

**Всероссийская студенческая олимпиада
по теоретической механике, КНИТУ, 3-7 декабря 2014 г.**

Задачи компьютерного конкурса

Задача 1 (20 баллов).

Задание 1.1 (8 баллов). Одинаковые полудиски 1 и 2, каждый массой $m = 10$ кг и радиусом $R = 0.5$ м, располагаются в вертикальной плоскости (рис.1). Полудиски неоднородны, их центры тяжести C_1, C_2 удалены от центров их диаметров O_1, O_2 на расстояние $O_1C_1 = O_2C_2 = l$ ($l < R/2$), как указано на рисунке. Момент инерции каждого полудиска относительно оси, проходящей через центр диаметра перпендикулярно плоскости рисунка, равен $J_z = 2$ кг·м². Полудиск 2, шарнирно закрепленный в точке D , опирается точкой E на полудиск 1 в точке O_1 . Полудиск 1 может вращаться в неподвижной закругленной полости того же радиуса. Трением пренебрегаем.

В момент $t = 0$ диаметр AB полудиска 1 вертикален, а угол наклона диаметра ED полудиска 2 равен 30° . При этом система находилась в покое. Определите момент времени $t = \tau$, когда кромка AO_1 полудиска 1 ударится о кромку EO_2 полудиска 2 (рис. 2). Определите $N_{(\tau/2)}$ – силу давления тела 2 на тело 1 в момент $t = \tau/2$.

Принять ускорение свободного падения $g = 9.8$ м/с².

