x + \frac{M_x}{J_x} y$; $\sigma = \frac{F}{A} \left(1 + \frac{x_F A}{J_y} x + \frac{y_F A}{J_x} y \right)$
- или $\sigma = \frac{F}{A} \left(1 + \frac{x_F}{i_y^2} x + \frac{y_F}{i_x^2} y \right)$, $i_{x,y} = \sqrt{\frac{J_{x,y}}{F}}$

- Уравнение нейтральной линии: $1 + \frac{x_F}{i_y^2} x + \frac{y_F}{i_x^2} y = 0$.
- отрезки, отсекаемые нейтральной линией на осях координат:

$$x_0 = -\frac{i_y^2}{x_F}; \quad y_0 = -\frac{i_x^2}{y_F}.$$

Изгиб с кручением

- максимальные нормальные и касательные напряжения в опасных точках:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{W}, \quad \tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_p}, \quad (\text{для круга: } W = \frac{\pi D^3}{32} -$$

осевой момент сопротивления.

- главные напряжения в опасных точках:

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}); \quad \sigma_2 = 0; \quad \sigma_3 = \frac{1}{2}(\sigma - \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}).$$

Проверка прочности:

- по IV-ой теории прочности: $\sigma_{\text{эквIV}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma];$
- $\sigma_{\text{эквIV}} = \frac{1}{W} \sqrt{0,75M_{кр}^2 + M_x^2 + M_y^2} \leq [\sigma]$
- по теории Мора: $\sigma_{\text{эквM}} = \frac{1-m}{2}\sigma + \frac{1+m}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma];$
 $m = [\sigma_p] / [\sigma_c].$
- $\sigma_{\text{эквM}} = \frac{1}{W} \left[\frac{1-m}{2} \sqrt{M_x^2 + M_y^2} + \frac{1+m}{2} \sqrt{M_{кр}^2 + M_x^2 + M_y^2} \right] \leq [\sigma];$

Устойчивость

- Формула Эйлера: $F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(\mu L)^2},$

μ – коэффициент приведения длины. При шарнирном закреплении обоих концов стержня $\mu = 1$; для стержня с заделанными концами $\mu = 0,5$; для стержня с одним заделанным и другим свободным концом $\mu = 2$; для стержня с одним заделанным и другим шарнирно закрепленным концом $\mu = 0,7$.

- Критическое сжимающее напряжение.: $\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$,
- гибкость стержня $\lambda = \frac{\mu L}{i_{min}}$, $i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{F}}$ – наименьший главный радиус инерции.
- Формула Эйлера применима при гибкости стержня:
 $\lambda \geq \lambda_{кр} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{тц}}}$. Для $\lambda_0 < \lambda < \lambda_{кр}$ используется формула Ясинского: $\sigma_{кр} = a - b \cdot \lambda$,

Удар, динамическое напряжение

- Динамические деформации и напряжения

$$\sigma_{дин} = \sigma_{ст} \cdot K_{дин}$$

- Коэффициент динамичности

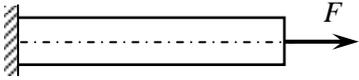
$$K_{дин} = \frac{\sigma_{дин}}{\sigma_{ст}}$$

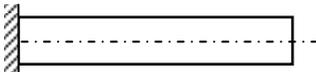
$$K_{дин} = \frac{1}{1 - \beta}$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

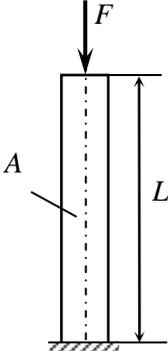
—.

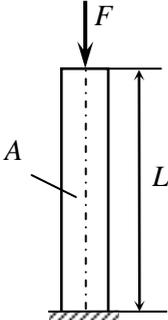
16. Примеры тестовых заданий

<p>1. Удлинение стержня постоянного сечения при упругой деформации материала зависит от характеристики материала:</p>	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Удлинение стержня определяется по закону Гука и равна —,</p> <p>Где N – продольная сила, L – длина стержня, E – модуль упругости, A – площадь сечения.</p> <p>Из предложенных вариантов ответов следует выбрать ответ номер 3 - модуль упругости E.</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> предела текучести <input type="checkbox"/> предела прочности <input checked="" type="checkbox"/> модуля упругости <input type="checkbox"/> плотности 	

<p>2. В нагретом стержне постоянного сечения из материала с коэффициентом температурного расширения K линейная деформация равна</p>	
<p>$\Delta T > 0$</p> 	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Линейная деформация равна —.</p> <p>Удлинение стержня при изменении температуры на равно .</p> <p>Откуда получим , т.е. вариант ответа 1.</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> $K\Delta T$ <input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> $K\Delta T l$ <input type="checkbox"/> $-K\Delta T$ <input type="checkbox"/> $-K\Delta T l$ 	

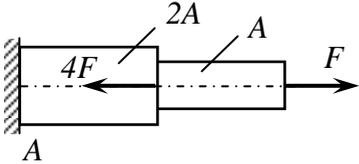
<p>3. При испытании образца на сжатие получено значение модуля упругости, которое зависит от...</p>
--

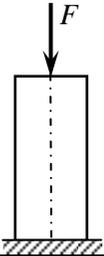
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Модуль упругости – характеристика упругости материала, зависит только от материала образца.</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <input type="checkbox"/> величины силы F 2. <input type="checkbox"/> площади сечения A 3. <input checked="" type="checkbox"/> материала образца 4. <input type="checkbox"/> длины образца L 	

<p>4. При испытании образца на сжатие получено значение предела прочности, которое зависит от...</p>	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Предел прочности является характеристикой прочности материала, зависит только от материала образца.</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <input type="checkbox"/> величины силы F 2. <input type="checkbox"/> площади сечения A 3. <input checked="" type="checkbox"/> материала образца 4. <input type="checkbox"/> длины образца L 	

1 Растяжение и сжатие

1.1 Определение продольных сил

5. Продольная сила в сечении A бруса с учетом правила знака для N равна	
	Пояснение к ответу Нормальная сила – внутренняя сила, численно равная алгебраической сумме внешних сил, действующих по одну сторону от сечения. Растягивающие силы – положительные, сжимающие – отрицательны. В сечении A получим: $N = F - 4F = -3F.$
Варианты ответов: 1. <input type="checkbox"/> $3F$ 2. <input type="checkbox"/> $-4F$ 3. <input checked="" type="checkbox"/> $-3F$ 4. <input type="checkbox"/> F	

6. При сжатии короткого образца из малоуглеродистой стали разрушение ...	
	Пояснение к ответу Малоуглеродистая сталь пластичный материал. При сжатии пластичные материалы не разрушаются. Ответ 1.
Варианты ответов: 1. <input checked="" type="checkbox"/> не происходит 2. <input type="checkbox"/> происходит по сечению под углом 45 град. к оси 3. <input type="checkbox"/> происходит в продольном сечении	

7. Отметьте указанные эпюры продольных сил теми же цифрами, что и соответствующие им схемы нагружения брусьев.

Пояснение к ответу

Используя метод сечения, получим на каждом участке стержней:

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

8. При нагружении трех стержней, отличающихся только материалом (с модулем Юнга $E1 > E2 > E3$), нормальные напряжения в поперечных сечениях будут ...

Варианты ответов:

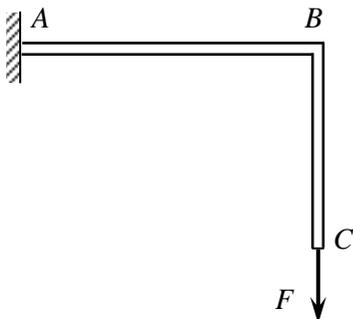
1. больше для стержня из материала с $E1$
2. больше для стержня из материала с $E3$
3. одинаковые
4. больше для стержня из материала с $E2$

Пояснение к ответу

Нормальные напряжения определяются по формуле

$\sigma = \frac{N}{S}$, где N – нормальная сила, S – площадь поперечного сечения стержня, то есть не зависят от модуля упругости.

9. На участке BC плоской рамы в опасном сечении возникают внутренние силовые факторы:



Пояснение к ответу

Участок стержня BC находится под действием растягивающей силы N . На этом участке возникает единственная внутренняя сила – продольная или нормальная сила.

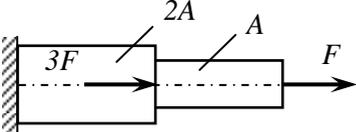
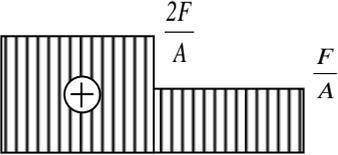
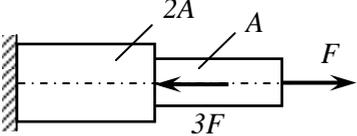
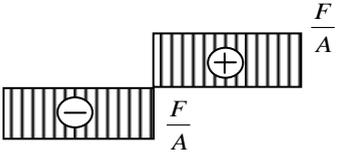
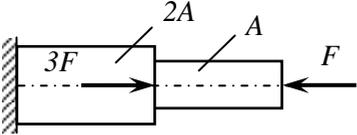
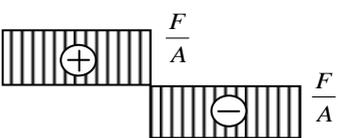
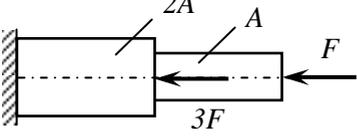
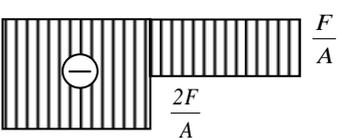
Варианты ответов:

1. изгибающий момент
2. изгибающий момент и нормальная сила
3. изгибающий момент и поперечная сила
4. нормальная сила

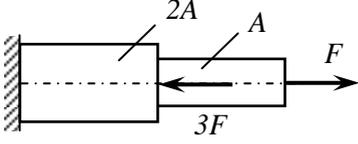
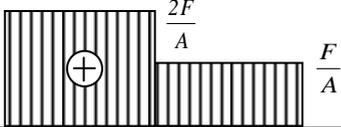
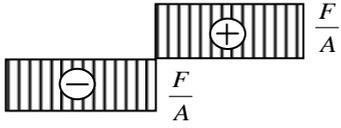
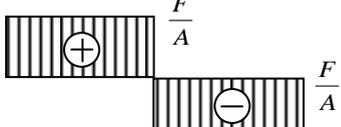
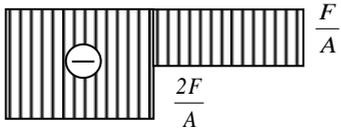
10. Наименьшие нормальные напряжения в стержне равны...	
	<p>Пояснение к ответу Напряжение при растяжении определяется по формуле $\sigma = \frac{F}{A}$, т.к. продольная сила постоянна, минимальное напряжение там, где площадь сечения максимальна.</p>
<p>Варианты ответов:</p> <p>1. <input type="checkbox"/> $\frac{F}{2A}$</p> <p>2. <input type="checkbox"/> $\frac{F}{A}$</p> <p>3. <input type="checkbox"/> $\frac{2F}{A}$</p> <p>4. <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{F}{3A}$</p>	

11. Для стержня постоянного сечения с площадью $A = 2 \text{ см}^2$, изготовленного из пластичного материала с пределом текучести, равным 400 МПа, фактический коэффициент запаса равен:	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Коэффициент запаса</p>
<p>Варианты ответов:</p> <p>1. <input type="checkbox"/> 1,5</p> <p>2. <input type="checkbox"/> 2,0</p> <p>3. <input type="checkbox"/> 2,5</p> <p>4. <input type="checkbox"/> 3,0</p> <p>5. <input checked="" type="checkbox"/> 4,0</p>	

12. Отметьте указанные эпюры нормальных напряжений теми же цифрами, что и соответствующие им схемы нагружения брусьев

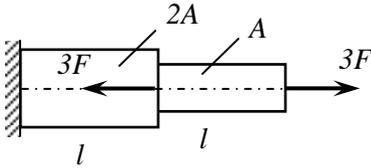
<p>1.</p> 	
<p>2.</p> 	
<p>3.</p> 	
<p>4.</p> 	
<p>Пояснение к ответу</p>	
<p>1.</p>	<p>— — — — —</p>
<p>2.</p>	<p>— — — — —</p>
<p>3.</p>	<p>— — — — —</p>
<p>4.</p>	<p>— — — — —</p>

13. Эпюра нормальных напряжений для указанного бруса изображена на схеме ...

	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Методом сечения определяем продольную силу N для каждого участка. А затем по формуле $\sigma = \frac{N}{A}$ — находим напряжение на i-том участке.</p> <p>— —, — —.</p>
<p>Варианты ответов:</p>	
<p>1. <input type="checkbox"/></p> 	<p>Следовательно, продольная эпюра напряжений на рис. 2.</p>
<p>2. <input checked="" type="checkbox"/></p> 	
<p>3. <input type="checkbox"/></p> 	
<p>4. <input type="checkbox"/></p> 	

1.3 Определение перемещений

14. Изменение длины ступенчатого бруса (E - модуль Юнга) равно ...
 Pl / EF



Пояснение к ответу

Удлинение стержня определяем как сумму удлинений участков. Удлинение каждого участка по закону Гука

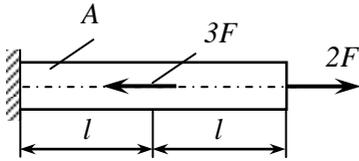
— , — .
 — — .

Варианты ответов:

1. $\frac{2Fl}{EA}$
2. $-\frac{Fl}{EA}$
3. $\frac{3Fl}{EA}$
4. $-\frac{2Fl}{EA}$

Правильный вариант ответа: 3.

15. Изменение длины стержня постоянного сечения A , нагруженного осевыми силами, равно (знак "+" соответствует удлинению, знак "-" - укорочению):



Пояснение к ответу

Аналогично задаче 15.

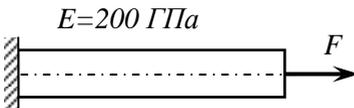
Следовательно, ответ номер 3.

Варианты ответов:

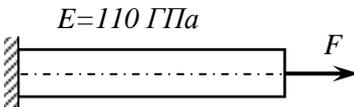
- 5. $\frac{2Fl}{EA}$
- 6. $-\frac{Fl}{EA}$
- 7. $\frac{Fl}{EA}$
- 8. $-\frac{2Fl}{EA}$

16. Расположить стержни, отличающиеся только материалом (E - модуль Юнга), в порядке возрастания удлинения стержня

Варианты ответов:



1.

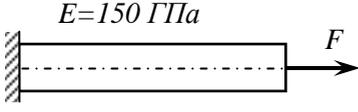
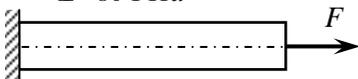


2.

Пояснение к ответу

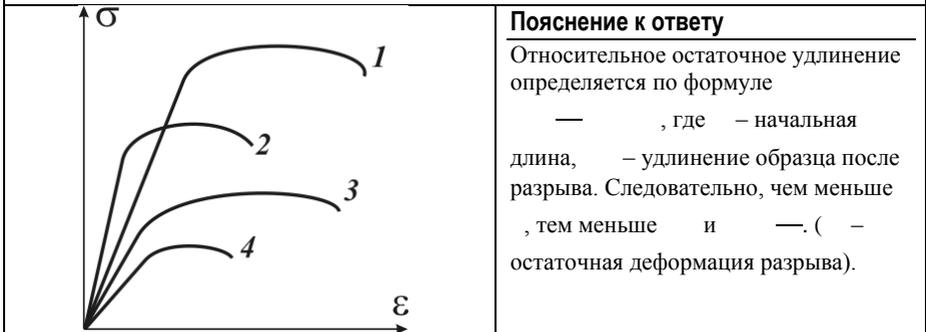
Удлинение стержня определяется по формуле —. Следовательно, чем больше E , тем меньше удлинение.

Порядок: 1, 3, 2, 4.

<p>3.</p>  <p>$E=150 \text{ ГПа}$</p>	
<p>4.</p>  <p>$E=80 \text{ ГПа}$</p>	

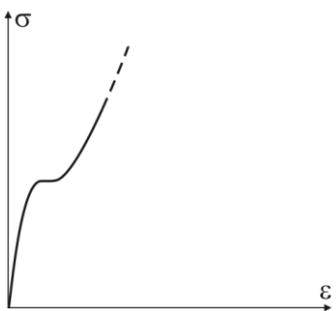
2 Механические свойства материалов

28. На графике изображены диаграммы напряжений при растяжении для материалов с разными величинами относительного остаточного удлинения: 10%, 14%, 21% и 25%. Диаграмма растяжения материала с относительным остаточным удлинением равным 10%, отмечена цифрой ..

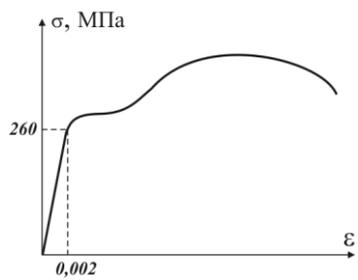


Правильные варианты ответа: 4;

29. Диаграмма условных напряжений, полученная в результате испытаний на сжатие, характерна для ...

	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Дерево и серый чугун при сжатии разрушаются. Следовательно, их диаграммы не могут идти бесконечно вверх.</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> дерева <input checked="" type="checkbox"/> малоуглеродистой стали <input type="checkbox"/> серого чугуна 	

30. Используя изображенную диаграмму напряжений для материала, можно определить модуль Юнга (E) материала, который будет равен (в ГПа) ...

	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Из закона Гука — — —</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> 110 ГПа <input checked="" type="checkbox"/> 130 ГПа <input type="checkbox"/> 260 ГПа 520 ГПа 	

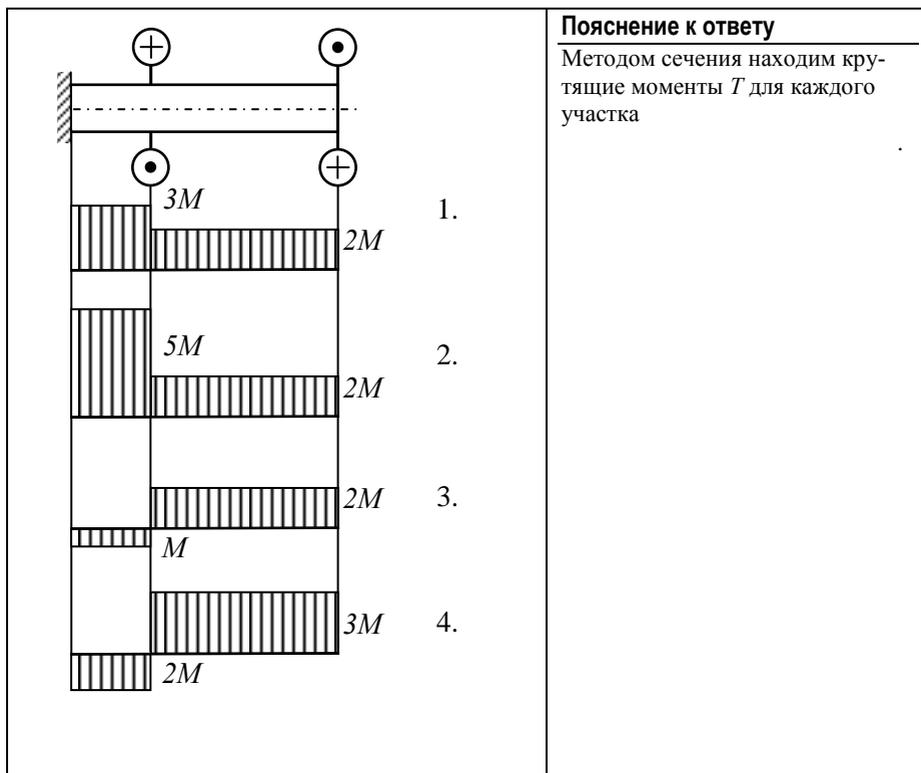
31. Расположите механические характеристики материала на растя-

жение в порядке возрастания их величины	
1: предел пропорциональности 2: предел текучести 3: предел прочности	Пояснение к ответу Предел пропорциональности определяется точкой, после которой диаграмма искривляется. Предел текучести определяется точкой, после которой диаграмма идет параллельно оси ϵ . Предел прочности определяется точкой, соответствующей максимальному σ .

