

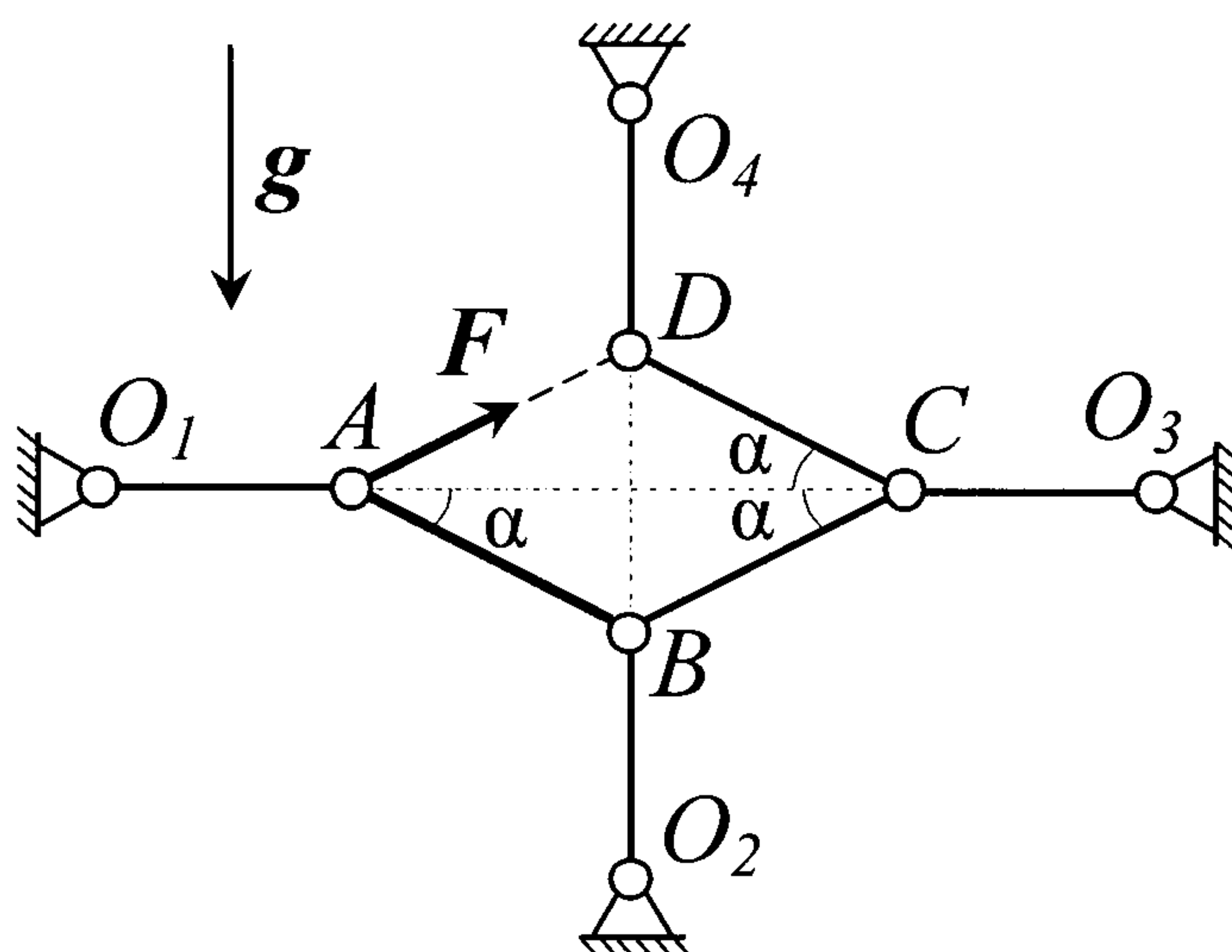
**Всероссийский (третий) этап Всероссийской олимпиады
студентов по теоретической механике
Казань, КНИТУ, 3-7 декабря 2014 г.**