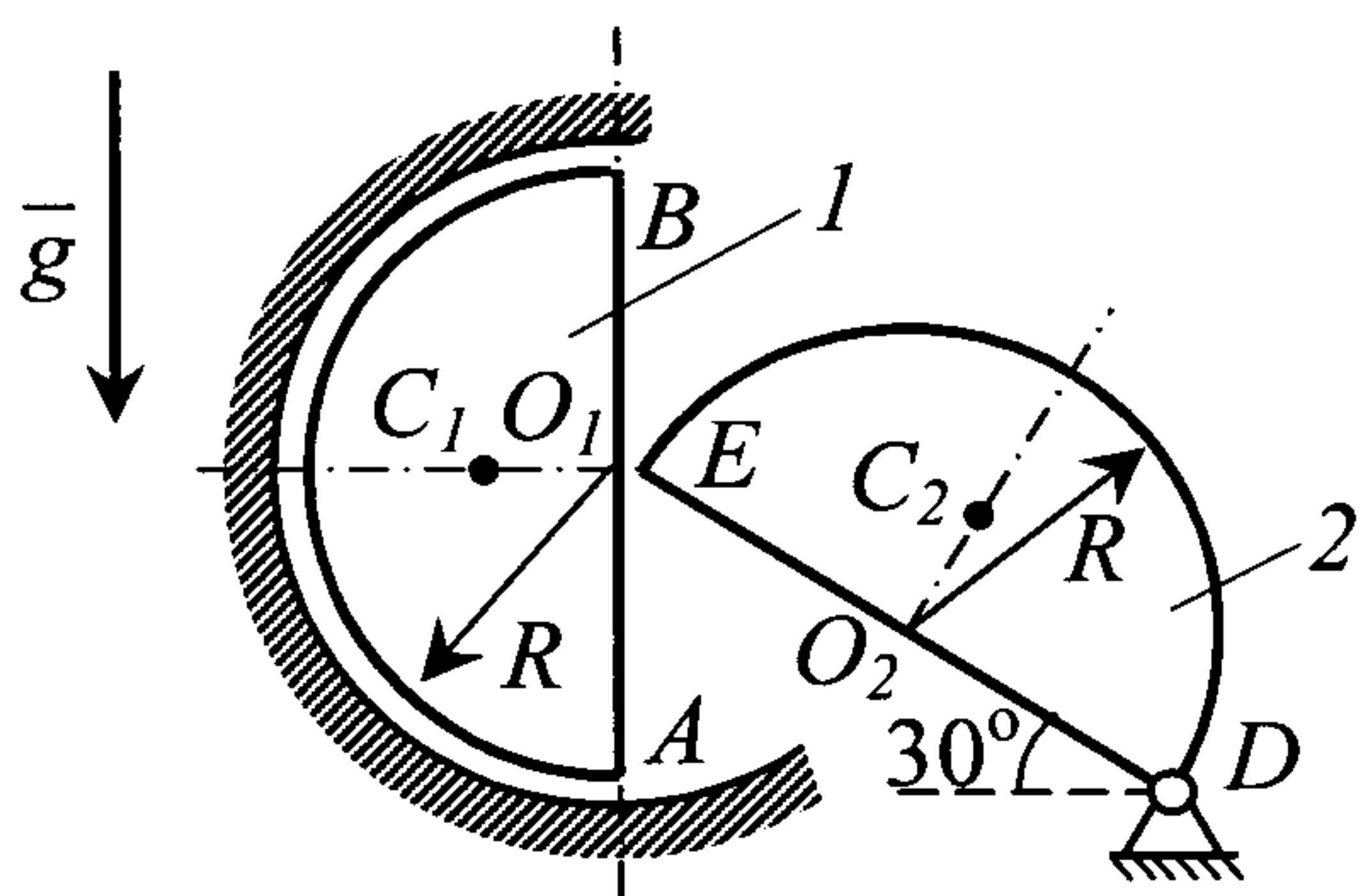


Рис. 1

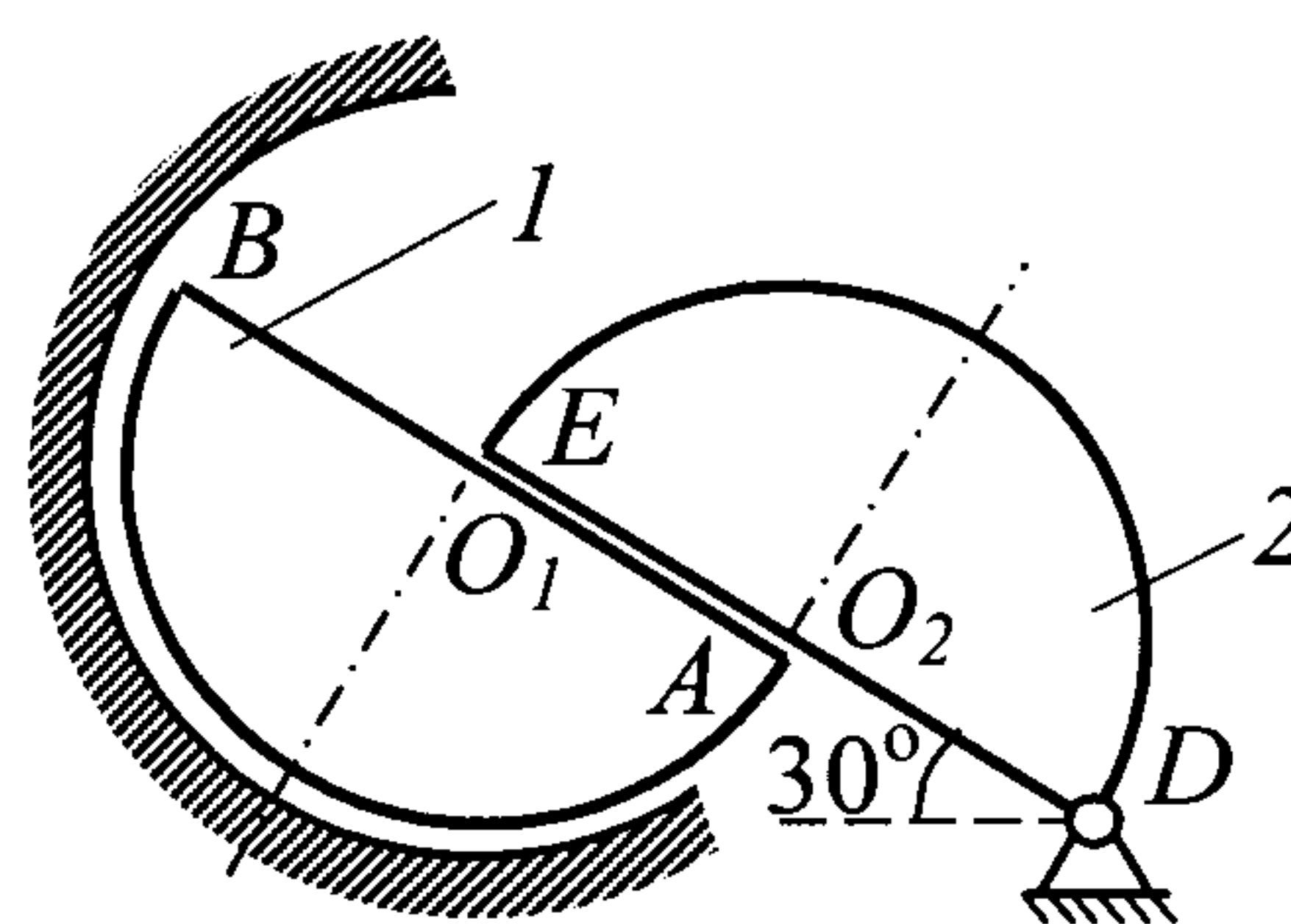


Рис. 2

Входные данные: l .

Выходные данные: τ , $N_{(\tau/2)}$ (4 балла, 4 балла).

Пример для отладки для этого задания не приводится.