3 Кручение

3.1 Определение крутящих моментов

32. Эпюра крутящих моментов для вала изображена на схеме...



Правильный вариант ответа: 3;

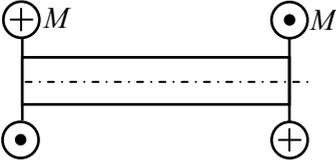
33. Отметьте указанные эпюры крутящих моментов теми же цифрами, что и соответствующие им схемы нагружения валов.

Пояснение к ответу

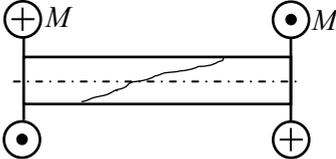
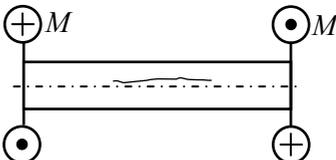
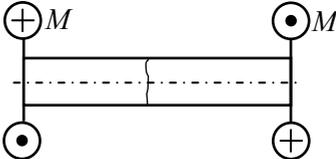
Методом сечения находим крутящие моменты для каждой из задач

1. ;
2. ;
3. ;
4. .

34. Разрушение образца из пластичного материала при кручении происходит от действия:

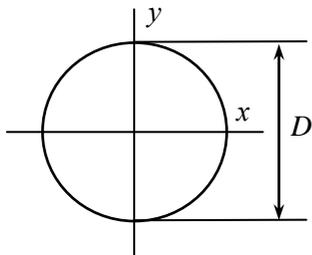
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Пластичный материал при кручении ломается по поперечному сечению, где действуют касательные напряжения.</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> касательных напряжений <input type="checkbox"/> растягивающих нормальных напряжений <input type="checkbox"/> сжимающих нормальных напряжений 	

36. Установите соответствие между характером разрушения указанных на схемах образцов и материалами, из которых они изготовлены.

серый чугун	
дерево	
малоуглеродистая сталь	
<p>Пояснение к ответу</p>	

При кручении серый чугун разрушается по винтовой линии, сталь – по поперечному сечению, дерево – трескается вдоль волокон.

37. Полярный момент инерции J_p круглого сечения определяется по формуле ...



Пояснение к ответу

Варианты ответов:

1. $\frac{\pi d^4}{32}$
2. $\frac{\pi d^3}{16}$
3. $\frac{\pi d^3}{32}$
4. $\frac{\pi d^4}{64}$

38. Эпюра изменения углов поворота сечений вала ($a = (Ml)/(GJ_p)$) показана на схеме ...

	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Разбиваем на участки, начиная от заделки. Методом сечения находим крутящие моменты:</p> <p>По закону Гука при кручении находим угол поворота правого конца 1-го участка относительно заделки</p> <p>— — .</p> <p>Угол поворота правого конца 2-го участка относительно заделки определяется как сумма углов поворота правого конца 1-го участка относительно заделки и правого конца 2-го участка относительно левого конца 2-го участка</p> <p>— — — .</p>
--	---

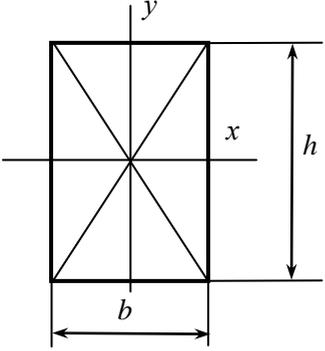
Правильный вариант ответа: 3;

<p>39. Наибольший угол закручивания вала определяется по формуле</p>	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>—, —, —</p> <p>Следовательно,</p> <p>—.</p>
<p>Варианты ответов:</p>	

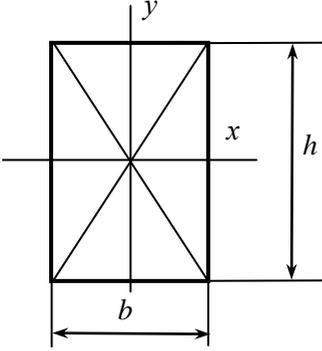
1. <input type="checkbox"/>	$\frac{16M}{\pi d^3}$	
2. <input type="checkbox"/>	$\frac{Ml}{Gd^4}$	
3. <input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{32Ml}{G\pi d^4}$	
4. <input type="checkbox"/>	$\frac{16Ml}{G\pi d^3}$	

4 Геометрические характеристики сечений

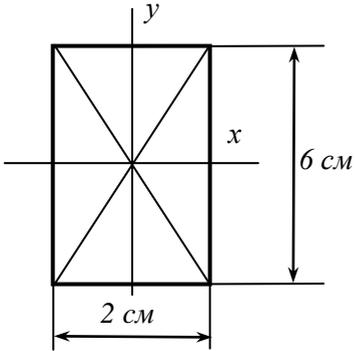
40. Момент инерции площади прямоугольного сечения относительно оси x (J_x) определяется по формуле ...

	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Момент инерции прямоугольника</p> <p>—.</p>
<p>Варианты ответов:</p>	
<ol style="list-style-type: none"> 1. $\frac{bh^2}{2}$ 2. $\frac{hb^2}{6}$ 3. $\frac{bh^3}{12}$ 4. $\frac{hb^3}{12}$ 	

41. При увеличении размера "b" прямоугольного сечения в 2 раза осевой момент инерции относительно оси x (J_x) возрастет в ... раз.

	<p>Пояснение к ответу</p> <hr/> <p>— — .</p> <p>Возрастает в два раза.</p>
<p>Варианты ответов:</p>	

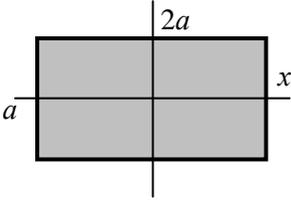
Правильный вариант ответа: 2; два;

<p>42. Момент инерции сечения относительно оси x (J_x) равен см⁴</p>	
	<p>Пояснение к ответу</p> <hr/> <p>— .</p>
<p>Варианты ответов:</p>	

Правильный вариант ответа: 36.

43. Расположите представленные сечения одинаковой площади в порядке возрастания осевого момента инерции J_x

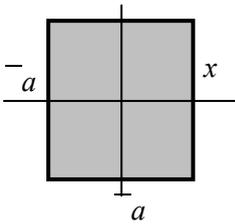
1.



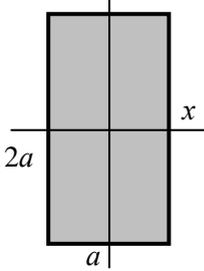
Пояснение к ответу

_____,
 _____,
 _____.

2.



3.



5 Изгиб

5.1 Определение изгибающих моментов и поперечных сил

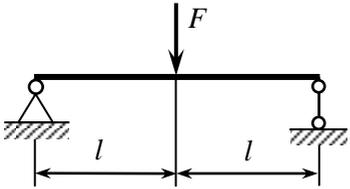
44. Максимальный изгибающий момент в сечениях балки равен ... FL	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Методом сечения определяем изгибающие моменты по участкам. Строим эпюру . Максимальный момент получается в заделке</p>
Варианты ответов:	

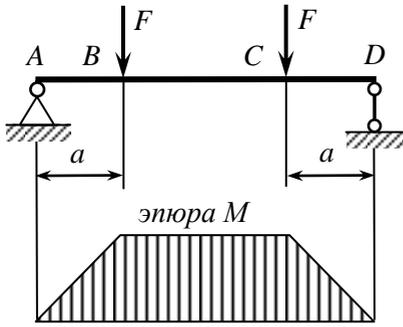
Правильный вариант ответа: 2; два;

45. Для указанной балки эпюра изгибающих моментов, построенная на сжатых волокнах, приведена на схеме ...	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Методом сечения определяем изгибающий момент на расстоянии z от силы F: Следовательно, изменяется по линейному закону. От силы F сжимаются верхние волокна. Эпюра, изменяющаяся по линейному закону, постоянная на верхних волокнах, приведена на рис. 3.</p>

Правильный вариант ответа: 3;

47. Максимальный изгибающий момент в балке равен...
--

	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Методом сечения определяем изгибающий момент по участкам. Строим эпюру . Максимальный момент в середине балки</p> <p>—.</p>
<p>Варианты ответов:</p>	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <input type="checkbox"/> Fl 2. <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{1}{2}Fl$ 3. <input type="checkbox"/> $\frac{1}{3}Fl$ 4. <input type="checkbox"/> $\frac{1}{4}Fl$ 	

<p>48. На участке BC балки имеет место ...</p>	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Если на участке балки действует постоянный изгибающий момент, то такой вид деформации называется чистый изгиб. При этом поперечная сила равна нулю.</p>
<p>Варианты ответов:</p>	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <input checked="" type="checkbox"/> чистый изгиб 2. <input type="checkbox"/> поперечный изгиб 3. <input type="checkbox"/> продольный изгиб 4. <input type="checkbox"/> продольно - поперечный изгиб 5. <input type="checkbox"/> чистый сдвиг 	

49. Отметьте указанные эпюры изгибающих моментов, построенных на сжатых волокнах, теми же цифрами, что и соответствующие им схемы нагружения балок.

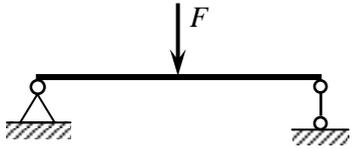
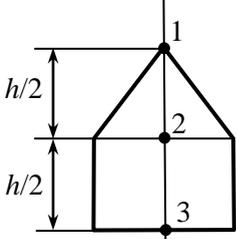
<p>1.</p>	
<p>2.</p>	
<p>3.</p>	

Пояснение к ответу

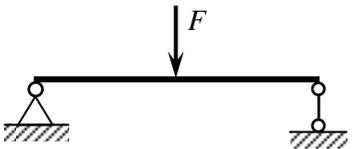
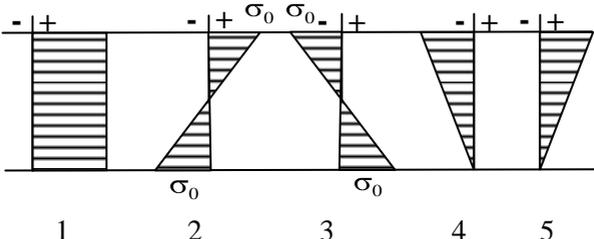
Методом сечения определяем изгибающий момент по участку

1. ;
 2. ;
 3. .

50. При изгибе балки наибольшие по абсолютной величине нормальные напряжения возникают в точке ...

	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Нормальные напряжения при изгибе определяются по формуле $\sigma = E \cdot \epsilon$, где координата y отсчитывается от главной центральной оси x (проходит через центр тяжести). Максимальные напряжения действуют в точках наиболее удаленных от оси x (нулевая линия), где y максимальна.</p>
	

Правильный вариант ответа: 1;

<p>51. Распределение нормальных напряжений в опасном сечении балки прямоугольного сечения показано на эпюре...</p>	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Нормальные напряжения при изгибе изменяются по линейному закону (см. задачу 50), где нулевая линия проходит через центр тяжести сечения. Подходят варианты 2 и 3. Но от силы F верхние волокна балки сжимаются. Следовательно, напряжения должны быть отрицательными. Поэтому подходит вариант 3.</p>
	

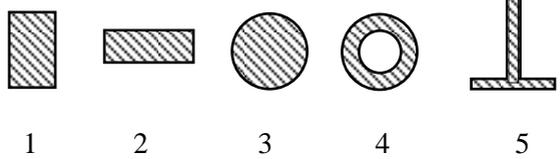
Правильный вариант ответа: 3.

52. Среди равнопрочных балок наименьшая масса будет получена для балки с сечением ...



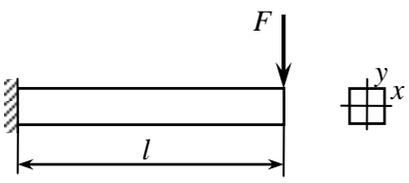
Пояснение к ответу

Двутавровые сечения обладают наибольшей прочностью при изгибе в вертикальной плоскости. Поэтому двутавр будет наименьшей массой.



Правильный вариант ответа: 5.

53. Наибольшие нормальные напряжения в балке прямоугольного сечения определяются по формуле ...



Пояснение к ответу

Наибольшие нормальные напряжения при изгибе определяются по формуле

$$\sigma = \frac{M y}{I_x}$$

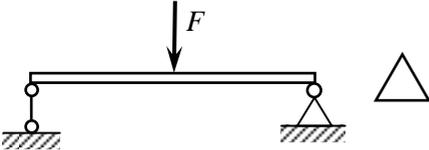
Максимальный момент в заделке (с эпюры).

Подставляя, —.

Варианты ответов:

1. $\frac{F}{A}$

2.	$\frac{Fl}{W_x}$	
3.	$\frac{Fl}{J_y}$	
4.	$\frac{Fl}{J_x}$	

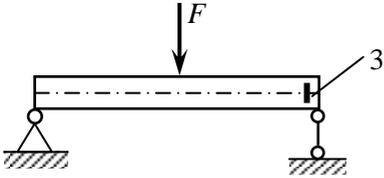
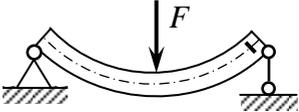
<p>54. При изгибе балки указанного сечения наибольшими по величине будут ...</p>	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Максимальные нормальные напряжения в верхнем углу треугольника (см. задачу 80). В этой точке действуют сжимающие напряжения, т.е. вариант ответа 3. Касательные напряжения при изгибе обычно немного меньше, чем нормальные напряжения.</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> касательные напряжения <input type="checkbox"/> растягивающие нормальные напряжения <input checked="" type="checkbox"/> сжимающие нормальные напряжения 	

55. Вертикальное перемещение сечения A равно ... $(ML^2)/(EJx)$

	<p>Пояснение к ответу</p> <p>На основании интеграла Мора</p> <p>где</p>
--	--

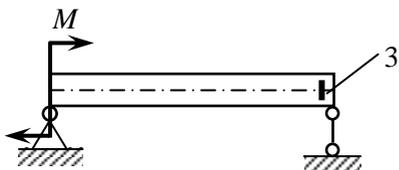
<p>56. Для определения перемещения сечения балки по методу Максвелла-Мора используется формула ...</p>	
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\int \frac{M \bar{M}_1}{EJ_x} dz$ 2. $\frac{My}{J_x}$ 3. $\frac{M}{EJ_x}$ 4. $\frac{M}{W_x}$ 	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Перемещение определяется по формуле</p>

57. В торцевом сечении двутавровой балки установлено зеркало (3).

При нагружении балки зеркало ..	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>После приложения нагрузки балка примет вид</p>  <p>Зеркало повернется против хода часовой стрелки.</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> останется неподвижным <input type="checkbox"/> повернется по ходу часовой стрелки <input checked="" type="checkbox"/> повернется против хода часовой стрелки 	

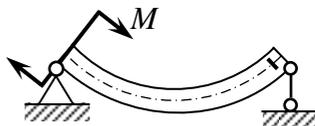
58. При упругом изгибе балки максимальный прогиб зависит от характеристики материала:	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Прогиб балки определяется из дифференциального уравнения оси изогнутой балки</p> <p>— .</p> <p>Куда входит модуль упругости E.</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> предела пропорциональности <input type="checkbox"/> предела текучести <input type="checkbox"/> коэффициента Пуассона <input checked="" type="checkbox"/> модуля Юнга 	

59. В торцевом сечении двутавровой балки установлено зеркало (3). При нагружении балки зеркало ...



Пояснение к ответу

Деформация балки



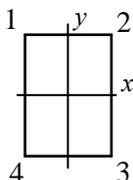
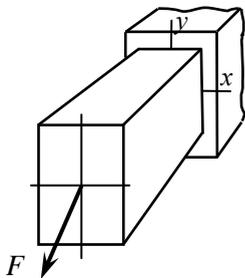
Варианты ответов:

1. останется неподвижным
2. повернется по ходу часовой стрелки
3. повернется против хода часовой стрелки

6. Сложное сопротивление бруса

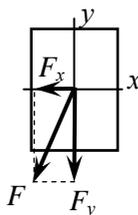
6.1. Косой изгиб

60. Напряжение в точке 1 опасного сечения определяется по формуле ...



Пояснение к ответу

Раскладываем силу F на составляющие F_x и F_y . Сила F_x дает момент относительно оси x (), сила F_y - относительно оси y (). От силы F_x в точке 1 воз-



никают положительные растягивающие напряжения, от силы F_y - отрицательные (сжимающие). Поэтому

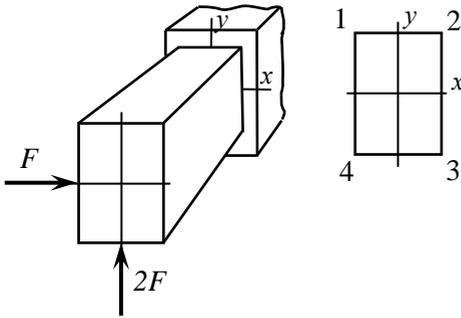
— —.

Варианты ответов:

1. $\frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y}$
2. $\frac{|M_x|}{W_x} - \frac{|M_y|}{W_y}$
3. $-\frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y}$
4. $-\frac{|M_x|}{W_x} - \frac{|M_y|}{W_y}$

Правильный вариант ответа: 2;

61. Наибольшие сжимающие нормальные напряжения в опасном сечении консольного бруса будут в точке

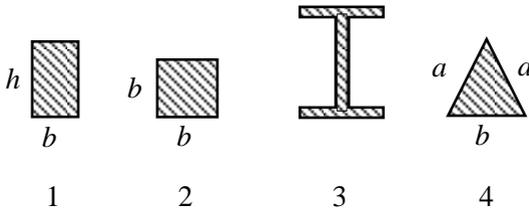


Пояснение к ответу

От силы $2F$ сжимаются точки 1 и 2, от силы F – точки 2 и 3. Следовательно, от обеих сжимается точка 2.

Правильный вариант ответа: 2; два;

62. Для какого из указанных сечений косой изгиб невозможен?

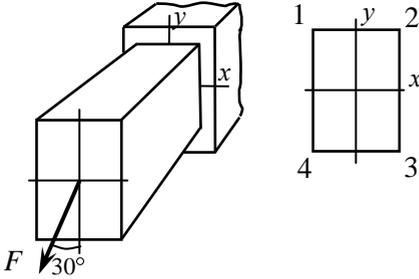


Пояснение к ответу

Косой изгиб не возможен для варианта 2, т.к. для квадратного сечения все оси главные. Для всех осей, проходящих через центр тяжести, —.

Правильный вариант ответа: 2;

63. Наибольшие растягивающие нормальные напряжения в опасном сечении бруса имеют место в точке



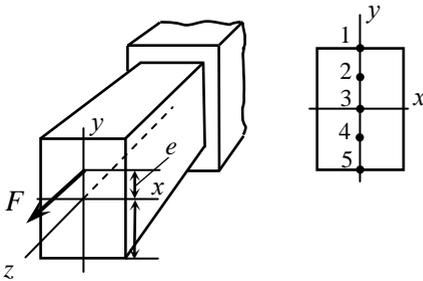
Пояснение к ответу

Раскладываем силу F на составляющие (см. задание 60). От силы наибольшие растягивающие напряжения в точках 1, 2, от силы - в точках 2, 3. Следовательно суммарное наибольшее напряжение в точке 2.

Варианты ответов:

- 1. 4
- 2. 1
- 3. 2
- 4. 3

64. Брус нагружен силой F , действующей в плоскости симметрии параллельно оси бруса. Нормальные напряжения в точке 3 определяются по формуле ...



Пояснение к ответу

Нормальные напряжения при внецентренном растяжении определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{F}{A} + \frac{Fy}{J_x} + \frac{Fz}{J_y}$$

где y, z - координаты точки приложения силы F .

x, y - координаты точки, в которой определяется напряжение.

Для точки 3 $y = 0, z = e$. Следовательно, $\sigma = \frac{F}{A} + \frac{Fe}{J_y}$.

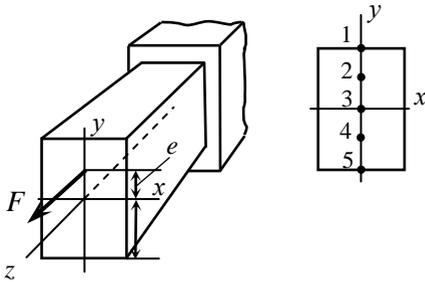
Варианты ответов:

1. $\frac{F}{A} + \frac{Fe^2}{J_x}$

2.	$\frac{F}{A} + \frac{Fe}{W_x}$	
3.	$\frac{F}{A} - \frac{Fe}{W_x}$	
4.	$\frac{F}{A}$	

Правильный вариант ответа: 4;

65. Брус нагружен силой F , действующей в плоскости симметрии параллельно оси бруса. Нормальные напряжения в точке 4 определяются по формуле ...