Задачи теоретического конкурса

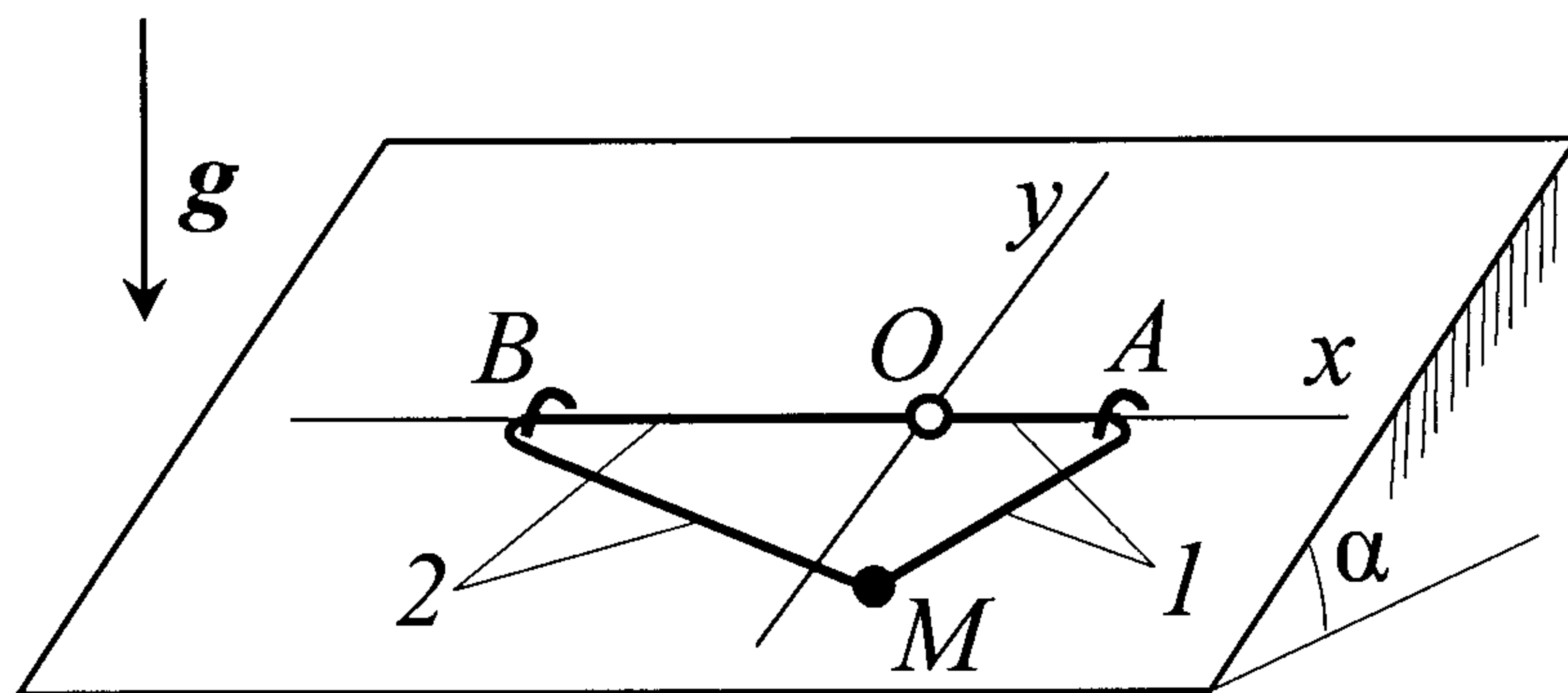
Задача С1 (7 баллов). Семь стержней одинаковой длины связаны шарнирами, как указано на рисунке. Стержни O_1A и O_3C горизонтальны. Стержни O_2B и O_4D вертикальны. Углы наклона к горизонтали стержней AB , BC , CD равны $\alpha = 30^\circ$.

Вес однородного стержня AB равен P . Определите величину силы F , которую надо приложить к шарниру A в направлении точки D для равновесия системы, если:

- 1) весами остальных шести стержней пренебрегаем; (3 балла)
- 2) вес каждого из остальных шести стержней равен $Q = \frac{P}{6}$, стержни однородны. (4 балла)



Задача С2 (8 баллов). На плоскости с углом наклона α неподвижно закреплены маленькие ушки A , B и узел O . Отрезок AB горизонтален, а точка O ему принадлежит. $OA = a$, $OB = 2a$. Концы нитей 1 и 2 прикрепили к узлу O . Затем пропустили нити через ушки A и B и прикрепили их к материальной точке M массы m . Нити 1 и 2 упругие с коэффициентами жесткости, соответственно, $c_1 = c$ и $c_2 = c/2$. Длины нитей 1 и 2 в нерастяннутом состоянии равны, соответственно, OA и OB . Нити тонкие, гладкие и невесомые. Коэффициент трения между M и плоскостью равен f . В указанной на рисунке системе координат Oxy определите геометрическое место положений точки M , при которых она будет в равновесии.

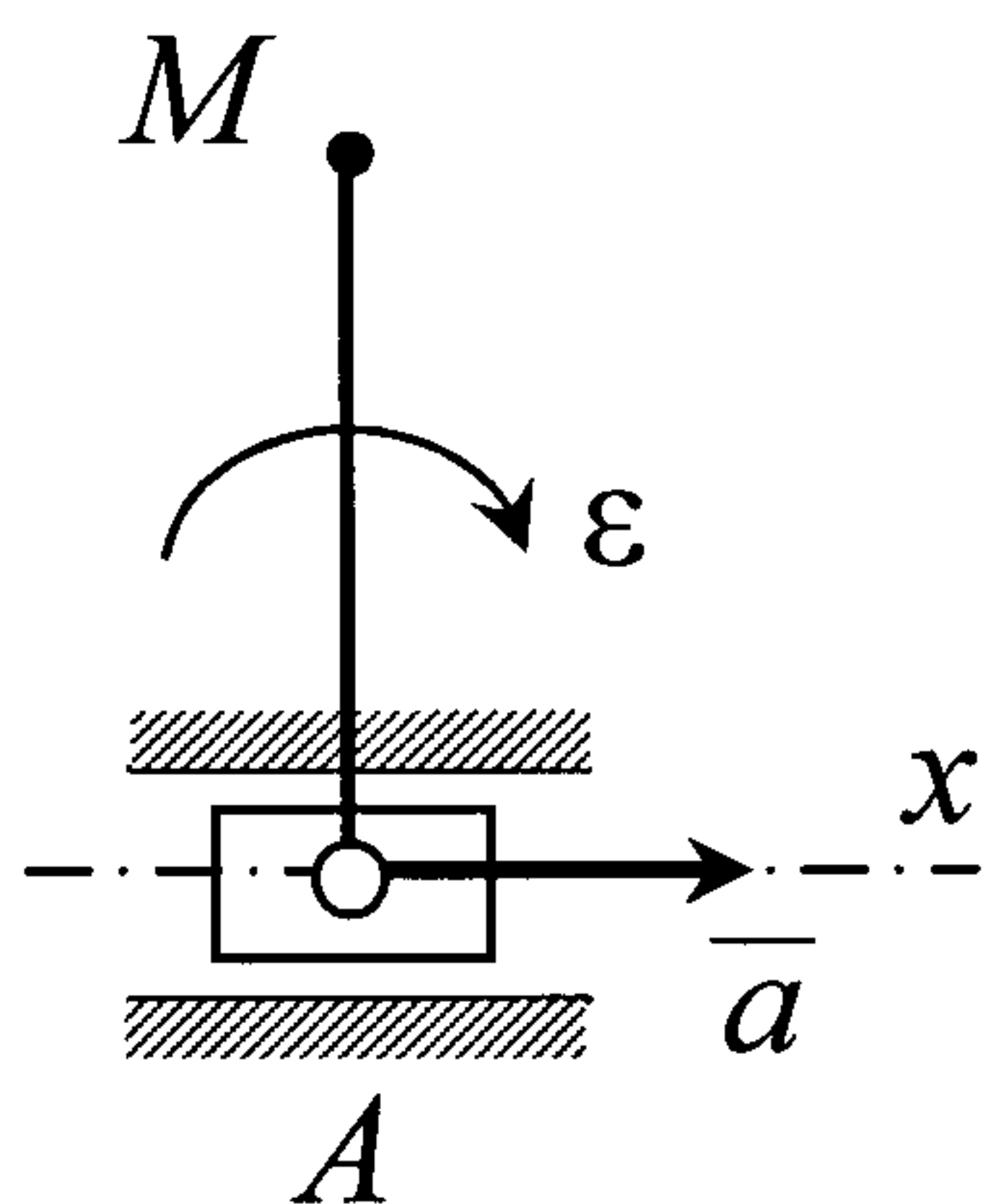


Задача K1 (6 баллов). Точка движется по некоторой траектории таким образом, что все время выполняется соотношение $v = \sqrt{1 - ka_\tau}$, где v , a_τ – скорость и тангенциальное ускорение точки, соответственно; $k > 0$ – константа. В начале движения $a_\tau = 1/k$. Определите значение a_τ в момент, когда перемещение точки составит $s = k$ м.

Задача К2 (9 баллов). Стержень AM длины l шарнирно прикреплен к ползуну A . Ползун A движется с постоянным ускорением \bar{a} , направленным вправо вдоль оси x . Стержень AM вращается вокруг A с постоянным угловым ускорением ε , направленным по часовой стрелке. При $t = 0$ стержень AM перпендикулярен оси x и находится в покое.

1). Определите величину скорости точки M в первый момент времени, когда стержень AM окажется параллельным оси x . (3 балла)

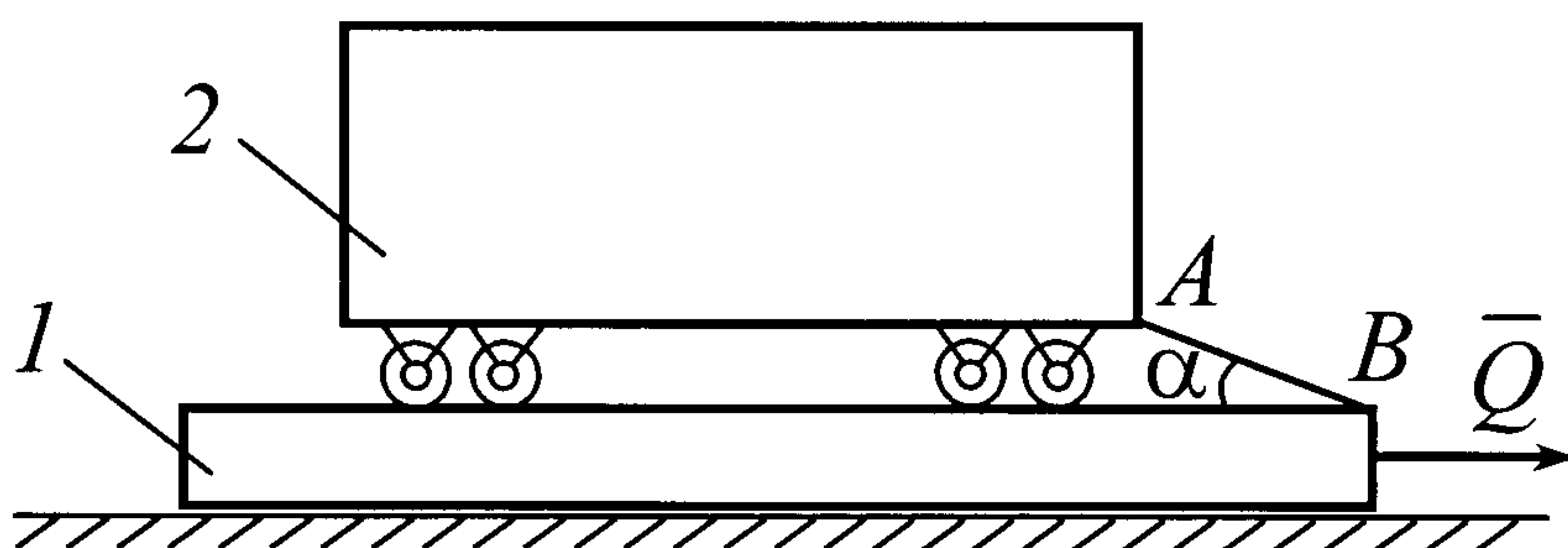
2). Определите радиус кривизны траектории точки M в момент $t = 0$. (6 баллов)