Пояснение к ответу

Для точки 4:

Подставляем в формулу (задание 64)

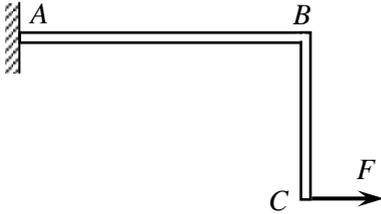
— — — — —

Варианты ответов:

1. $\frac{F}{A} + \frac{Fe^2}{J_x}$
2. $\frac{F}{A} - \frac{Fe}{W_x}$
3. $\frac{F}{A}$
4. $\frac{F}{A} - \frac{Fe^2}{J_x}$

Правильные варианты ответа: 4

66. На участке AB плоской рамы в опасном сечении возникают внутренние силовые факторы:



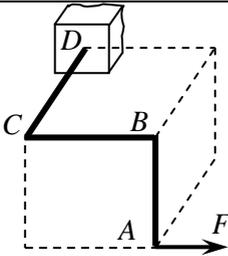
Пояснение к ответу

От силы F на участке AB возникает деформация внецентренного растяжения. При внецентренном растяжении действуют продольная сила и изгибающий момент.

Варианты ответов:

1. изгибающий момент
2. изгибающий момент и продольная сила
3. изгибающий момент и поперечная сила
4. нормальная сила

67. На участке BC пространственной рамы круглого сечения имеет место:



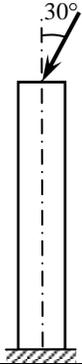
Пояснение к ответу

Под действием силы F участок BC рамы растягивается и изгибается. Следовательно, имеет место деформация изгиба с растяжением.

Варианты ответов:

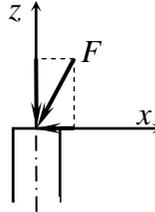
1. прямой изгиб
2. косой изгиб
3. изгиб с растяжением
4. изгиб с кручением
5. изгиб и сжатие

Горизонтальный брусок испытывает



Пояснение к ответу

Раскладываем силу F на составляющие , .



Варианты ответов:

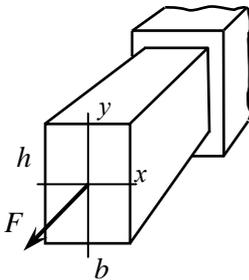
1. изгиб
2. растяжение
3. изгиб с растяжением
4. изгиб и сжатие

Сила сжимает брусок, сила - изгибает. Следовательно, имеет место деформация изгиба со сжатием.

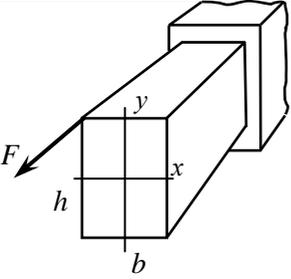
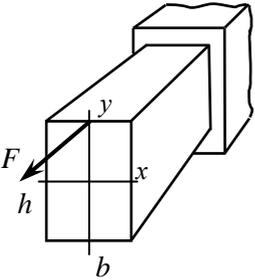
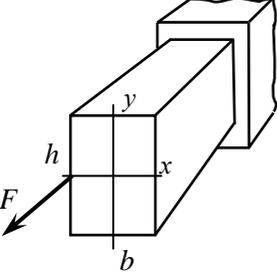
69. Отметьте формулы для определения максимальных напряжений теми же цифрами, что и соответствующие им схемы.

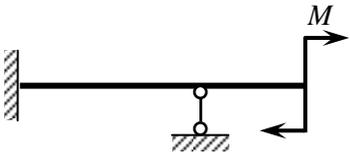
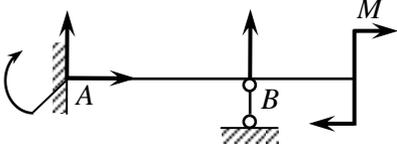
Варианты ответов:

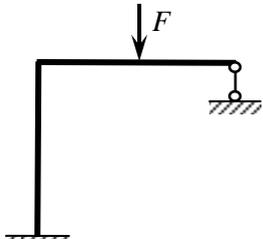
1)



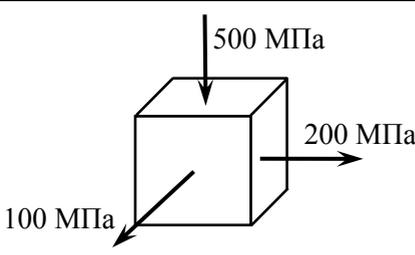
$$\frac{F}{A}$$

<p>2)</p> 	$\frac{F}{A} + \frac{Fh}{2W_x} + \frac{Fb}{2W_y}$
<p>3)</p> 	$\frac{F}{A} + \frac{Fh}{2W_x}$
<p>4)</p> 	$\frac{F}{A} + \frac{Fb}{2W_x}$
<p>Пояснение к ответу</p> <p>1) Имеет место деформация растяжения — .</p> <p>2) Имеет место деформация растяжения и изгиба в двух плоскостях: — — —.</p> <p>3) Имеет место деформация растяжения и изгиба в плоскости y. Возникает изгибающий момент . — —.</p> <p>4) Имеет место деформация растяжения и изгиба в плоскости x. — —.</p> <p>70. Указанная система является</p>	

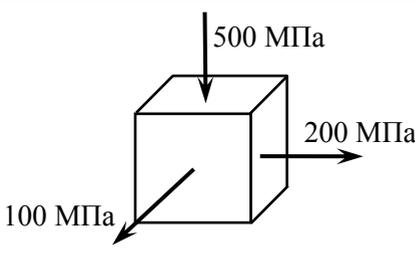
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Система содержит четыре неизвестных реакции</p> 
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> статически определимой <input type="checkbox"/> три раза статически неопределимой <input type="checkbox"/> два раза статически неопределимой <input checked="" type="checkbox"/> один раз статически неопределимой 	<p>Можно записать три уравнения равновесия. Следовательно, задача один раз статически неопределима ($4-3=1$).</p>

<p>71. Изображенная плоская рама является ...</p>	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Аналогично задаче 70.</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> один раз статически неопределимой <input type="checkbox"/> два раза статически неопределимой <input type="checkbox"/> три раза статически неопределимой <input type="checkbox"/> статически определимой 	

8. Напряженно-деформированное состояния

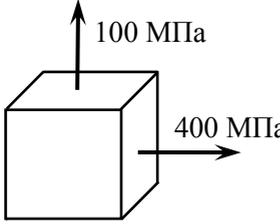
72. Максимальное касательное напряжение равно ... МПа.	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Максимальное касательное напряжение определяется по формуле _____, где _____ - главные напряжения;</p> <p>Поэтому _____,</p>

Правильный вариант ответа: 350;

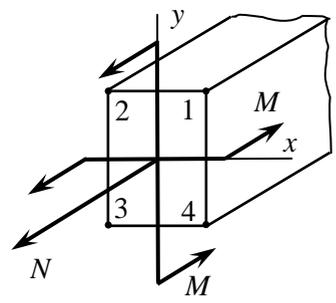
73. Наибольшее главное напряжение равно ... МПа.	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Для главных напряжений выполняется условие _____</p> <p>Напряжения при растяжении считаются положительными, при сжатии – отрицательная. Поэтому _____</p>

Правильный вариант ответа: 200.

74. В точке тела известны главные напряжения, показанные на рисунке. Максимальные касательные напряжения равны ... МПа.

	<p>Пояснение к ответу</p> <p>(см. задачу 70).</p> <p>_____</p>
---	---

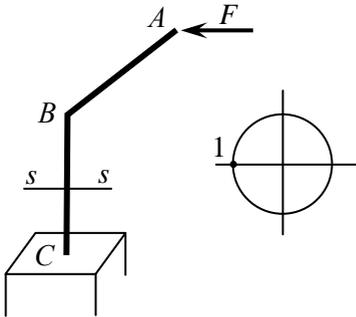
Правильный вариант ответа: 200;

<p>75. Если в сечении бруса действуют внутренние силовые факторы M_x, M_y, N, то максимальные нормальные напряжения возникают в точке ... сечения</p>	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Напряжение в любой точке определяется по формуле _____, где</p> <ul style="list-style-type: none"> - напряжение от силы N, - напряжение от изгибающего момента _____, - напряжение от _____. Напряжение _____ во всех точках положительное и одинаковое.

Правильный вариант ответа: 2;

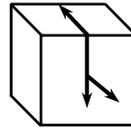
<p>77. Сила F действует перпендикулярно плоскости рамы. В точке 1</p>

сечения $S-S$ возникает:



Пояснение к ответу

В сечении s возникает деформация изгиба с кручением. Если в окрестности точки 1 выделить элементарный параллелепипед, то на его грани, совпадающей с поперечным сечением s будут действовать нормальные напряжения от изгибающего момента M и касательные напряжения от крутящего момента T .

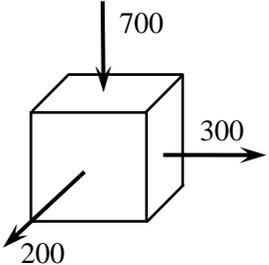
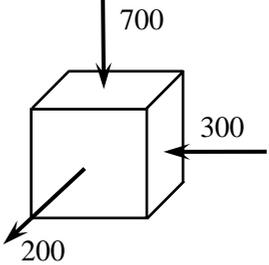
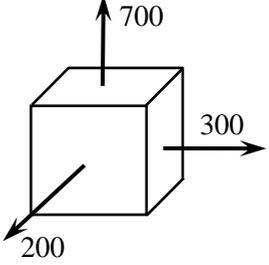


Напряжение от поперечной силы Q равно нулю. Получается, что две грани свободны от напряжений.

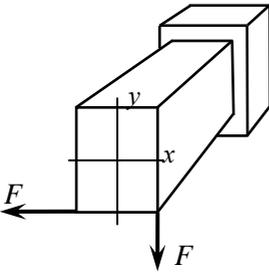
Варианты ответов:

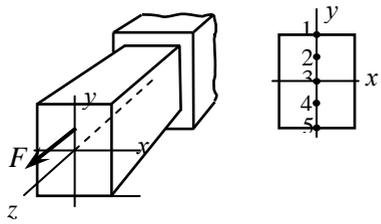
1. линейное напряженное состояние
2. плоское напряженное состояние
3. объемное напряженное состояние

78. Отметьте значения эквивалентных напряжений по 3-й теории прочности теми же цифрами, что и соответствующие им схемы напряженных состояний..

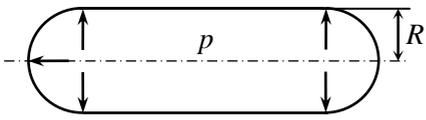
1). 1000 МПа	
2). 900 МПа	
3). 500 МПа	
<p>Пояснение к ответу</p> <p>Эквивалентное напряжение по третьей теории прочности определяется по формуле $\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$. Для главных напряжений выполняется условие $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.</p> <p>1). $\sigma_1 = 700$ МПа ; $\sigma_2 = 300$ МПа ; $\sigma_3 = 200$ МПа ;</p> <p>2). $\sigma_1 = 700$ МПа ; $\sigma_2 = 300$ МПа ; $\sigma_3 = 200$ МПа ;</p> <p>3). $\sigma_1 = 700$ МПа ; $\sigma_2 = 300$ МПа ; $\sigma_3 = 200$ МПа ;</p>	

79. Брус испытывает ...

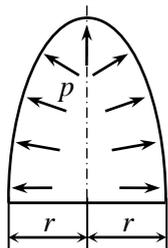
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Если силы перенести в начало системы координат, то добавляются моменты, которые закручивают стержень. Сами эти силы изгибают стержень в двух плоскостях, то есть создают косой изгиб.</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> кручение <input type="checkbox"/> прямой изгиб <input type="checkbox"/> косой изгиб <input checked="" type="checkbox"/> косой изгиб с кручением <input type="checkbox"/> прямой изгиб с кручением 	

<p>80. Брус нагружен силой F, действующей в плоскости симметрии параллельно оси бруса. Наибольшие по величине напряжения, возникающие в поперечном сечении, имеют место в точке ...</p>	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Имеет место внецентренное растяжения. По свойству нулевой линии она находится с другой стороны от начала системы координат по отношению к полюсу (точка приложения силы F). Наибольшие напряжения действуют в точках наиболее удаленных от нулевой линии, то есть в точке 1.</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4 <input type="checkbox"/> 5 	

81. В цилиндрическом сосуде (с толщиной стенки h), находящемся под внутренним давлением p , эквивалентные напряжения по теории

<p>наибольших касательных напряжений определяются по формуле ...</p>	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Эквивалентные напряжения определяются по формуле $\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_{\text{ра}}^2 + 3\tau_{\text{кас}}^2}$, где из уравнения Эйлера для данной задачи $\sigma_{\text{ра}} = \frac{pR^2}{r^2}$, $\tau_{\text{кас}} = \frac{pr}{2}$.</p> <p>Следовательно, $\sigma_{\text{экв}} = \frac{pR}{h}$.</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\frac{pR}{h}$ 2. $\frac{pR}{2h}$ 3. $\frac{2pR}{h}$ 4. p 	

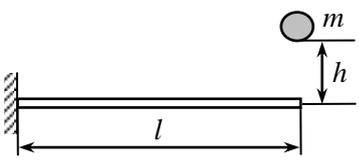
Правильные варианты ответа: 1; №1; один;

<p>82. Проекция равнодействующей сил давления на ось симметрии тонкостенной оболочки (с толщиной стенки h) определяется по формуле ...</p>	
	<p>Пояснение к ответу</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <input checked="" type="checkbox"/> $p\pi r^2$ 2. <input type="checkbox"/> $\frac{p\pi r^2}{4}$ 3. <input type="checkbox"/> $\frac{pR}{2h}$ 	

4. <input type="checkbox"/> $\frac{pR}{h}$	
--	--

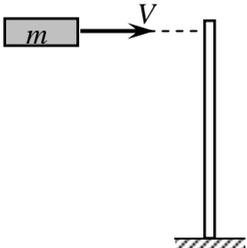
10. Динамическое действие нагрузок

10.1. Ударные и инерционные нагрузки

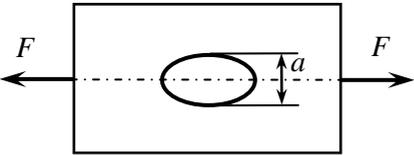
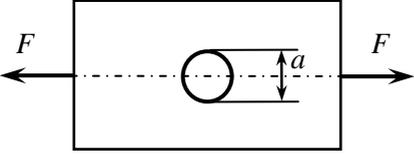
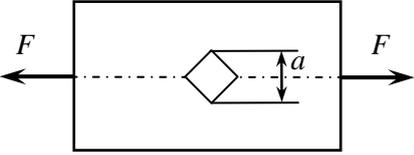
18. Напряжение при ударе в балках с одинаковыми размерами, но из разных материалов, будет больше для балки с модулем Юнга	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Напряжение при ударе определяется по формуле $\sigma = k \cdot \delta_{ст} \cdot \beta$, где $\sigma_{ст}$ – статическое напряжение, β – коэффициент динамичности.</p> <p>Коэффициент динамичности $\beta = 1 + \frac{v}{g}$, где v – скорость массы при ударе, g – ускорение свободного падения, $\delta_{ст}$ – статический прогиб точки удара, который обратно пропорционален модулю Юнга E. Следовательно, β – прямо пропорционален E. Поэтому, чем больше E, тем больше β.</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <input checked="" type="checkbox"/> $E = 200 \text{ ГПа}$ 2. <input type="checkbox"/> $E = 150 \text{ ГПа}$ 3. <input type="checkbox"/> $E = 100 \text{ ГПа}$ 4. <input type="checkbox"/> $E = 50 \text{ ГПа}$ 	

19. Напряжение при ударе в брусках, отличающихся только размером, будет больше для бруса с длиной...

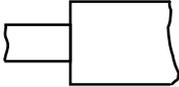
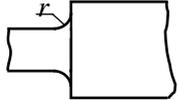
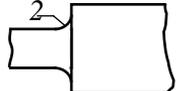
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Коэффициент динамичности μ —, где μ — статическое сжатие, которое прямо пропорционально длине L ($\mu \propto L$). Следовательно, μ — обратно пропорционально L, т.е. чем меньше L, тем больше напряжение.</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> $L = 0,5м$ <input type="checkbox"/> $L = 0,6м$ <input type="checkbox"/> $L = 0,7м$ <input type="checkbox"/> $L = 0,8м$ 	

<p>20. Для двух балок, отличающихся только материалом ($E1 > E2$), наибольшие нормальные напряжения при упругом горизонтальном ударе:</p>	
	<p>Пояснение к ответу</p> <p>Чем больше E, тем больше напряжение (см. задачу 18)</p>
<p>Варианты ответов:</p> <ol style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> одинаковые <input checked="" type="checkbox"/> больше в балке 1 <input type="checkbox"/> больше в балке 2 	

21. Расположите элементы в порядке увеличения теоретического коэффициента концентрации

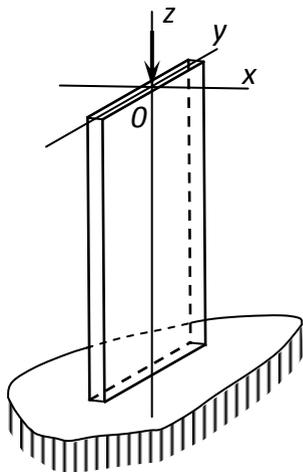
Варианты ответов:	Пояснение к ответу
<p>1.</p> 	<p>Чем меньше размер отверстия в направлении действующей силы, тем больше коэффициент концентрации напряжений.</p>
<p>2.</p> 	
<p>3.</p> 	

22. Расположите детали, отличающиеся только конструкцией перехода между участками, в порядке увеличения предела выносливости детали.

Варианты ответов:	Пояснение к ответу
<p>1.</p> 	<p>Чем больше радиус закругления в угловых точках, тем меньше коэффициент концентрации напряжений, тем выше предел выносливости.</p>
<p>2.</p> 	
<p>3.</p> 	

11. Устойчивость сжатых стержней

23. При сжатии потеря устойчивости стержня происходит в плоскости...



Пояснение к ответу

Потеря устойчивости происходит в плоскости наименьшей жесткости, т.е. там где меньше размер поперечного сечения.

Варианты ответов:

1. Oxy
2. Oxz
3. Oyz

24. Отметьте правильный ответ

Для сжатых стержней с одинаковыми геометрическими размерами и условиями закрепления, но изготовленных из различных материалов, наибольшее значение критической силы получится для стержня из

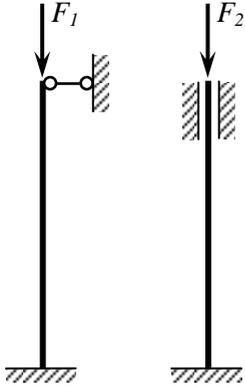
Варианты ответов:

1. алюминиевого сплава
2. титанового сплава
3. стали
4. дерева

Пояснение к ответу

Критическая сила прямо пропорциональна модулю упругости материала (см. формулу Эйлера).

25. При условии применимости формулы Эйлера отношение значений критических сил $F_{кр1} / F_{кр2}$ равно ...
(материал и размеры стержней одинаковые).



Пояснение к ответу

Критические силы определяются по формуле Эйлера

_____, _____, где _____ ; _____ .

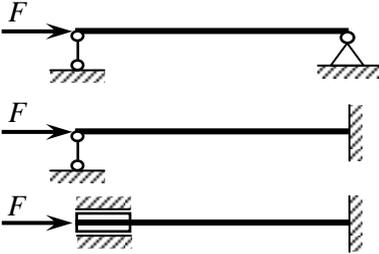
Подставляя,

_____ - _____ - _____ - _____ .

Варианты ответов:

1. 1
2. 1/2
3. 4
4. 2
5. 1/16

26. Стержни с одинаковыми размерами, но разными условиями закрепления, подвергаются осевому сжатию. При условии применимости формулы Эйлера укажите порядок потери устойчивости стержней в процессе увеличения силы F .