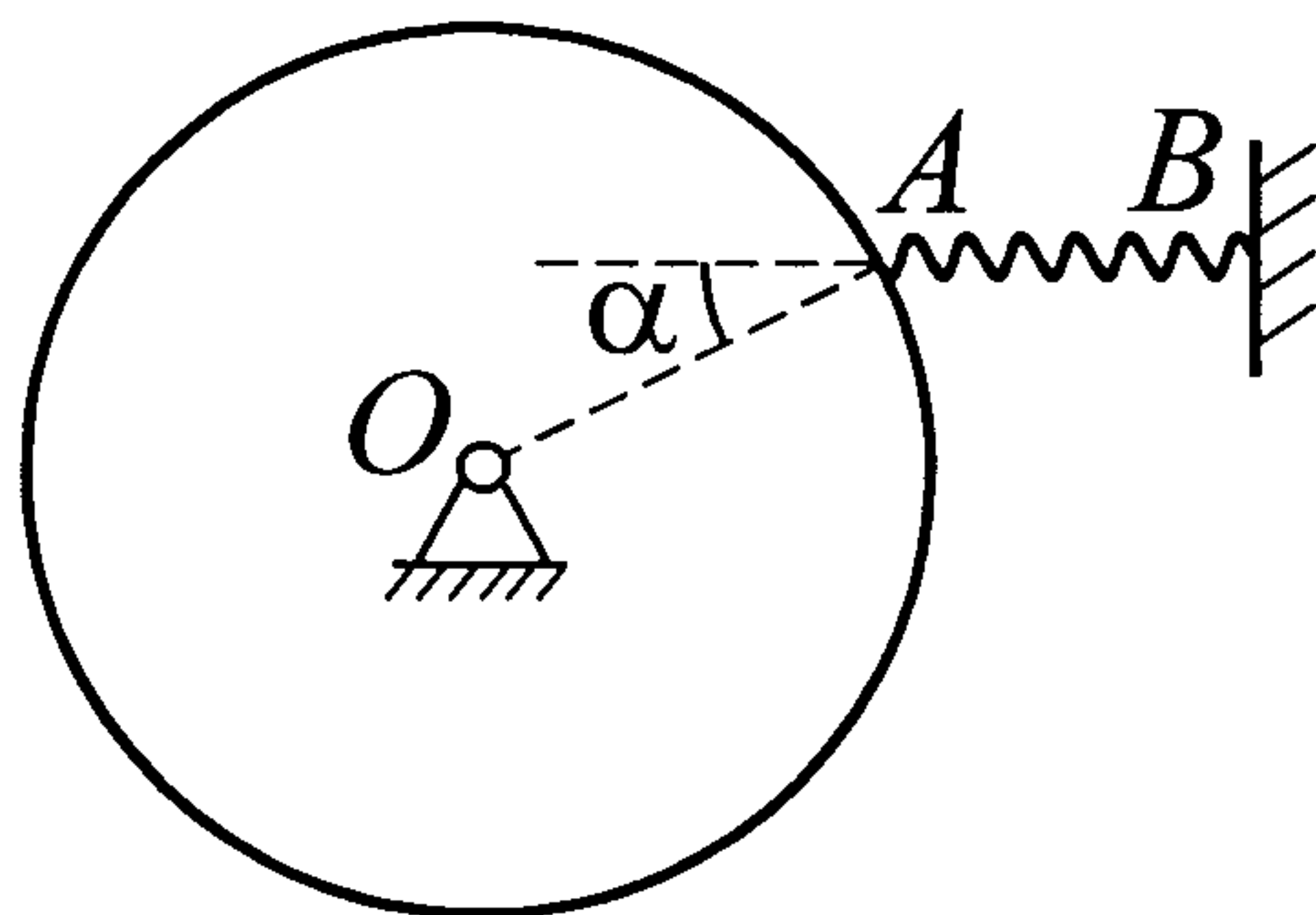
Задача Д1 (5 баллов). Из новостных телепрограмм известно, что в начале строительства казанского метро для транспортировки новых вагонов к тоннелю использовался способ, упрощенная модель которого описана ниже.

Вагон 2 массой m_2 устанавливается на платформу-«волокушу» 1 массой m_1 . Платформа находится на горизонтальной грунтовой поверхности. Вагон прикреплен к платформе нерастяжимым тросом AB , угол наклона которого к горизонтали равен α . Трением между колесами вагона и платформой пренебрегаем.

Максимальная сила, приложенная (со стороны армейского тягача) к платформе, при которой платформа остается в покое, равна Q_0 . Какова была бы сила натяжения троса AB в момент прикладывания к платформе силы $Q_1 = kQ_0$, где коэффициент $k > 1$?



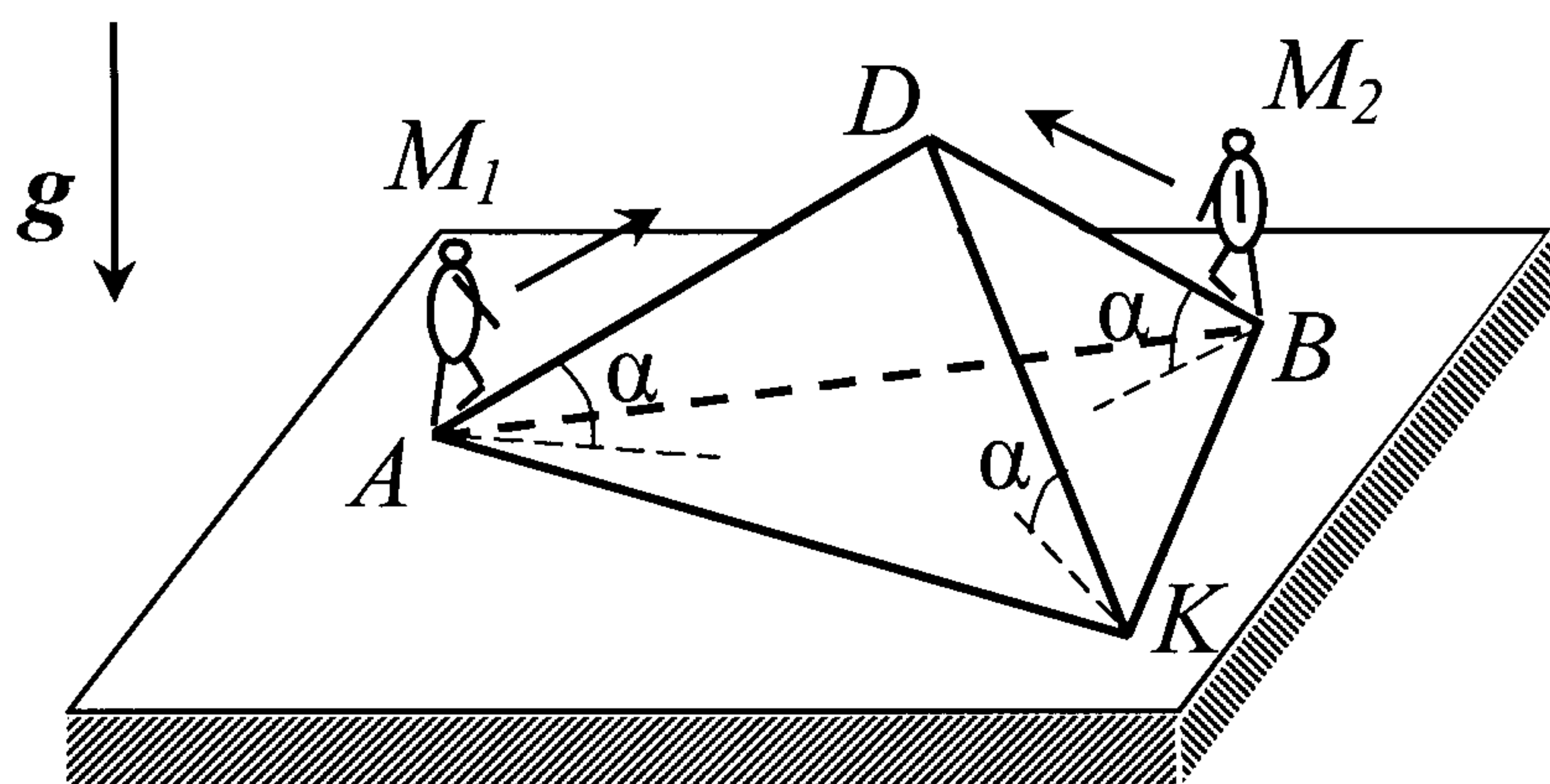
Задача Д2 (6 баллов). К однородному диску массы m с осью вращения O прикреплена в точке A пружина AB жесткости c (длина AB и радиус диска сопоставимы по величине). При недеформированном состоянии пружины угол между прямой AB и радиусом OA равен α ($\alpha \neq 0$). Диск повернули из этого положения на малый угол и отпустили без начальной скорости. Определите период малых свободных колебаний диска.