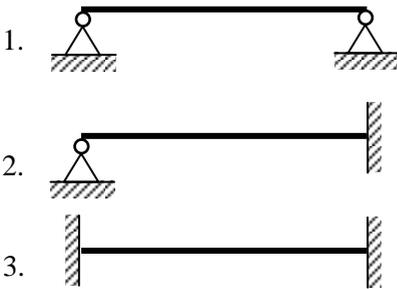
Пояснение к ответу

Из формулы Эйлера критическая сила обратно пропорциональна коэффициенту приведенной длины μ , зависящей от вида закрепления. Для приведенных рисунков: ; ; .

Варианты ответов:

1. 1,2,3
2. 2,1,3
3. 3,2,1
4. 2,3,1

27. Установите порядок потери устойчивости стержней в процессе повышения температуры:



Пояснение к ответу

Так как концы стержней не могут перемещаться, то в процессе нагрева во всех этих стержнях возникнут одинаковые сжимающие силы при одинаковой температуре. Поэтому температура, при которой произойдет потеря устойчивости будет зависеть от μ , как и в предыдущей задаче.

17. Тестовые задания для СРС

1. Внутренние силы и напряжения

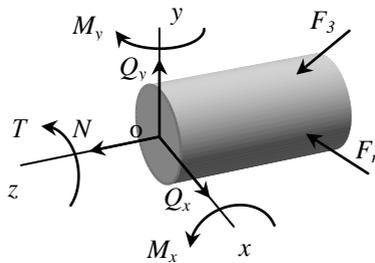
Задание 1.1

Нормальное напряжение в точке сечения – это ...

1. проекция вектора касательного напряжения в точке на нормаль к сечению
2. проекция вектора полного напряжения в точке на плоскость сечения
3. геометрическая сумма векторов полного и касательного напряжений в точке
4. проекция вектора полного напряжения в точке на нормаль к сечению

Задание 1.2

Интегральная связь между изгибающим моментом M_y нормальными напряжениями имеет вид $M_y =$



- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

Задание 1.3

Полное напряжение в точке определяется по формуле $p =$

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____

Задание 1.4

Внутренними силовыми факторами называются ...

1. проекции внешних сил отсеченной части на главные центральные оси сечения
2. главный вектор и главный момент всех внутренних сил в сечении
3. момент внешних сил отсеченной части относительно главных центральных осей сечения
4. проекции главного вектора и главного момента внутренних сил на координатные оси x , y , z , одна из которых перпендикулярна к плоскости сечения, а две другие лежат в этой плоскости (начало координат располагается в центре тяжести сечения)

Задание 1.5

Для определения внутренних силовых факторов, действующих в сечении тела, используется ...

1. метод сил
2. метод сечений
3. принцип независимости действия сил
4. гипотеза плоских сечений

Задание 1.6

Касательным напряжением в точке сечения называется ...

1. проекция вектора нормального напряжения в точке на направление вектора полного напряжения в данной точке
2. проекция вектора полного напряжения в точке на нормаль к сечению
3. геометрическая сумма векторов полного и нормального напряжений в точке
4. ортогональная проекция вектора полного напряжения на плоскость сечения

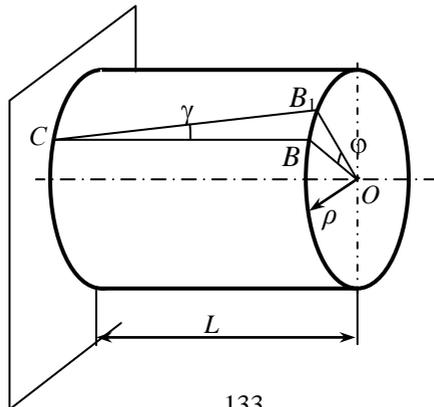
2. Перемещения и деформации

Задание 2.1

Полным перемещением точки деформируемого тела называется отрезок ...

1. имеющий начало в точке недеформированного тела, а конец в той же точке деформированного тела
2. соединяющий две точки деформированного тела
3. соединяющий две точки недеформированного тела
4. имеющий начало в точке недеформированного тела, а конец в той же точке тела после деформирования

Задание 2.2



Величина φ является ...

1. углом сдвига вала
2. углом поворота точки B
3. угловым перемещением центра тяжести поперечного сечения O
4. угловым перемещением поперечного сечения стержня

Задание 2.4

Абсолютная линейная деформация измеряется в ...

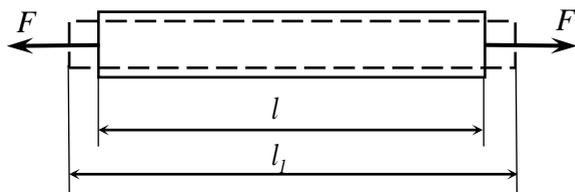
- 1.
2. Безразмерная величина
3. м
- 4.

Задание 2.5

Линейная деформация – это ...

1. среднее перемещение в точке
2. полное перемещение точки
3. количественная мера изменения линейных размеров в точке

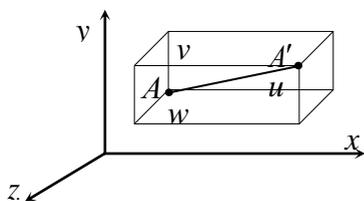
Задание 2.6



Стержень длиной l удлинился до l_1 . Величина _____ называется _____
 ется ...

1. напряжением
2. относительным удлинением
3. абсолютным укорочением
4. абсолютным удлинением

Задание 2.7



Если известны перемещения точки A равны u, v, w , то полное перемещение определяется по формуле...

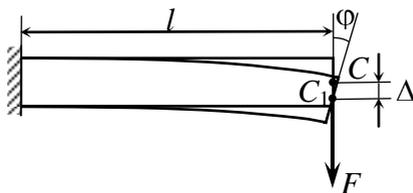
1. _____
2. _____
3. _____
4. _____

Задание 2.8

Угловая деформация – это ...

1. угол поворота прямого отрезка малой длины в пространстве
2. изменение угла между двумя взаимно перпендикулярными до деформации малыми отрезками, проходящими через данную точку.
3. сумма углов поворота прямого отрезка малой длины в координатных плоскостях xOy, yOz, zOx .
4. угол поворота тела в пространстве как жесткого целого

Задание 2.9



Величина является ...

1. угловым перемещением поперечного сечения при плоском изгибе
2. линейным перемещением поперечного сечения при плоском изгибе
3. углом поворота стержня
4. углом поворота поперечного сечения вокруг оси стержня

3. Основные понятия, определения, допущения и принципы

Задание 3.1

Свойство материала тела восстанавливать свою первоначальную форму и размеры после снятия нагрузки называется...

1. однородностью
2. твердостью
3. упругостью
4. изотропностью

Задание 3.2

Сопротивление материалов – это наука о _____ элементов конструкций.

1. прочности, жесткости и однородности
2. прочности, жесткости и устойчивости
3. жесткости, устойчивости и пластичности
4. прочности, устойчивости и сплошности

Задание 3.3

Если свойства материала в точке не зависят от направления, то такой материал называется...

1. однородным
2. анизотропным
3. идеально упругим
4. изотропным

Задание 3.4

Напряжения и перемещения в сечениях, удаленных от места приложения внешней нагрузки не зависят от способа ее приложения. Данное утверждение называется ...

1. принципом Сен-Венана
2. гипотезой плоских сечений
3. принципом начальных размеров
4. принципом независимости действия сил

Задание 3.5

Объемные силы имеют размерность ...

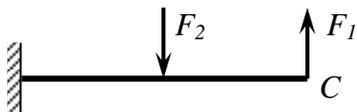
- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

Задание 3.6

Напряжение – это интенсивность внутренней силы,...

1. приложенная к каждой единице площади поверхности тела
2. приложенная к каждой единице объема тела
3. приходящаяся на единицу площади сечения
4. приложенная к точке поверхности тела

Задание 3.7



На основании принципа _____ прогиб любой точки балки равен сумме прогибов, вызванных силами F_1 и F_2 , приложенными по отдельности.

1. Сен-Венана
2. малых перемещений
3. возможных перемещений
4. независимости действия сил (принципа суперпозиции)

Задание 3.8

Свойство материала сопротивляться деформированию называется ...

1. жесткостью
2. упругостью
3. пластичностью
4. твердостью

Задание 3.9

Способность материала сопротивляться разрушению под действием внешних нагрузок называется...

1. изотропностью
2. твердостью
3. упругостью
4. прочностью

Задание 3.10

Способность элементов конструкции сопротивляться изменению формы называется ...

1. упругостью
2. жесткостью
3. устойчивостью
4. твердостью

4. Модели материала

Задание 4.1

В сопротивлении материалов все тела считаются

1. вязко-упругими
2. абсолютно твердыми
3. абсолютно упругими
4. упруго-вязко-пластичными

Задание 4.2

Тело, все размеры которого примерно равны, называется ...

1. массивом
2. пластиной
3. оболочкой
4. стержнем

Задание 4.3

Если свойства материала в точке не зависят от направления, то такой материал называется ...

1. идеально упругим
2. анизотропным
3. изотропным
4. однородным

Задание 4.4

Способность элементов конструкции сохранять начальную форму называется ...

1. упругостью
2. жесткостью
3. устойчивостью
4. твердостью

Задание 4.5

На основании гипотезы _____ материал полностью заполняет объем тела, не имеет пустот и дефектов.

1. абсолютной упругости
2. однородности
3. изотропности
4. сплошности

Задание 4.6

Нагрузка, медленно растущая во времени, называется _____.

1. статической
2. динамической
3. ударной
4. повторно-переменной

Задание 4.9

Расчетная схема – это ...

1. математическая модель задачи
2. объект, учитывающий влияние внешней нагрузки
3. реальный объект, освобожденный от особенностей, несущественных при решении данной задачи
4. абсолютно твердое тело

Задание 4.10

Тело, один размер которого намного меньше двух других, называется ...

1. массивом
2. пластиной
3. оболочкой
4. стержнем

5. Испытание конструкционных материалов на растяжение и сжатие

Задание 5.1

Для расчета на прочность детали, изготовленной из пластичного материала достаточно определить характеристики прочности при испытании ...

1. на растяжение, кручение и сжатие
2. на сжатие
3. на растяжение
4. на кручение

Задание 5.2

После разрушения образца при испытании на растяжение ($d_0 = 10$ мм, $l_0 = 100$ мм) его длина стала равна 125 мм, а диаметр шейки 4 мм. Относительное остаточное удлинение равно _____ %.

1. 100
2. 25
3. 84
4. 50

Задание 5.3

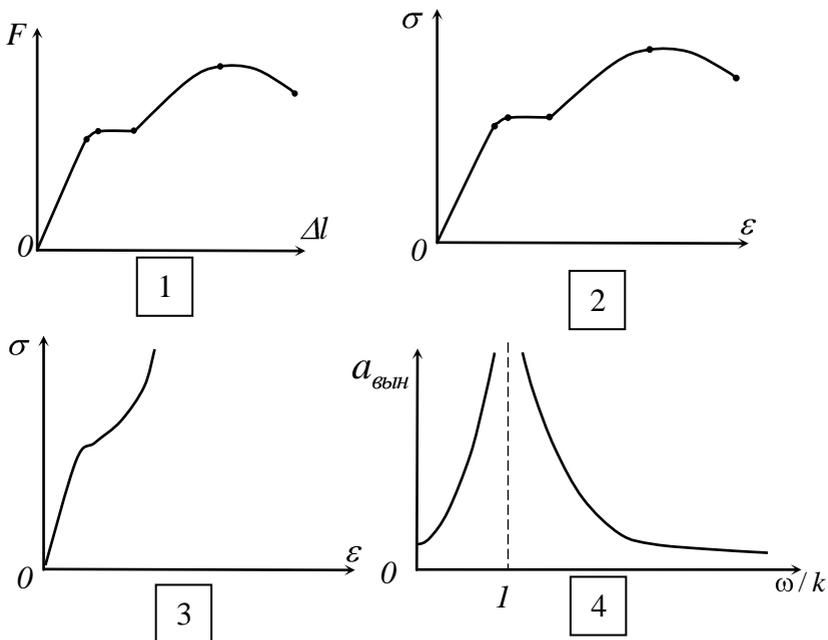
Основными видами испытаний материалов являются испытания на

1. изгиб и кручение
2. растяжение и сжатие

3. усталость и ударную вязкость
4. на ползучесть и длительную прочность

Задание 5.4

Условная диаграмма растяжения образца из пластичного материала показана на рисунке ...



Задание 5.5

Если растягиваемый образец разрушается при остаточной деформации, меньшей 5%, то материал образца ...

1. вязкий
2. пластичный

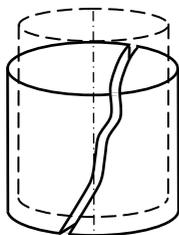
3. хрупкий
4. анизотропный

Задание 5.8

Металлический образец, предназначенный для испытаний на сжатие, имеет форму короткого цилиндра, для того чтобы ...

1. уменьшить влияние сил трения между поверхностями образца и поверхностями плит испытательной машины
2. он не разрушился
3. он не изогнулся в процессе испытаний
4. он разрушился

Задание 5.6

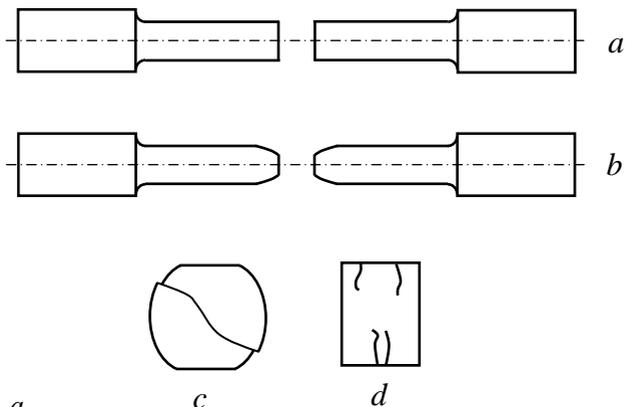


Материал образца, вид которого после испытания на сжатие показан на рисунке сплошными линиями, ...

1. пластичный
2. хрупкий
3. упругий
4. изотропный

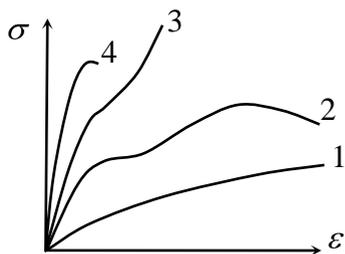
Задание 5.7

Характер разрушения образца из пластичного материала при растяжении показан на рисунке ...



1. *a*
2. *b*
3. *c*
4. *d*

Задание 5.9



Диаграммой испытания хрупкого материала при сжатии является диаграмма ...

1. 2
2. 4
3. 1
4. 3

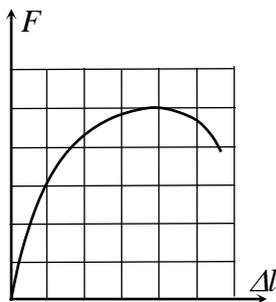
6. Механические свойства и механические характеристики материалов

Задание 6.1

Максимальное напряжение в детали Известны механические характеристики материала детали: предел текучести на растяжение и сжатие, предел прочности, Фактический коэффициент запаса прочности равен ...

1. 5,0
2. 2,5
3. 2,7
4. 3,0

Задание 6.2



На рисунке показана диаграмма растяжения образца диаметром 10 мм. Масштаб нагрузки – 1 деление – 5 кН. Предел прочности материала равен ___ МПа.

1. 112

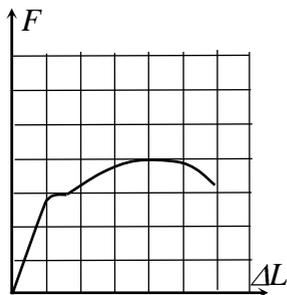
2. 500
3. 318
4. 268

Задание 6.3

Конструкционные материалы делятся на хрупкие и пластичные в зависимости от величины _____ при разрыве.

1. предела прочности
2. предела текучести
3. относительного остаточного удлинения
4. удлинения

Задание 6.4



На рисунке показана диаграмма растяжения стального образца диаметром 10 мм. Максимальная сила – 40 кН. Предел текучести материала ____ МПа.

1. 382
2. 536
3. 268
4. 179

Задание 6.5

Способность материала восстанавливать свою первоначальную форму и размеры после снятия нагрузки называется ...

1. хрупкостью
2. пластичностью
3. упругостью
4. твердостью

Задание 6.6

Абсолютная величина отношения поперечной деформации к продольной деформации называется ...

1. теоретическим коэффициентом концентрации напряжений
2. коэффициентом Пуассона (коэффициентом поперечной деформации)
3. градиентом напряжений в месте концентрации
4. концентрацией напряжений

Задание 6.7

Способность материала сопротивляться разрушению при действии на него внешней нагрузки называется ...

1. твердостью
2. прочностью
3. пластичностью
4. упругостью

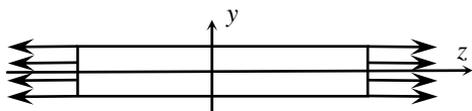
Задание 6.8

Наклеп ...

1. повышает предел пропорциональности
2. повышает однородность материала
3. повышает прочность материала
4. повышает пластичность материала

7. Продольная сила. Напряжения и деформации

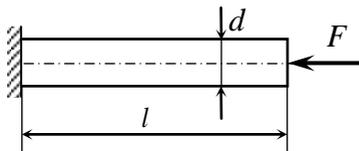
Задание 7.1



Связь между продольной деформацией и нормальными напряжениями в поперечном сечении при растяжении имеет вид ...

1. $\sigma = E \epsilon$,
2. $\epsilon = E \sigma$,
3. $\sigma = -E \epsilon$,
4. $\epsilon = -E \sigma$.

Задание 7.2



Для стержня круглого поперечного сечения диаметром d , абсолютная деформация равна _____. Модуль упругости материала E задан.

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

Задание 7.3

Продольная сила есть равнодействующая ...

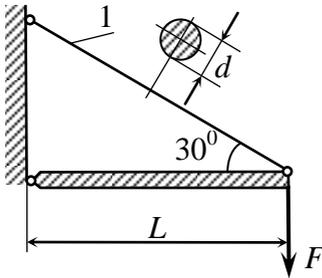
1. всех внешних сил, приложенных к стержню
2. внешних сил, приложенных к отсеченной части стержня
3. нормальных напряжений и внешних сил, приложенных к отсеченной части стержня
4. нормальных напряжений в поперечном сечении стержня

Задание 7.4

Вдали от мест нагружения характер распределения нормальных напряжений по площади поперечного сечения при растяжении – сжатии зависит от ...

1. способа приложения внешних сил
2. статического эквивалента внешней нагрузки
3. величины и способа приложения внешних сил
4. формы поперечного сечения

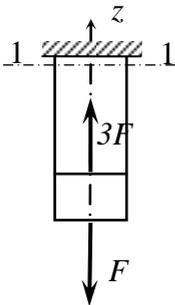
Задание 7.5



Абсолютно жесткий элемент (заштрихованный) поддерживается упругим стержнем 1. Сила F длина L диаметр d и модуль упругости материала стержня E известны. Линейная продольная деформация стержня 1 равна ...

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

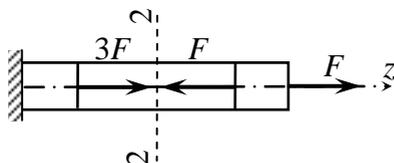
Задание 7.6



Стержень круглого поперечного сечения диаметром d нагружен продольными силами. Нормальные напряжения в сечении 1–1 равны ...

1. —,
2. —,
3. —,
4. .

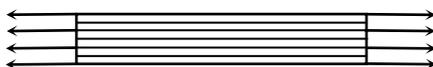
Задание 7.7



Для стержня, нагруженного силами продольная сила N в сечении 2-2 ...

1. сжимающая и равна $(-F)$
2. растягивающая и равна F
3. равна нулю
4. сжимающая и равна $(-3F)$

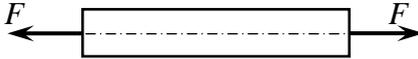
Задание 7.8



Между продольными слоями материала растянутого стержня ...

1. действуют касательные напряжения
2. действуют нормальные напряжения
3. отсутствуют нормальные и касательные напряжения
4. действуют нормальные и касательные напряжения

Задание 7.9

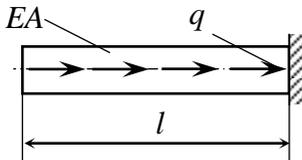


Равномерное распределение нормальных напряжений в поперечном сечении растянутого силами стержня является следствием ...

1. гипотезы плоских сечений (гипотезы Бернулли)
2. гипотезы однородности материала
3. принципа суперпозиции
4. гипотезы сплошной среды

8. Расчеты стержней на прочность и жесткость

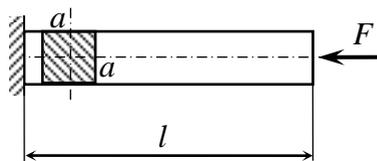
Задание 8.1



Стержень нагружен равномерно распределенной нагрузкой q , величины l , E , q известны. — допускаемое перемещение левого поперечного сечения стержня задано. Минимально допустимая площадь поперечного сечения при этом равна ...

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

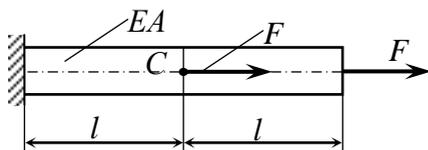
Задание 8.2



Стержень с квадратным поперечным сечением $a=20$ см нагружен силой F . Модуль упругости материала $E=2 \cdot 10^5$ МПа. Допускаемое напряжение Допустимое перемещение верхнего сечения Максимально допустимое значение силы F равно _____ МН.

1. 2,4
2. 4,1
3. 0,8
4. 4,8

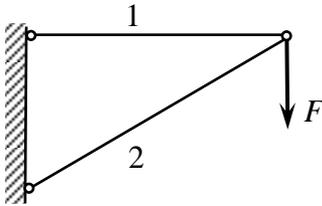
Задание 8.3



Для растянутого стержня, при известных F, E, A, l и – допустимом перемещении сечения C , максимально допустимое значение силы F равно ...

1. _____,
2. _____,
3. _____,
4. _____.

Задание 8.4



Стержни 1 и 2 изготовлены из хрупкого материала. Условие прочности по допускаемым напряжениям в общем виде имеет вид ...

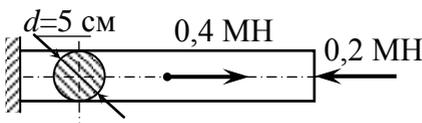
1. $\sigma_1 \leq [\sigma]$, $\sigma_2 \leq [\sigma]$,
2. $\sigma_1 \leq [\sigma]$, $\sigma_2 \leq [\sigma] \sqrt{2}$,
3. $\sigma_1 \leq [\sigma]$, $\sigma_2 \leq [\sigma] \sqrt{2}$,
4. $\sigma_1 \leq [\sigma]$, $\sigma_2 \leq [\sigma]$.

Задание 8.5

Стержень квадратного сечения растянут силами F . Если стороны квадрата увеличить в 2 раза, то абсолютное удлинение стержня ...

1. уменьшится в 4 раза
2. увеличится в 4 раза
3. уменьшится в 2 раза
4. увеличится в 2 раза

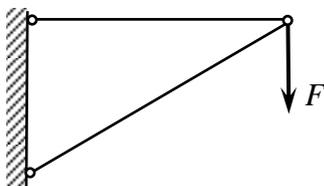
Задание 8.6



Фактический коэффициент запаса прочности стержня равен двум. Предел текучести материала должен быть равен _____ МПа.

1. 150,1
2. 203,8
3. 407,6
4. 51,2

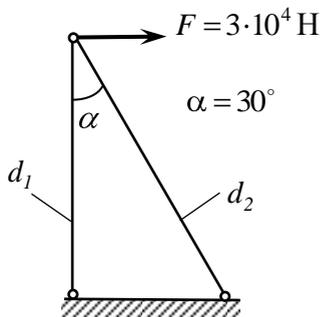
Задание 8.7



Условие прочности стержневой системы, изготовленной из пластичного материала, из расчета по допускаемым напряжениям, имеет вид ...

1. $\sigma_1 < [\sigma]$, $\sigma_2 < [\sigma]$
2. $\sigma_1 < [\sigma]$, $\sigma_2 < [\sigma] \cdot \sqrt{2}$
3. $\sigma_1 < [\sigma]$, $\sigma_2 < [\sigma] \cdot \sqrt{3}$
4. $\sigma_1 < [\sigma]$, $\sigma_2 < [\sigma] \cdot \sqrt{3}$

Задание 8.8

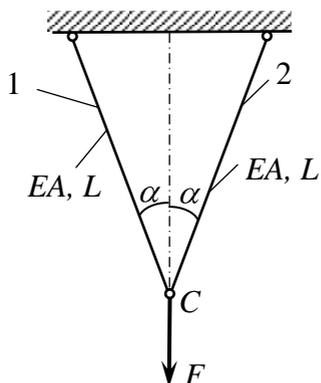


Допускаемое напряжение материала стержней $[\sigma] = 160$ МПа. Диаметры поперечных сечений стержней d_1 и d_2 в мм равны ...

1. 10,17 и 10,93

2. 20,40 и 21,85
3. 11,74 и 16,60
4. 18,08 и 19,37

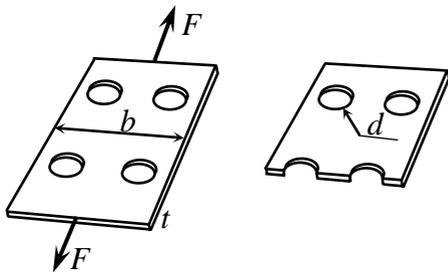
Задание 8.9



Для симметричной стержневой системы при известных величинах F , E , A , L , α и — допустимом перемещении точки C . Максимальное допустимое значение силы F равно ...

1. _____,
2. _____,
3. _____,
4. _____.

Задание 8.10

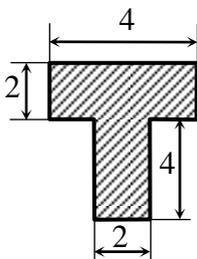


Стальной лист с четырьмя отверстиями диаметром $d = 20$ мм растягивается силами $F = 250$ кН. Ширина листа $b = 200$ мм, допускаемое напряжение _____ . Минимальная допустимая толщина листа t равна _____ мм. Концентрацию напряжений не учитывать.

1. 7,8
2. 13,0
3. 11,0
4. 9,7

9. Геометрические характеристики плоских сечений

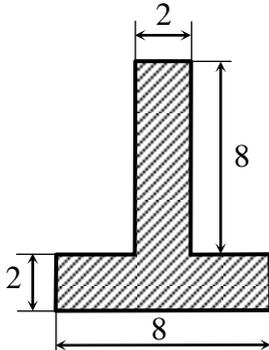
Задание 9.1



Для плоского сечения, показанного на рисунке координаты центра тяжести x_C и y_C равны _____

1. 2, 3,5
2. 2, 4,
3. 4, 3,5,
4. 3,5, 6

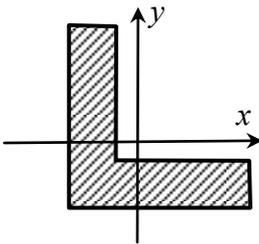
Задание 9.2



Для плоского сечения показанного на рисунке координаты центра тяжести x_C и y_C равны _____

1. 4, 2,5
2. 6, 4,
3. 4, 3,5,
4. 3,5, 6

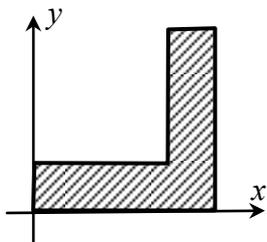
Задание 9.3



Центробежный момент инерции сечения имеет величину _____

1. положительную
2. равную нулю
3. отрицательную

Задание 9.4

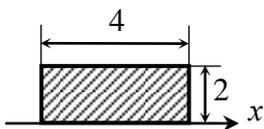


Сравнить величины осевых моментов инерции плоского сечения

...

1. $I_x > I_y$,
2. $I_x < I_y$,
3. $I_x = I_y$,
4. $I_x = 0$.

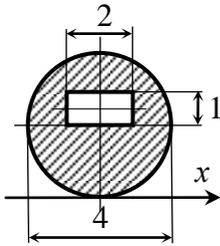
Задание 9.5



Величина осевого момента инерции относительно оси x равен ...

1. $24/3$
2. $32/12$
3. $128/12$
4. $32/3$

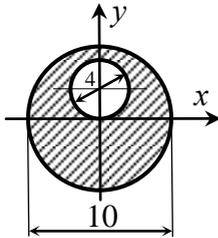
Задание 9.6



Статический момент сечения относительно оси x равен ...

1. 10,56
2. 20,12
3. 14
4. 33,33

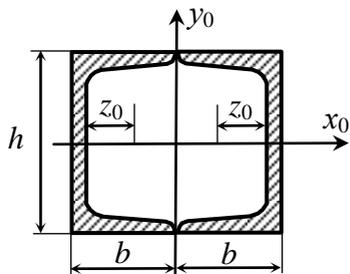
Задание 9.7



Координаты центра тяжести сечения относительно осей x и y

1. 5, -2
2. 5, -0,38
3. 5, 4,68
4. 5, 1

Задание 9.8



$$J_x = 174 \text{ см}^4$$

$$J_y = 20,4 \text{ см}^4$$

$$h = 10 \text{ см}$$

$$b = 4,6 \text{ см}$$

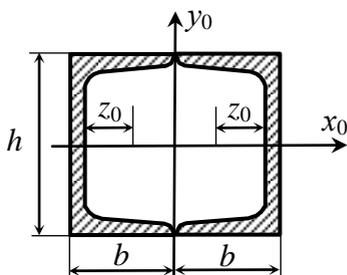
$$z_0 = 1,44 \text{ см}$$

$$A = 10,9 \text{ см}^2$$

Осевой момент инерции сечения относительно оси y равен: ...

1. 40,8
2. 258,48
3. 86
4. 348

Задание 9.9



$$J_x = 174 \text{ см}^4$$

$$J_y = 20,4 \text{ см}^4$$

$$h = 10 \text{ см}$$

$$b = 4,6 \text{ см}$$

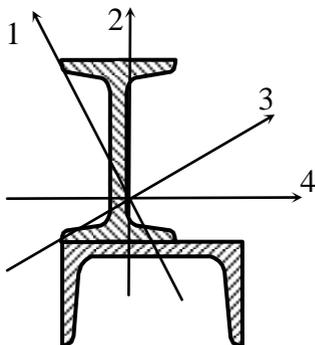
$$z_0 = 1,44 \text{ см}$$

$$A = 10,9 \text{ см}^2$$

Осевой момент инерции сечения относительно оси x равен: ...

1. 40,8
2. 258,48
3. 86
4. 348

Задание 9.10

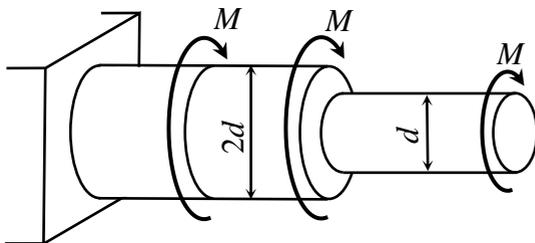


Указать примерное положение главной центральной оси, относительно которой осевой момент инерции максимален

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4

10. Расчет на прочность при кручении

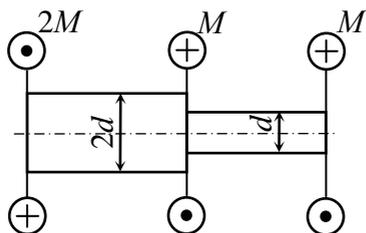
Задание 10.1



Вал нагружен тремя моментами. Величины _____ известны.
Фактический коэффициент запаса прочности равен ...

1. —,
2. —,
3. —
4. —.

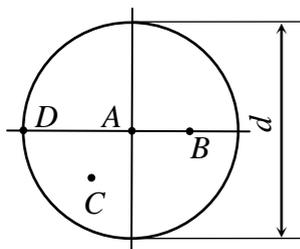
Задание 10.2



Условие прочности по допускаемым напряжениям для ступенчатого вала, изображенного на рисунке, имеет вид _____. Значения M , d и _____ заданы.

1. — ,
2. — ,
3. — ,
4. — .

Задание 10.3



– крутящий момент в поперечном сечении круглого вала диаметром d . Напряжение, равное τ действует в точке ...

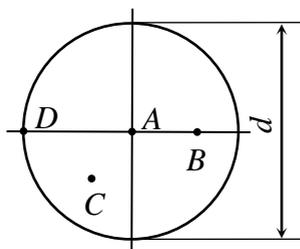
1. D
2. A
3. B
4. C

Задание 10.4

Условие прочности по допускаемым напряжениям при кручении стержня круглого поперечного сечения имеет вид ...

1. $\tau_{max} = \tau_{доп}$,
2. $\tau_{max} = 2\tau_{доп}$,
3. $\tau_{max} = \tau_{доп} \cdot d$,
4. $\tau_{max} = \tau_{доп} \cdot d^2$.

Задание 10.5



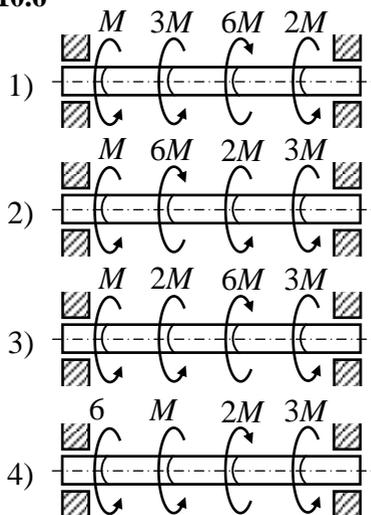
– крутящий момент в поперечном сечении круглого вала диаметром d . Напряжение, равное τ действует в точке ...

1. A
2. D

3. B

4. C

Задание 10.6



Наименьший диаметр вала будет при его нагружении по варианту ...

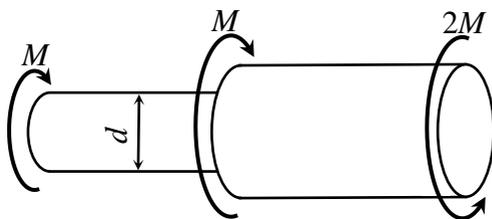
1. 1

2. 4

3. 3

4. 2

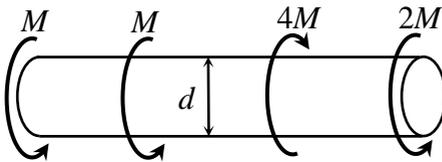
Задание 10.7



Величины. Из условия равнопрочности при заданных M и d диаметр вала D на правом участке равен ...

1. $1,85d$,
2. $3,22d$,
3. $1,26d$,
4. $2,26d$.

Задание 10.8



Из условия прочности, при заданном значении _____, наименьшее допускаемое значение M равно _____. При решении принять

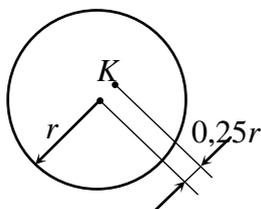
1. _____,
2. _____,
3. _____,
4. _____.

Задание 10.10

Стержень с круглым поперечным сечением, изготовленный из хрупкого материала, работает на кручение. Опасным (предельным) напряжением для стержня является ...

1. предел упругости при чистом сдвиге
2. предел прочности при сжатии
3. предел текучести при чистом сдвиге
4. предел прочности при растяжении

Задание 10.11

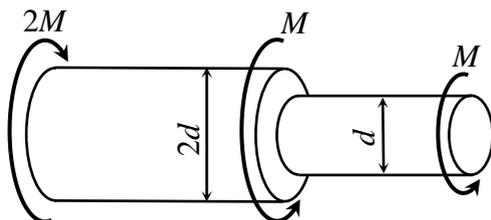


Напряжение в точке K равно 10 МПа . Предел текучести материала вала при сдвиге . Фактический коэффициент запаса прочности для вала равен ...

1. 4
2. 2
3. 12
4. 3

11. Расчет на жесткость при кручении

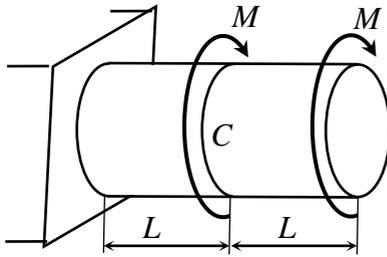
Задание 11.1



Максимальное касательное напряжение в поперечном сечении вала, при заданных d , G , и — допустимый угол закручивания, равно...

1. _____ ,
2. _____ ,
3. _____ ,
4. _____ .

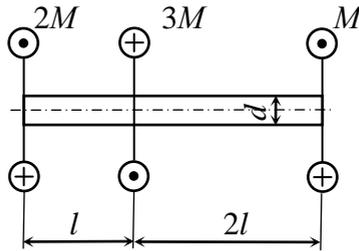
Задание 11.2



Величины _____ - допускаемый угол поворота сечения C заданы. Максимально допустимое значение момента M равно ...

1. _____,
2. _____,
3. _____,
4. _____.

Задание 11.3

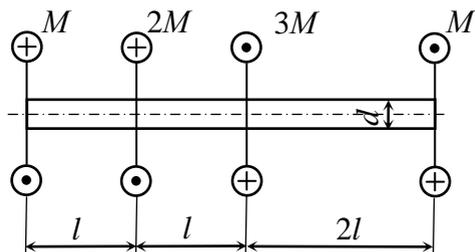


Стержень круглого сечения диаметром d нагружен моментами. Модуль сдвига материала G , длина l , значение момента M заданы. Взаимный угол поворота крайних сечений равен ...

1. —,
2. —,
3. 0,

4. —.

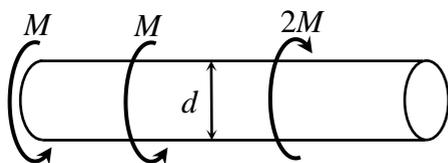
Задание 11.4



Максимальное значение относительного угла закручивания вала диаметра d равно Модуль сдвига материала G , значение момента M , длина l заданы.

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

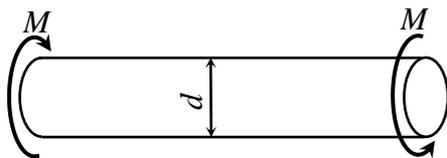
Задание 11.5



Из условия жесткости наименьший допускаемый диаметр вала равен ____ . Модуль сдвига материала стержня G , относительный угол закручивания — заданы. При решении принять

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

Задание 11.6



Из расчета на прочность и жесткость максимально допустимая величина момента M равна _____ кН·м. ($d = 10$ см, $G = 8 \cdot 10^4$ МПа, $\sigma_{\text{доп}} = 50$ МПа, $\varphi_{\text{доп}} = 0,0017$ рад/м.)

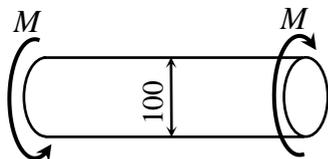
1. 0,8
2. 9,8
3. 5,6
4. 1,3

Задание 11.7

Для круглого вала произведение _____ называется жесткостью ...

1. поперечного сечения на изгиб
2. поперечного сечения на растяжение – сжатие
3. поперечного сечения на кручение
4. стержня на кручение

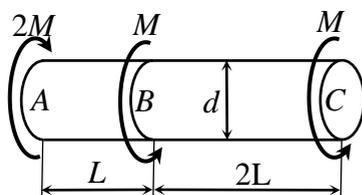
Задание 11.8



По результатам проверочных расчетов вала на жесткость и прочность ($d = 100$ мм, $M = 8$ кН·м, $F = 35$ кН, $\alpha = 0,5$ град/м, $G = 0,8 \cdot 10^{11}$ Па) можно сказать, что ...

1. жесткость обеспечена, а прочность не обеспечена
2. прочность обеспечена, а жесткость не обеспечена
3. прочность и жесткость вала обеспечены
4. жесткость и прочность вала не обеспечены

Задание 11.9



Из расчета на жесткость максимально допустимое значение L равно ... Величины M , G , d , α (допустимый взаимный угол поворота концевых сечений стержня) известны.

1. _____,
2. _____,
3. _____,
4. _____.