Задача Д3 (9 баллов). Пирамида $ABCD$ находится на гладкой горизонтальной поверхности. Её нижняя грань ABC имеет форму правильного треугольника, а ребра AD , BD , CD наклонены к грани ABC под одинаковыми углами, равными $\alpha = 30^\circ$. Массой пирамиды пренебрегаем. В точках пирамиды A и B находятся два человека (материальные точки) M_1 и M_2 , соответственно. Их массы одинаковы. Вначале система была в покое.

В некоторый момент M_1 и M_2 одновременно начинают подниматься вдоль её ребер AD и BD , соответственно. Определите скорость вершины D пирамиды в момент начала движения в случаях, когда скорости набора высоты (т.е. проекции скорости на вертикальную ось) точек M_1 и M_2 :

- 1) одинаковы и равны v ; (3 балла)
- 2) равны v и $2v$, соответственно. (6 баллов)



Задача Д4 (10 баллов). Однородный стержень AB длины l и массы m движется в вертикальной плоскости. Расстояние от вертикальной направляющей ползуна A до муфты D равно $a = (\sqrt{3}/4)l$. Размерами и массами ползуна и муфты, а также трением, пренебрегаем. Вначале конец B стержня совпадал с точкой D (при этом точка A была выше D).

1). Пусть AB вначале был в покое. Какова тогда угловая скорость стержня AB при прохождении его середины C через муфту D ? (3 балла)

2). Пусть начальная угловая скорость стержня AB направлена против часовой стрелки (либо равна нулю). Свяжем подвижную систему Dxy с муфтой ($y \perp AB$). Обозначим $S = N_{D,y}^{(1)} + N_{D,y}^{(2)}$, где $N_{D,y}^{(1)}$, $N_{D,y}^{(2)}$ – проекции на ось y силы реакции муфты D в моменты 1-го и 2-го прохождения точки C через муфту. Найдите S , доказав при этом, что S не зависит от величины начальной угловой скорости AB . (7 баллов)