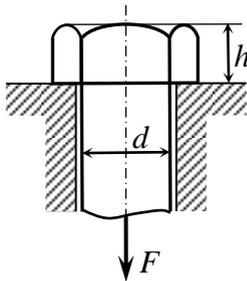
Задание 11.10

Выражение _____ является условием ...

1. жесткости для ступенчатого вала
2. жесткости для вала с неизменным по длине диаметром
3. прочности для вала с неизменным по длине диаметром
4. прочности для ступенчатого вала

12. Чистый сдвиг. Расчет на сдвиг (срез)

Задание 12.1

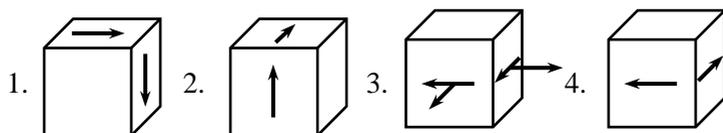


Из расчета на срез минимальный диаметр болта при заданных значениях _____ равен ...

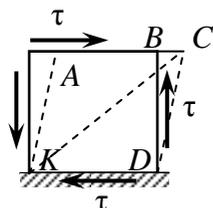
1. _____,
2. _____,
3. _____,
4. _____.

Задание 12.2

Закон парности касательных напряжений при чистом сдвиге показан на рисунке ...



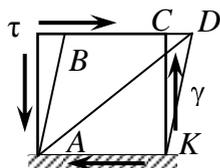
Задание 12.3



Штриховыми линиями показана деформация сдвига. Углом сдвига называется угол $\gamma = \dots$

1. KAB ,
2. BCD ,
3. BDC ,
4. ACK .

Задание 12.4

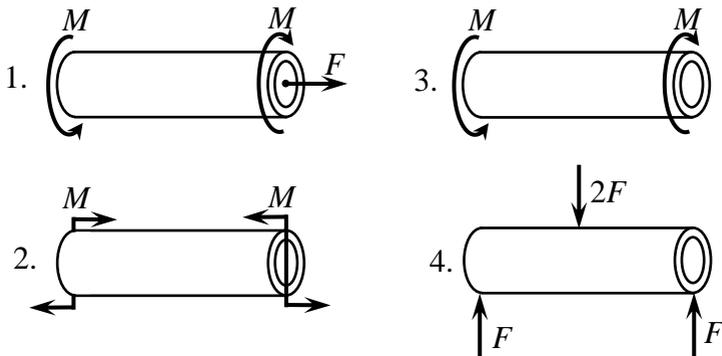


Закон Гука при сдвиге выражает зависимость между ...

1. длиной отрезка CD и углом CKD ,
2. касательным напряжением и углом ABC ,

3. касательным напряжением и углом CKD ,
4. касательным напряжением и длиной отрезка CD .

Задание 12.5

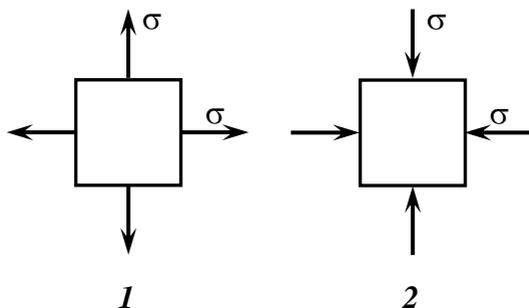


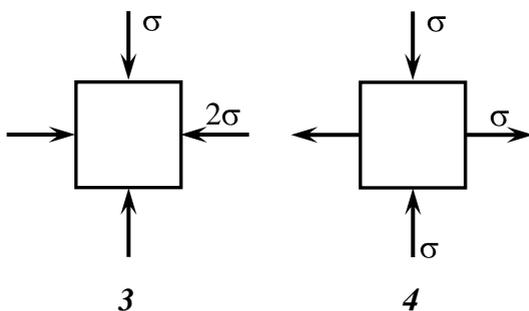
Напряженное состояние «чистый сдвиг» имеет место при нагружении тонкостенной трубки по схеме, показанной на рисунке ...

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4

Задание 12.6

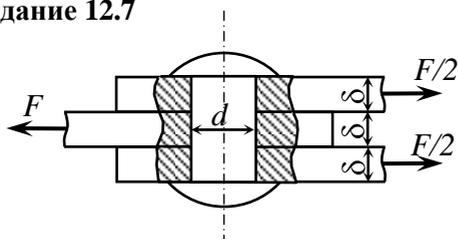
Напряженное состояние «чистый сдвиг» показано на рисунке ...





1. 4
2. 2
3. 1
4. 3

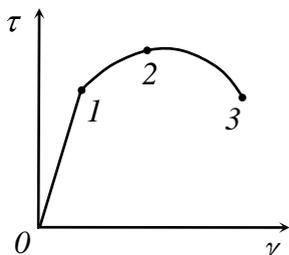
Задание 12.7



Диаметр заклепки из расчета на срез при допускаяемое напряже-
ние на срез для заклепки $[\tau_{ср}]$ равен...

1. _____,
2. _____,
3. _____,
4. _____.

Задание 12.8

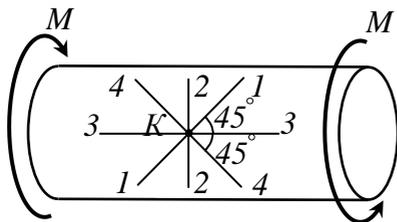


На рисунке показана диаграмма напряжений при чистом сдвиге. Закон Гука выполняется на участке ...

1. 0–2
2. 1–2
3. 0–1
4. 2–3

13. Кручение

Задание 13.1



Для вала, работающего на кручение максимальное растягивающее напряжение в точке K действует в направлении ...

1. 3–3
2. 4–4
3. 1–1
4. 2–2

Задание 13.2

Относительный угол закручивания определяется по формуле...

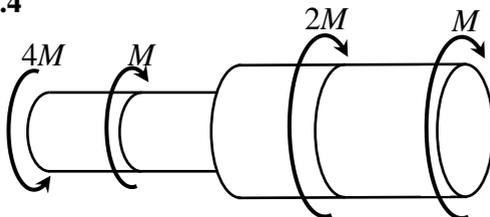
1. —,
2. —,
3. —,
4. — .

Задание 13.3

При кручении стержня круглого поперечного сечения внутренние силы в поперечном сечении приводятся к...

1. силе, перпендикулярной к плоскости сечения и проходящей через его центр тяжести
2. моменту относительно главной центральной оси поперечного сечения
3. силе, совпадающей с главной центральной осью поперечного сечения
4. моменту относительно оси, перпендикулярной к плоскости сечения и проходящей через его центр тяжести

Задание 13.4



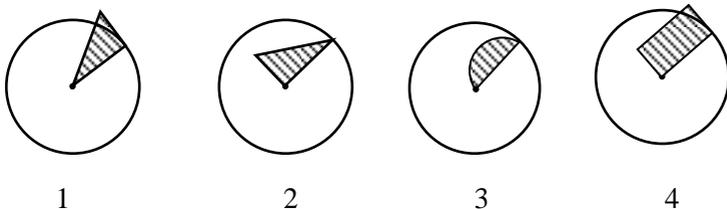
Крутящий момент на среднем участке вала равен...

1. $5M$,
2. $3M$,
3. M ,

4. 0.

Задание 13.5

При кручении стержня круглого поперечного сечения касательные напряжения изменяются вдоль радиуса, как показано на рисунке...

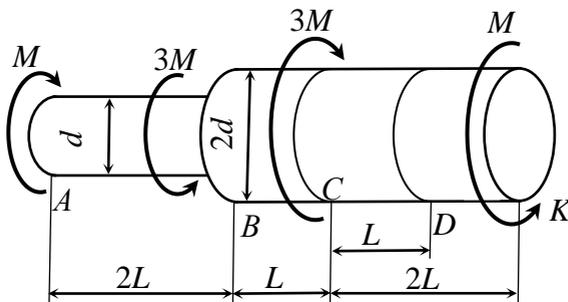


Задание 13.6

При кручении стержня круглого поперечного сечения напряженное состояние материала во всех точках, за исключением точек на оси стержня, – ...

1. одноосное сжатие
2. одноосное растяжение
3. чистый сдвиг
4. объемное

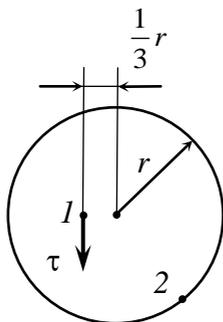
Задание 13.7



На рисунке показан ступенчатый стержень, работающий на кручение. Величины _____ заданы. Взаимный угол поворота поперечных сечений A и D равен...

1. _____,
2. _____,
3. _____,
4. _____.

Задание 13.8



Касательное напряжение в точке 1 поперечного сечения равно _____ тогда касательное напряжение в точке 2 равно _____ МПа.

1. 35
2. 25
3. 40
4. 30

14. Поперечная сила, изгибающий момент и их эпюры

Задание 14.1

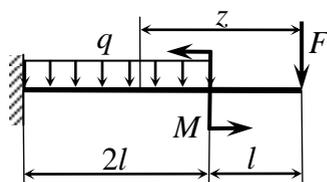


Схема нагружения консольной балки показана на рисунке. Выражение изгибающего момента M_x в сечении с координатой z имеет вид ...

1. _____,
2. _____,
3. _____,
4. _____.

Задание 14.2

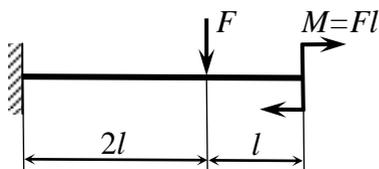
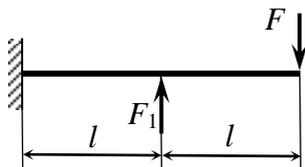


Схема нагружения консольной балки показана на рисунке. При изменении направления силы F на противоположное максимальный изгибающий момент по абсолютной величине ...

1. не изменится
2. уменьшится в 3 раза

3. увеличится в 3 раза
4. уменьшится в 2 раза

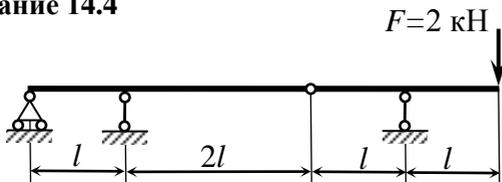
Задание 14.3



Консольная балка длиной $2l$ нагружена силами F_1 и F . Изгибающий момент в заделке равен нулю, если значение силы F_1 равно ...

1. F ,
2. $2F$,
3. $3F$,
4. $0,5F$.

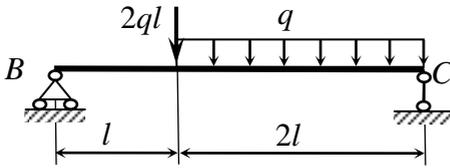
Задание 14.4



Максимальное значение изгибающего момента в балке при $F = 2 \text{ кН}$ и $l = 0,5 \text{ м}$ по абсолютной величине равно ... (кНм)

1. 0,5
2. 1
3. 2
4. 2,5

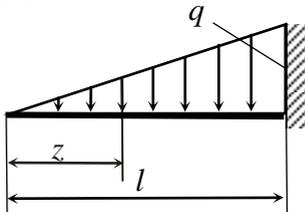
Задание 14.5



Максимальные значения изгибающего момента и поперечной силы по абсолютной величине соответственно равны ...

1. _____ ,
2. _____ ,
3. _____ — _____ ,
4. _____ .

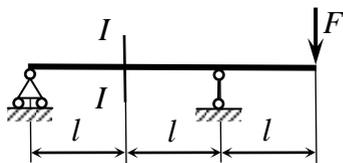
Задание 14.6



Консольная балка длиной l нагружена распределенной нагрузкой с интенсивностью изменяющейся по линейному закону от нуля до значения q . Выражение поперечной силы в сечении с координатой z имеет вид ...

1. _____ ,
2. _____ ,
3. _____ ,
4. _____ .

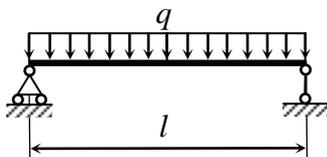
Задание 14.7



Значения изгибающего момента и поперечной силы по абсолютной величине в сечении $I-I$ равны ...

1. — — ,
2. — — ,
3. — — ,
4. — — .

Задание 14.8

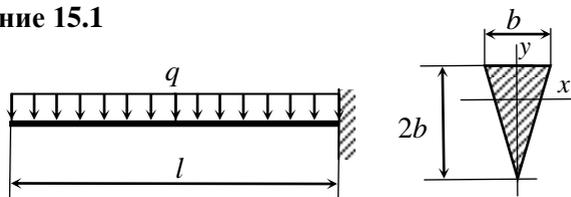


Балка длиной l нагружена равномерно распределенной нагрузкой с интенсивностью q . Значение (по абсолютной величине) максимального изгибающего момента равно ...

1. — ,
2. — ,
3. — ,
4. — .

15. Расчет балок на прочность

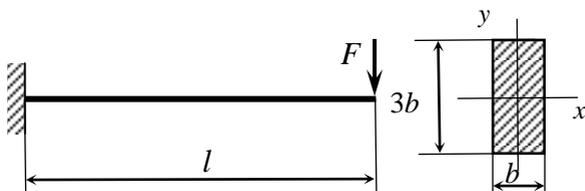
Задание 15.1



Консольная балка длиной $l = 1,5$ м нагружена равномерно распределенной нагрузкой — Поперечное сечение — равнобедренный треугольник. Допускаемое нормальное напряжение для материала балки $\sigma_{\text{доп}} = 160$ МПа. Из расчета на прочность по нормальным напряжениям размер поперечного сечения балки b равен ____ (см).

1. 4
2. 5
3. 3
4. 6

Задание 15.2



Консольная балка прямоугольного сечения нагружена силой $F = 3$ кН. Допускаемое нормальное напряжение для материала балки $\sigma_{\text{доп}} = 160$ МПа, линейный размер $b = 20$ мм. Наибольшая длина консоли l из расчета на прочность по нормальным напряжениям равна ____ см.

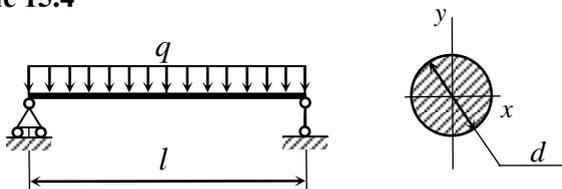
1. 32
2. 64
3. 128
4. 96

Задание 15.3

При плоском изгибе максимальные нормальные напряжения действуют в точках поперечного сечения, ...

1. лежащих в плоскости перпендикулярной действию момента
2. лежащих на нейтральной линии
3. расположенных в плоскости действия момента
4. наиболее удаленных от нейтральной линии

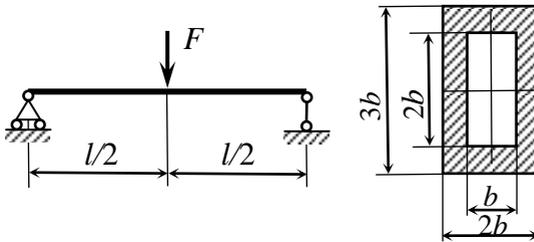
Задание 15.4



При $l = 6$ м, $d = 30$ см, $\sigma_{\text{доп}} = 10$ МПа из расчета на прочность по нормальным напряжениям максимально допустимое значение интенсивности нагрузки q равно ____ (кН/м)

1. 6,24
2. 5,58
3. 5,88
4. 4,68

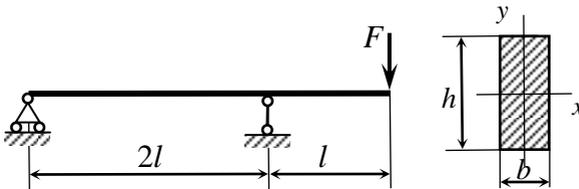
Задание 15.5



Допускаемое нормальное напряжение для материала балки $\sigma_{\text{доп}} = 120$ МПа. Линейные размеры: $b = 10$ см, $l = 4$ м. Из расчета на прочность по нормальным напряжениям значение допускаемой нагрузки на балку равно _____ кН.

1. 207
2. 30,7
3. 407
4. 307

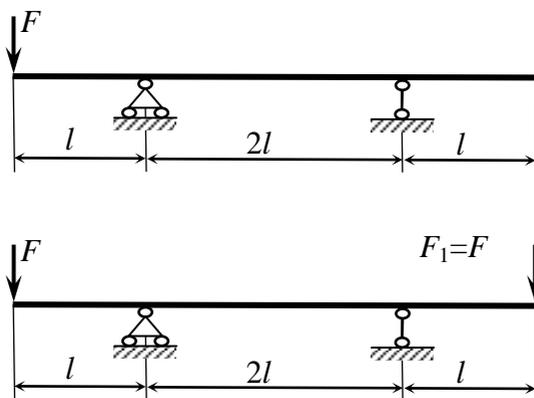
Задание 15.6



Допускаемое касательное напряжение для деревянной балки $\tau_{\text{доп}} = 1,5$ МПа. Значение силы $F = 20$ кН. Линейные размеры: $b = 10$ см, $l = 1$ м. Из расчета на прочность по допускаемым касательным напряжениям высота поперечного сечения балки h равна _____ см.

1. 30
2. 20
3. 10
4. 25

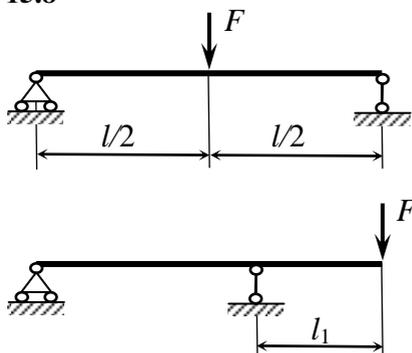
Задание 15.7



Однопролетная двухконсольная балка нагружена силой F . К балке дополнительно прикладывается сила $F_1 = F$. С изменением схемы нагружения прочность балки ...

1. не изменится
2. уменьшится в два раза
3. увеличится в два раза
4. уменьшится в четыре раза

Задание 15.8

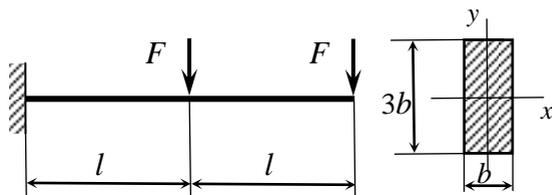


Две балки одинакового поперечного сечения изготовлены из одного материала и нагружены силами F . Балки будут равнопроч-

ны, если длина консоли l_1 равна ____ . Влиянием касательных напряжений пренебречь.

1. $0,5l$
2. l
3. $0,25l$
4. $0,75l$

Задание 13.9

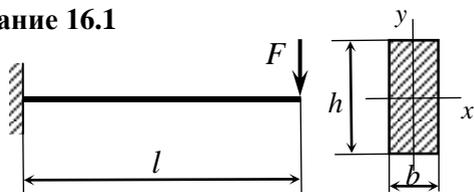


Сила F , допускаемое касательное напряжение и длина l заданы. Из расчета на прочность по допускаемым касательным напряжениям размер поперечного сечения балки b равен ...

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

16. Перемещения при изгибе. Расчет балок на жесткость

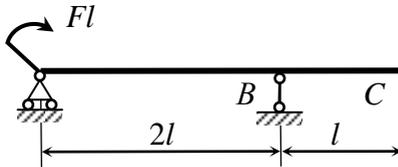
Задание 16.1



При увеличении линейных размеров в два раза значение максимального прогиба ...

1. не изменится
2. увеличится в 2 раза
3. уменьшится в 2 раза
4. увеличится в 4 раза

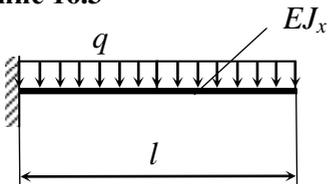
Задание 16.2



Длина консоли балки $l = 1$ м. Прогиб на свободном конце $= 5$ мм. Угол поворота сечения над опорой B равен _____ радиан:

1. $5 \cdot 10^{-1}$,
2. $5 \cdot 10^{-4}$,
3. $5 \cdot 10^{-2}$,
4. $5 \cdot 10^{-3}$.

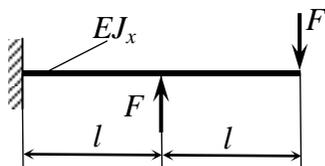
Задание 16.3



Прогиб свободного конца балки по абсолютной величине равен...

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

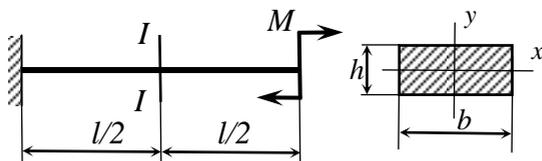
Задание 16.4



Максимальный прогиб равен при F равно...

1. — ,
2. — ,
3. — ,
4. — .

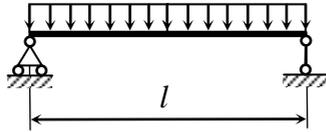
Задание 16.5



Консольная балка длиной $l = 80$ см нагружена моментом $M=40$ Нм. Поперечное сечение балки прямоугольник: $b = 4$ см, $h = 0,6$ см. Модуль упругости материала $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Радиус кривизны балки в сечении I-I равен ___ (м).

1. 6
2. 3,6
3. 5,2
4. 4,8

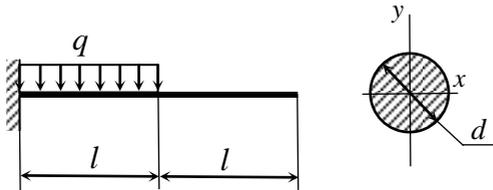
Задание 16.6



Однопролетная балка длиной l , высотой h нагружена равномерно распределенной нагрузкой. Радиус кривизны нейтрального слоя балки в середине пролета равен ρ . Жесткость поперечного сечения на изгиб EJ_x по всей длине постоянна. Максимальное нормальное напряжение в балке равно σ_{max} . (Влияние поперечной силы на изменение кривизны не учитывать).

1. $\sigma_{max} = \frac{q l^2}{8 \rho}$,
2. $\sigma_{max} = \frac{q l^2}{16 \rho}$,
3. $\sigma_{max} = \frac{q l^2}{4 \rho}$,
4. $\sigma_{max} = \frac{q l^2}{2 \rho}$.

Задание 16.7



Консоль на половине длины нагружена равномерно распределенной нагрузкой интенсивности q . Модуль упругости материала балки $E = 10^4$ МПа, размер $l = 2$ м. Прогиб на свободном конце консоли не должен превышать δ .

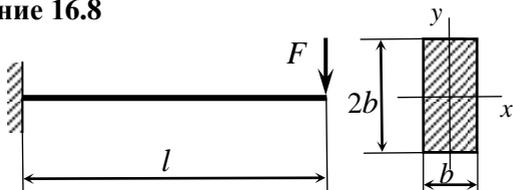
Из условия жесткости диаметр поперечного сечения d равен _____ (см).

1. 42,4
2. 18,5

3. 37,1

4. 28,4

Задание 16.8



Прогиб на свободном конце консоли не должен превышать от ее длины. Модуль упругости материала $E = 10^4$ МПа, размер $l = 2$ м, $F = 10$ кН. Из условия жесткости размер поперечного сечения b равен _____ см.

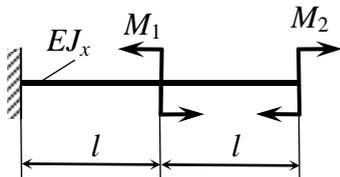
1. 20

2. 10

3. 28

4. 17

Задание 16.9



Балка длиной $2l$ нагружена моментами M_1 и M_2 . Жесткость поперечного сечения балки на изгиб EJ_x по длине постоянна. Прогиб свободного конца балки равен нулю, если отношение _____ равно ...

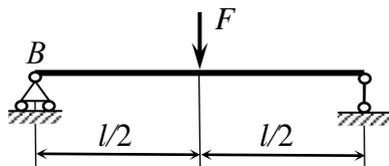
1. 2,

2. $2/3$,

3. $5/4$,

4. $4/3$.

Задание 16.10

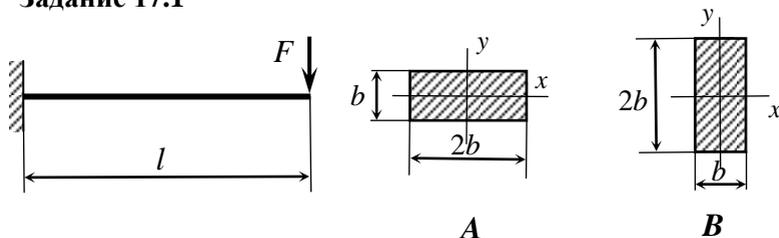


Балка длиной l в середине пролета нагружена силой F . Угол поворота сечения B равен ...

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

17. Напряжения в поперечном сечении стержня при плоском изгибе

Задание 17.1



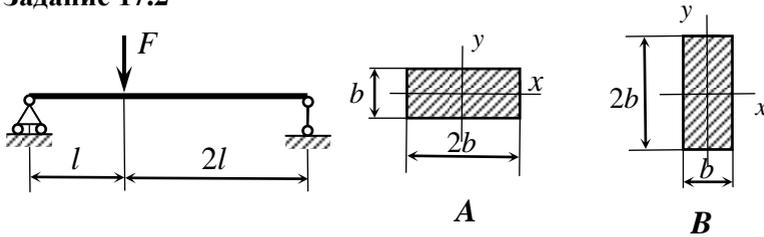
Консольная балка длиной l имеет два варианта расположения прямоугольного поперечного сечения. Сила F , линейные размеры b и h заданы. В опасном сечении балки отношение наибольших нормальных напряжений равно ...

1. 6
2. 1

3. 2

4. 4

Задание 17.2



Прямоугольная балка имеет два варианта расположения прямоугольного поперечного сечения. Сила $-F$, линейные размеры b и l заданы. Отношение наибольших нормальных напряжений, возникающих в балке, равно ...

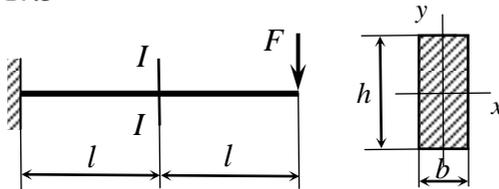
1. 4,

2. 2,

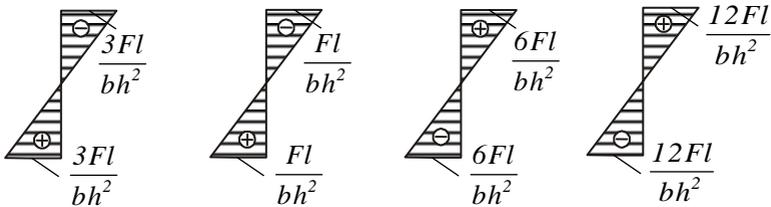
3. 1,

4. 6.

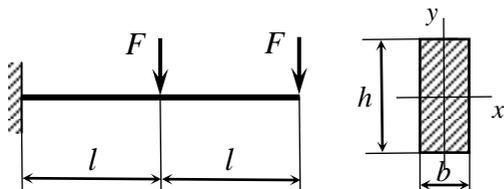
Задание 17.3



Эпюра распределения нормальных напряжений по высоте сечения балки $I-I$ с размерами b и h имеет вид ...



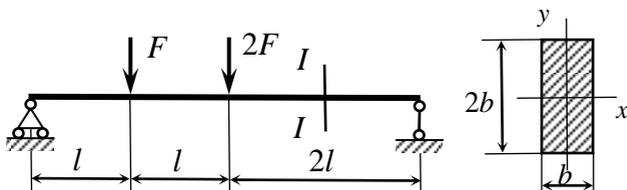
Задание 17.4



Консольная балка прямоугольного сечения с размерами b и h нагружена силами F . Линейный размер $l = 10h$. Отношение максимального нормального напряжения к максимальному касательному напряжению в балке равно ...

1. 10
2. 40
3. 80
4. 60

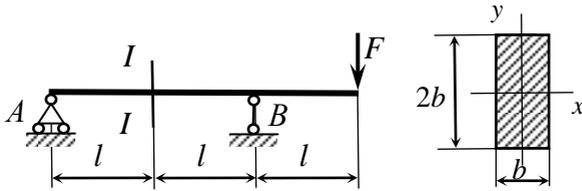
Задание 17.5



Значение максимального касательного напряжения для балки прямоугольного поперечного сечения в сечении $I-I$ равно ...

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

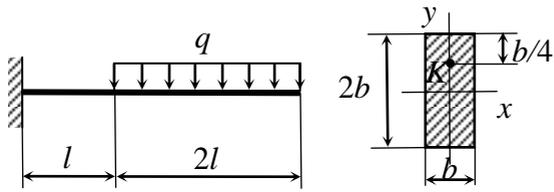
Задание 17.6



Балка прямоугольного сечения с размерами b и $2b$ нагружена силой F . Линейные размеры b и $l = 20b$ заданы. В сечении $I-I$ значение максимального касательного напряжения равно τ . Максимальное нормальное напряжение в балке равно ...

1. _____,
2. _____,
3. _____,
4. _____.

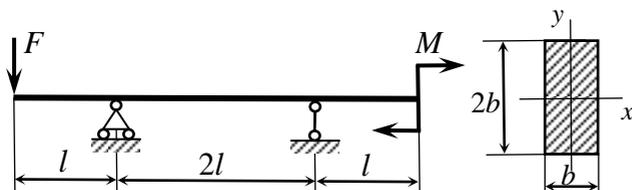
Задание 17.7



Значение нормального напряжения в точке K опасного сечения балки равно ...

1. _____,
2. _____,
3. _____,
4. _____.

Задание 17.8



Балка нагружена силой $F = 6$ кН и моментом $M = 2$ кНм. Размер $l = 0,5$ м, $b = 10$ см. Значение максимального нормального напряжения в балке равно _____ МПа.

1. 45,
2. 4,5,
3. 30,
4. 60.

Задание 17.9

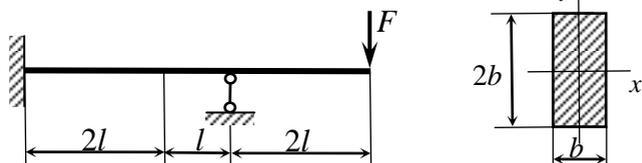
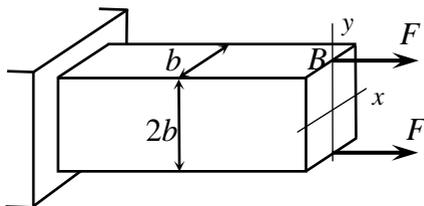


Схема нагружения балки прямоугольного сечения показана на рисунке. Сила – F , линейные размеры b и l заданы. Значение максимального нормального напряжения в балке равно ...

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

18. Внецентренное растяжение – сжатие

Задание 18.1



Стержень прямоугольного сечения с размерами нагружен двумя внешними силами F . При удалении силы F , приложенной в точке B , значение максимального нормального напряжения ...

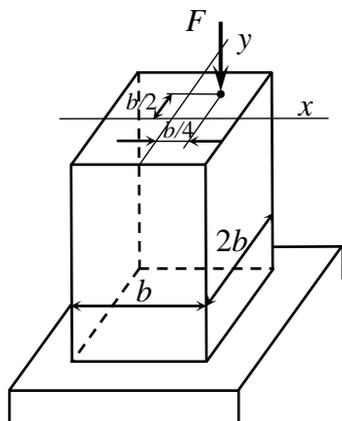
1. не изменится
2. увеличится в 2 раза
3. увеличится в 1,5 раза
4. уменьшится в 2 раза

Задание 18.2

При внецентренном растяжении – сжатии стержня в опасной точке сечения возникает _____ напряженное состояние.

1. линейное и плоское
2. плоское
3. объемное
4. линейное

Задание 18.3

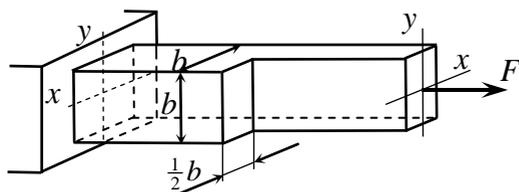


Стержень имеет прямоугольное сечение с размерами b и $2b$. Координаты точки приложения силы F заданы:

Значение максимального нормального напряжения по абсолютной величине равно ...

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

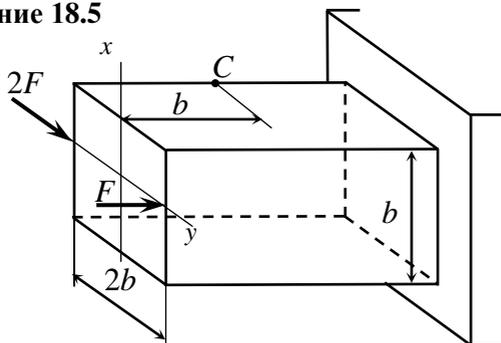
Задание 18.4



Ступенчатый стержень нагружен силой F . Линейный размер b задан. Значение максимального нормального напряжения в стержне равно ...

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

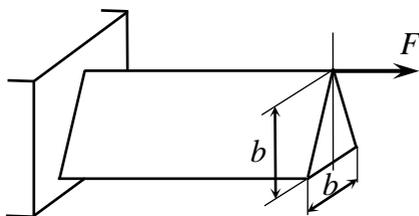
Задание 18.5



Стержень прямоугольного сечения с размерами b и $2b$ нагружен внешними силами F и $2F$. Нормальное напряжение в точке C равно ...

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

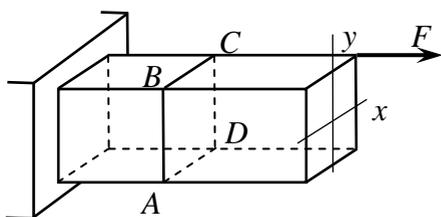
Задание 18.6



Максимальное значение нормального напряжения в опасной точке стержня нагруженного силой F равно ...

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

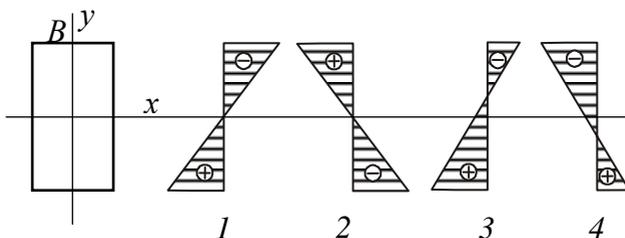
Задание 18.7



Максимальное нормальное напряжение возникает в точке ...

1. A
2. B
3. C
4. D

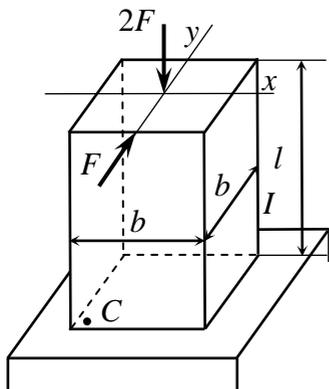
Задание 18.8



При внецентренном сжатии стержня силой, линия действия которой проходит через точку В поперечного сечения, эпюра распределения нормальных напряжений по высоте сечения показана на рисунке ...

1. 3
2. 4
3. 1
4. 2

Задание 18.9



Стержень квадратного сечения длиной $l = 10b$ нагружен внешними силами $2F$ и F . Значение нормального напряжения в точке C равно ...

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

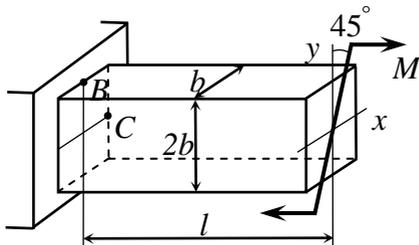
19. Пространственный и косой изгиб

Задание 19.1

Изгиб, при котором плоскость действия изгибающего момента не совпадает с главными центральными плоскостями стержня, называется ...

1. поперечным
2. плоским
3. чистым
4. косым

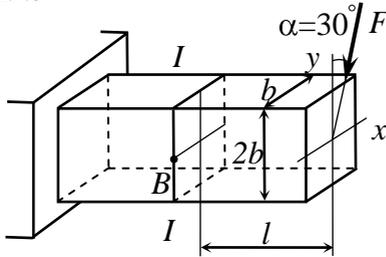
Задание 19.2



Стержень прямоугольного сечения с размерами b и $2b$, длиной l нагружен моментом M . Плоскость действия момента расположена под углом 45° к главным центральным осям сечения. Отношение значений нормальных напряжений в точках B и C равно ...

1. $\frac{1}{2}$,
2. 1,
3. 2,
4. $\frac{1}{4}$.

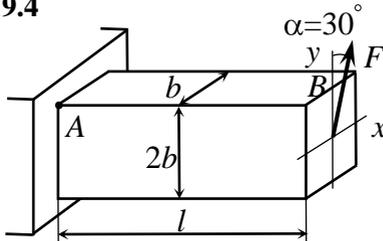
Задание 19.3



Стержень нагружен силой F , которая расположена над углом к вертикальной оси симметрии и лежит в плоскости сечения. Линейные размеры b и l заданы. Нормальное напряжение в точке B сечения $I-I$ равно ...

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

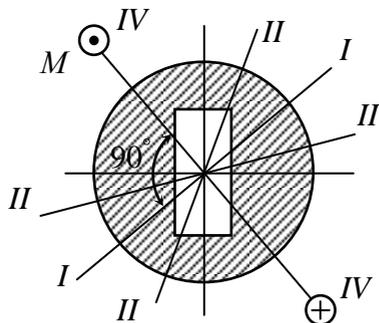
Задание 19.4



Стержень длиной l прямоугольного сечения нагружен силой F , лежащей в плоскости сечения. Значение нормального напряжения в точке A равно ...

1. —,
2. —,
3. —,
4. —.

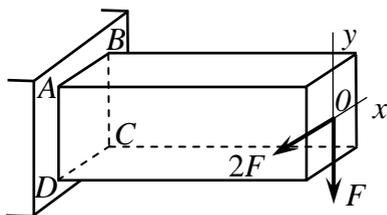
Задание 19.5



Плоскость действия изгибающего момента в поперечном сечении стержня показана на рисунке. Примерное положение нейтральной линии в данном сечении совпадает с прямой ...

1. *I - I*
2. *II - II*
3. *III - III*
4. *IV - IV*

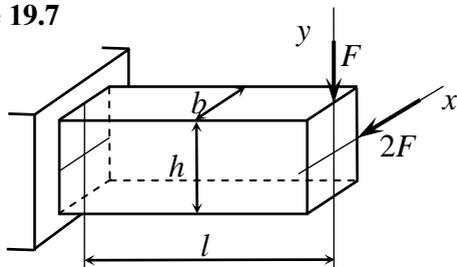
Задание 19.6



Максимальные нормальные напряжения возникают в точке ...

1. *A*
2. *B*
3. *C*
4. *D*

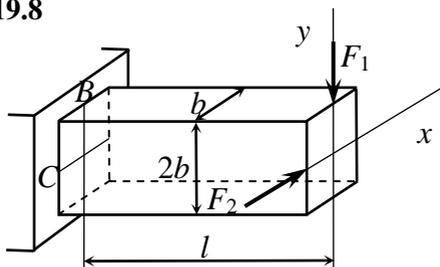
Задание 19.7



Стержень прямоугольного сечения с размерами $b = 2$ см, $h = 3$ см, длиной $l = 40$ см нагружен внешними силами. Материал стержня одинаково работает на растяжение и сжатие. Допускаемое напряжение для материала $\sigma_{\text{доп}} = 160$ МПа. Из расчета на прочность по напряжениям значение силы F равно ____ Н.

1. 240
2. 360
3. 600
4. 300

Задание 19.8



Стержень прямоугольного сечения с размерами b и $2b$, длиной l нагружен внешними силами F_1 и F_2 . Значение нормального напряжения в точке B будет равно значению нормального напряжения в точке C , когда отношение _____ равно ...

1. $1/2$
2. 2
3. 1

4. 3

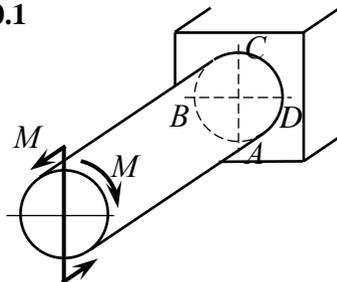
Задание 19.9

При косом изгибе нейтральная линия в поперечном сечении стержня проходит ...

1. не перпендикулярна к плоскости действия изгибающего момента и не проходит через центр тяжести сечения
2. через центр тяжести сечения и перпендикулярна к плоскости действия изгибающего момента
3. перпендикулярна к плоскости действия изгибающего момента и не проходит через центр тяжести сечения
4. через центр тяжести сечения и в общем случае не перпендикулярна к плоскости действия изгибающего момента

20. Изгиб с кручением

Задание 20.1



При указанном на рисунке варианте нагружения стержня опасными будут точки ...

1. A и B
2. A и C
3. B и C
4. B и D

Задание 20.2

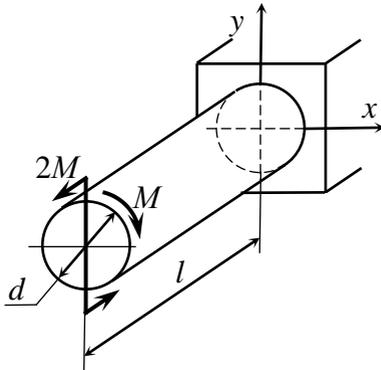
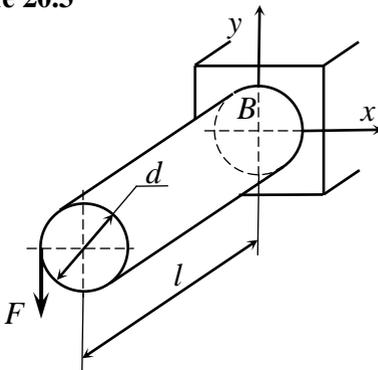


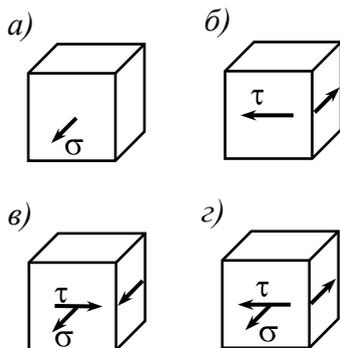
Схема нагружения стержня круглого сечения диаметром d , длиной l показана на рисунке. Значение допускаемого напряжения для материала задано. Значение параметра внешней нагрузки M , по теории наибольших касательных напряжений, равно ...

1. $\frac{M}{d}$,
2. $\frac{M}{l}$,
3. $\frac{M}{d^2}$,
4. $\frac{M}{d^3}$.

Задание 20.3

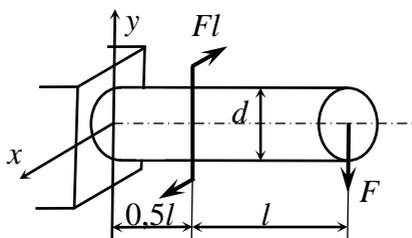


Стержень круглого поперечного сечения диаметром d , длиной l нагружен силой F . Напряженное состояние в точке B показано на рисунке ...



1. б
2. а
3. г
4. в

Задание 20.4

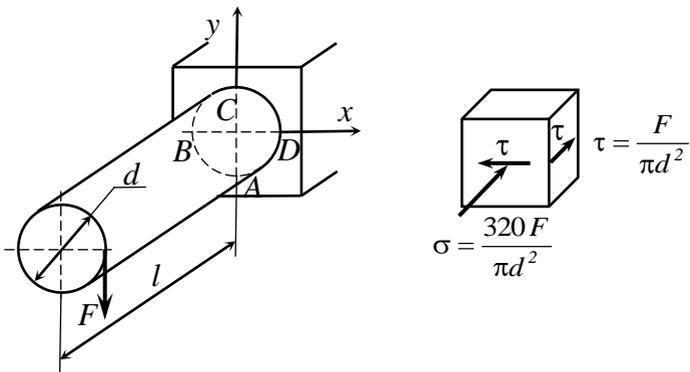


Стержень круглого сечения диаметром d нагружен на свободном конце силой F . На расстоянии l от свободного конца приложена, перпендикулярно оси стержня, пара сил с моментом Fl . Значение эквивалентного напряжения в опасной точке стержня равно ...

При решении задачи воспользоваться теорией удельной потенциальной энергии формоизменения (IV теория прочности).

1. —, —,
2. —, —,
3. —, —,
4. —.

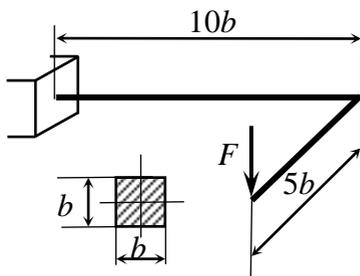
Задание 20.5



Стержень круглого поперечного сечения диаметром d , длиной $l = 10d$ нагружен силой F . Напряженное состояние, которое показано на рисунке, соответствует точке ...

1. A
2. B
3. D
4. C

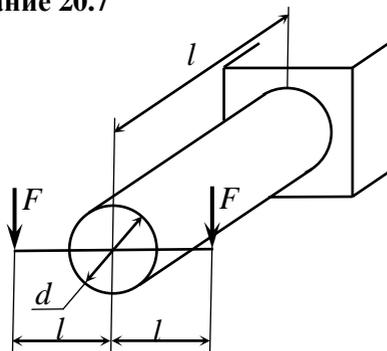
Задание 20.6



Стержень квадратного поперечного сечения нагружен силой F . Значение эквивалентного напряжения в опасной точке, по теории наибольших касательных напряжений, равно ____ . При решении принять

1. —,
2. — —,
3. —,
4. — —.

Задание 20.7

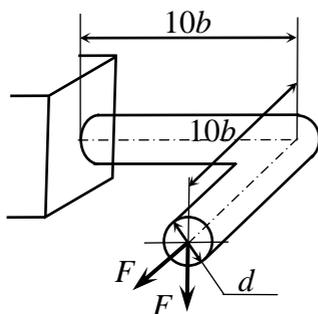


Стержень диаметром d , длиной l нагружен силами через абсолютно жесткий элемент длиной $2l$. При удалении одной из сил грузоподъемность стержня ____ . При решении задачи воспользо-

ваться теорией наибольших касательных напряжений (III теория прочности).

1. увеличивается в 2 раза
2. увеличивается в $\sqrt{2}$ раз
3. уменьшится в $\sqrt{2}$ раз
4. увеличится в $\sqrt{2}$ раза

Задание 20.8



Ломаный стержень круглого сечения диаметром d нагружен внешними силами, как показано на рисунке. Значение эквивалентного напряжения в опасной точке стержня, по теории наибольших касательных напряжений, равно ...

1. $\frac{F}{d}$,
2. $\frac{F}{d\sqrt{2}}$,
3. $\frac{F}{d\sqrt{2}}$,
4. $\frac{F}{d}$.

Задание 20.9

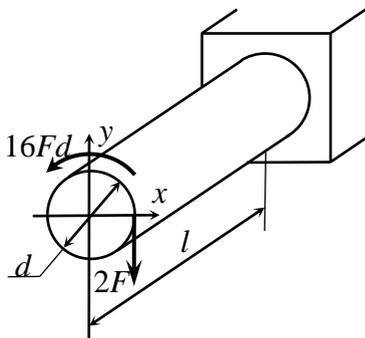


Схема нагружения круглого стержня диаметром $d = 2$ см, длиной $l = 20$ см показана на рисунке. Значение допускаемого нормального напряжения для материала, $\sigma_{\text{доп}} = 160$ МПа. Максимальное значение силы F , которую можно приложить к стержню, из расчета по напряжениям равно ___ Н. При решении задачи использовать теорию наибольших касательных напряжений (III теорию прочности).

1. 245
2. 490
3. 350
4. 195

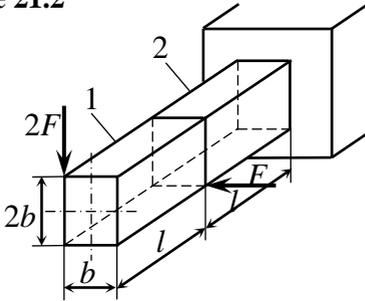
21. Общий случай нагружения стержня

Задание 21.1

Любая комбинация простых деформаций стержня называется ...

1. деформированным состоянием
2. напряженным состоянием
3. сложным сопротивлением
4. тензором деформации

Задание 21.2



На стержень действуют внешние силы F и $2F$. Сечение прямоугольное с размерами b и $2b$. Участки стержня испытывают:

- а) 1 – кручение, 2 – косо́й изгиб;
- б) 1 – плоский поперечный изгиб, 2 – кручение и плоский поперечный изгиб;
- в) 1 – кручение и плоский поперечный изгиб, 2 – косо́й изгиб; косо́й изгиб.

- 1. а
- 2. в
- 3. б
- 4. г

Задание 21.3

Оценку прочности материала при заданном напряженном состоянии в опасной точке стержня с круглым сечением проводят с использованием теорий прочности при:

- а) внецентренном растяжении;
- б) растяжении и плоском изгибе;
- в) плоском поперечном изгибе;
- г) кручении и изгибе.

- 1. в
- 2. а
- 3. г
- 4. б

Задание 21.4

Напряженное состояние в опасных точках круглого поперечного сечения стержня считается плоским для случая:

- а) плоский изгиб;
- б) растяжение и плоский изгиб;
- в) внецентренное растяжение;
- г) растяжение с кручением.

- 1. г
- 2. а
- 3. в
- 4. б

Задание 21.5

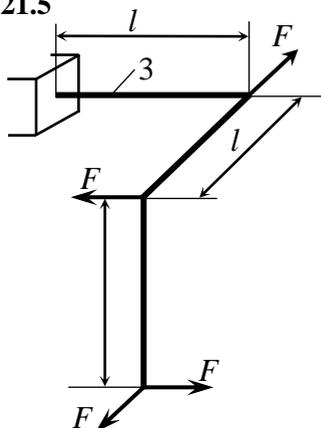


Схема нагружения стержня внешними силами представлена на рисунке. Длины участков одинаковы и равны l . Третий участок стержня испытывает деформации ...

- 1. кручение и растяжение
- 2. растяжение, кручение и чистый изгиб
- 3. кручение и плоский поперечный изгиб
- 4. кручение и чистый изгиб

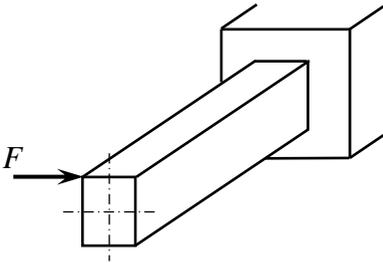
Задание 21.6

Напряженное состояние в опасных точках круглого поперечного сечения стержня считается линейным для случая:

- а) изгиб с кручением;
- б) растяжение с кручением;
- в) внецентренное растяжение;
- г) кручение и внецентренное сжатие.

- 1. в
- 2. а
- 3. б
- 4. г

Задание 21.7



При данном варианте нагружения стержень прямоугольного поперечного сечения испытывает ...

- 1. косо́й изгиб
- 2. кручение и чистый изгиб
- 3. плоский поперечный изгиб
- 4. кручение и плоский поперечный изгиб

Задание 21.8

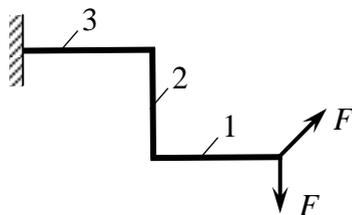


Схема нагружения стержня квадратного сечения внешними силами показана на рисунке (одна сила лежит в плоскости чертежа, вторая – перпендикулярно плоскости). Деформации (растяжение, кручение и плоский поперечный изгиб) одновременно возникают на участке (-ax) ...

1. 2, 3
2. 1
3. 3
4. 2

Задание 21.9

При выводе формул для определения напряжений в точке поперечного сечения стержня при сложном сопротивлении используется ...

1. принцип неизменности начальных размеров
2. гипотеза об изотропности материала
3. принцип независимости действия сил
4. гипотеза о сплошности материала

Алфавитный указатель

абсолютное удлинение	7
внутренние силовые факторы	4
временное сопротивление	8
вторая теория прочности	17
геометрические характеристики плоских сечений	19
гибкость стержня	55
гипотеза плоских сечений	4
главные моменты инерции	23
главные напряжения	12
главные напряжения при поперечном изгибе	32
главные оси инерции	23
главные площадки	12
главные радиусы инерции	54
главные деформации	15
главные центральные оси инерции	24
двутавр	22
деформация при объемном напряженном состоянии	15
диаграмма напряжений для пластичных материалов	11
диаграмма напряжений для хрупких материалов	11
дифференциальное уравнение изогнутой оси балки	33
дифференциальные зависимости между M_x , Q_x и q	33
дифференциальные зависимости при изгибе	29
допускаемое напряжение	8
единичная сила	43
единичный момент	25
жесткость при изгибе	33
жесткость сечения при кручении	25
жесткость стержня	8
закон Гука	7
закон Гука при сдвиге	17
закон Гука при объемном напряжении	15
закон парности касательных напряжений	13
изгиб	26
изгиб с кручением	37

интеграл Мора	43
канонические уравнения метода сил	51
координаты центра тяжести	19
косой изгиб	34
коэффициент приведения длины	54
коэффициент Пуассона	10
коэффициент запаса прочности	8
критическая нагрузка (сила)	53
кручение	24
кручение круглого бруса (вала)	24
линейное напряженное состояние	12
максимальное касательное напряжение	14, 25, 32
метод Мора – определение перемещений	43
метод сил	50
механические характеристики	9
модуль сдвига	10, 17
модуль упругости	9
модуль Юнга	9
момент инерции кольца	20
момент инерции круга	21
момент инерции относительно параллельных осей	23
момент инерции полукруга	22
момент инерции прямоугольника	21
момент инерции треугольника прямоугольного	21
момент инерции треугольника равнобедренного	21
момент инерции четверти круга	22
момент сопротивления	31
моментом сопротивления при кручении	23
моменты инерции при повороте осей	25
моменты инерции сечения	20
напряжения на наклонной площадке	13
нейтральная линия	35
нормальные напряжения при чистом изгибе	30
обобщенная сила	39
обобщенное перемещение	39
обобщенный закон Гука	15
объемное напряженное состояние	12

определение перемещений в балках при изгибе	33
осевой момент инерции сечения	20
осевой момент сопротивления	31
основная система	51
относительная деформация	7
относительная объемная деформация	15
относительная поперечная деформация	10
относительный сдвиг	9
относительный угол закручивания	25
первая теория прочности	18
перемножение эпюр	46
плоский изгиб	26
плоское напряженное состояние	12
площадь	19
положение главных осей инерции	24
полярный момент инерции сечения	20
полярный момент сопротивления	25
поперечный изгиб	26
построение эпюр Q	26
построение эпюр M	26
потенциальная энергия деформации	19
предел прочности	9
предел текучести	9
приведенная длина	54
продольный изгиб	53
радиус инерции	54
растяжение	7
расчет на прочность при изгибе	30
сдвиг	16
сжатие	7
сложное сопротивление	33
способ Верещагина	45
статически неопределимые системы	49
статический момент сечения	19
степень статической неопределимости системы	49
теорема Кастильяно	41
теории прочности	17

теория наибольших касательных напряжений	18
теория наибольших нормальных напряжений	18
теория наибольших относительных деформаций	18
теория прочности Мора	19, 32
третья теория прочности	18, 32
угол закручивания	25
угол сдвига	17
уголок	22
удельная потенциальная энергия	17
удельная потенциальная энергия при сдвиге	17
уравнение изогнутой оси балки	33
условие жесткости при кручении	25
условие прочности при кручении	25
условие прочности при растяжении	8
устойчивость сжатых стержней	53
формула Эйлера	53
формула Ясинского	55
центробежный момент инерции сечения	20
четвертая теория прочности	19, 32
чистый изгиб	26
чистый сдвиг	16
швеллер	22
энергетическая теория прочности	19

Литература

1. *Александров, А.В* Сопротивление материалов : учебник для вузов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин . – 6-е изд., стер . – М. : Высшая школа, 2008 . – 560 с.
2. *Кудрявцев С.Г.* Сопротивление материалов. Интернет-тестирование базовых знаний: Учебное пособие./ С.Г.Кудрявцев, В.Н.Сердюков – СПб.:Издательство «Лань», 2013. -176 с.: ил.
3. *Минин Л.С.* Тесты. Сопротивление материалов. Учебно-методическое пособие для студентов и преподавателей технических вузов. / Л.С. Минин, В.Е. Хроматов – М. Центр тестирования МО РФ, 2002
4. *Писаренко, Г.С.* Справочник по сопротивлению материалов. /Г.С.Писаренко, А.П.Яковлев, В.В.Матвеев. – 3-е изд. перераб. и доп. – К.: Издательство Дельта, 2008. – 816 с.
5. Сборник задач по сопротивлению материалов./Под ред. Качурина В.К. М.: Наука, 1975. 432 с.
6. *Серазутдинов, М.Н.* Механика: учебник /М.Н.Серазутдинов [и др.] – Казань: Центр инновационных технологий, 2007. – 330 с.
7. *Степин, П.А.* Сопротивление материалов : учебник / П. А. Степин . – 10-е изд., стер . – СПб. : Лань, 2010 . – 320 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература) .
8. *Феодосьев, В.И.* Сопротивление материалов: Учеб. для вузов /В.И.Феодосьев – 15-е изд., исп. М.: Изд-во МГТУ им. Н.З. Баумана., 2010. – 590 с. (Сер. Механика в техническом университете; в 8 т., т.2).

Оглавление

Предисловие	3
1. Основные понятия	3
Основные гипотезы сопротивления материалов	4
Метод сечений	5
2. Растяжение и сжатие	7
Испытания материалов	9
3. Напряженное и деформированное состояние	12
Линейное напряженное состояние	13
Плоское напряженное состояние	13
Объемное напряженное состояние	14
Чистый сдвиг	16
4. Теории прочности	17
5. Геометрические характеристики плоских сечений	19
Моменты инерции сечения	20
6. Кручение	24
7. Изгиб	26
Построение эпюр поперечной силы и изгибающего момента	26
Правила проверки эпюр	29
Напряжение при чистом изгибе	30
Момент сопротивления поперечного сечения	31
Напряжения при поперечном изгибе	31
Главные напряжения при поперечном изгибе:	32
Перемещения при плоском изгибе	33
Дифференциальные зависимости при изгибе:	33
8. Сложное сопротивление	33
Косой изгиб	34
Внецентренное растяжение - сжатие	36
Изгиб с кручением	37
9. Энергетические методы определения перемещений	39
Потенциальная энергия деформации бруса	39

Обобщенная сила и обобщенное перемещение.....	40
Метод определения перемещения на основании равенства работы внешней силы потенциальной энергии деформации..	41
Метод Кастилиано.....	42
Метод Мора	43
Способ Верещагина.....	46
10. Статически неопределимые системы.....	50
Метод сил.....	51
Канонические уравнения метода сил	52
11. Устойчивость	53
Рациональные формы сечений стержней.....	56
12. Тонкие оболочки.....	57
Цилиндр.....	59
Сфера.....	59
13. Прочность при действии переменных напряжений.....	60
Параметры циклов напряжений.....	60
Предел выносливости	61
Диаграмма предельных амплитуд	63
Основные факторы, влияющие на предел выносливости.....	65
14. Динамическая нагрузка	68
Учет сил инерции	68
Удар	69
15. Основные формулы.....	70
16. Примеры тестовых заданий.....	80
17. Тестовые задания для СРС	131
1. Внутренние силы и напряжения	131
2. Перемещения и деформации	133
3. Основные понятия, определения, допущения и принципы	136
4. Модели материала.....	139
5. Испытание конструкционных материалов на растяжение и сжатие.....	142

6. Механические свойства и механические характеристики материалов	146
7. Продольная сила. Напряжения и деформации	149
8. Расчеты стержней на прочность и жесткость	153
9. Геометрические характеристики плоских сечений	158
10. Расчет на прочность при кручении	163
11. Расчет на жесткость при кручении	168
12. Чистый сдвиг. Расчет на сдвиг (срез)	173
13. Кручение	177
14. Поперечная сила, изгибающий момент и их эпюры	181
15. Расчет балок на прочность	185
16. Перемещения при изгибе. Расчет балок на жесткость.....	189
17. Напряжения в поперечном сечении стержня при плоском изгибе.....	194
18. Внецентренное растяжение – сжатие	199
19. Пространственный и косой изгиб	204
20. Изгиб с кручением.....	208
21. Общий случай нагружения стержня	214
Литература.....	223