Задание 1.2 (12 баллов). Вводим новый отсчет времени: полагаем, что при $t=0$ система находится в положении, ранее указанном на рис.2. Тело 1 поворачивают внутри закругленной полости по закону $\varphi(t) = \sqrt{t^4} + \sqrt{t^6 + t^5}$ (рад), где угол φ отсчитывают против часовой стрелки от прямой DO_1 (рис.3). При этом контакт между телами 1 и 2 все время сохраняется. Для заданного момента времени $t=T$ (значение T таково, что $0 < \varphi(T) < \pi/2$) определите угловые скорости ω_1 и ω_2 тел 1 и 2 , угловое ускорение ε_2 тела 2 с учетом знака («+» – против часовой стрелки, «-» – по часовой стрелке).

Входные данные: T .

Выходные данные: ω_1 , ω_2 , ε_2 (4 балла, 4 балла, 4 балла).

Пример для отладки. При $T=0.7$ с получим $\omega_1=1.9533$ рад/с, $\omega_2=-0.2184$ рад/с, $\varepsilon_2=2.718$ рад/с².

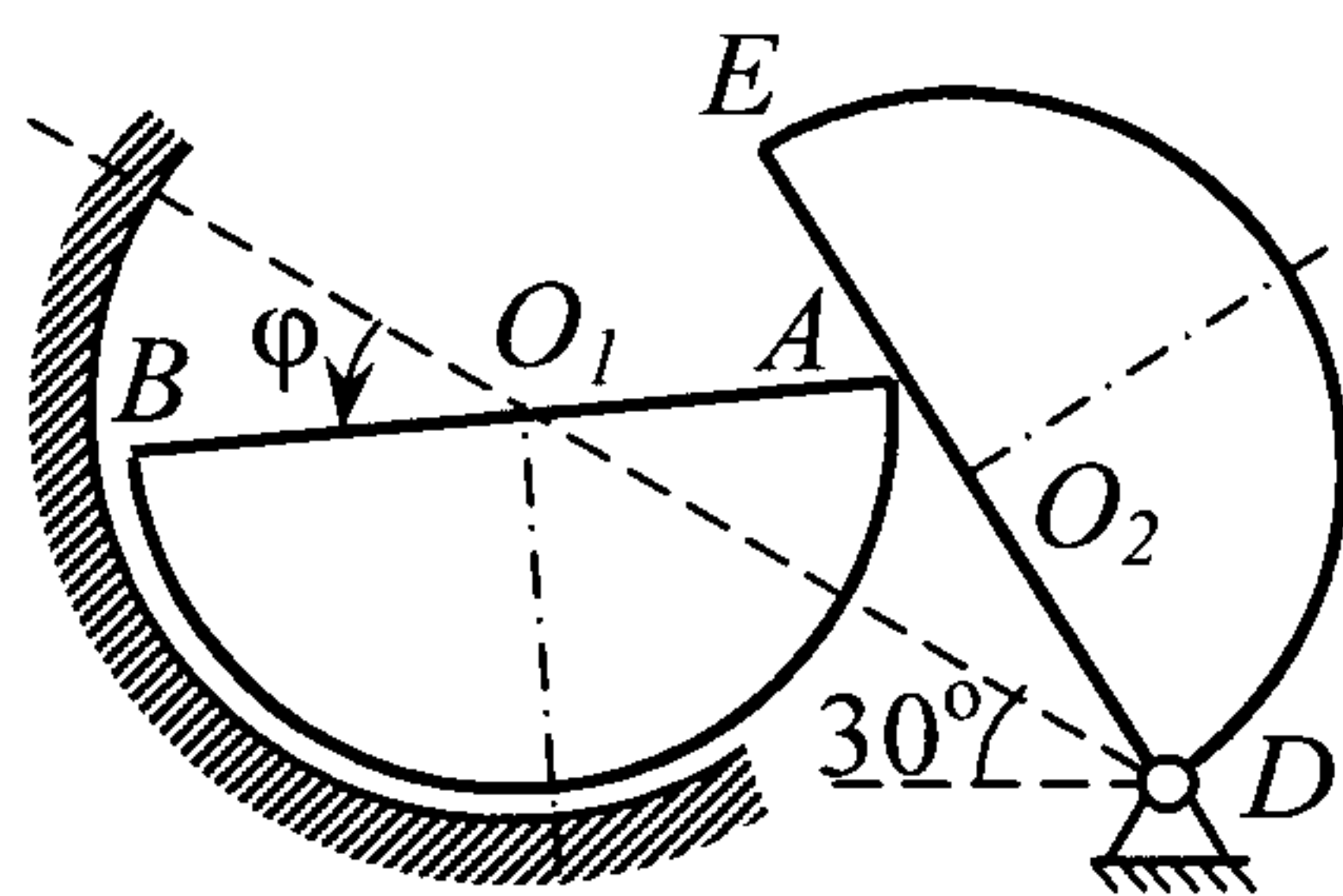


Рис. 3

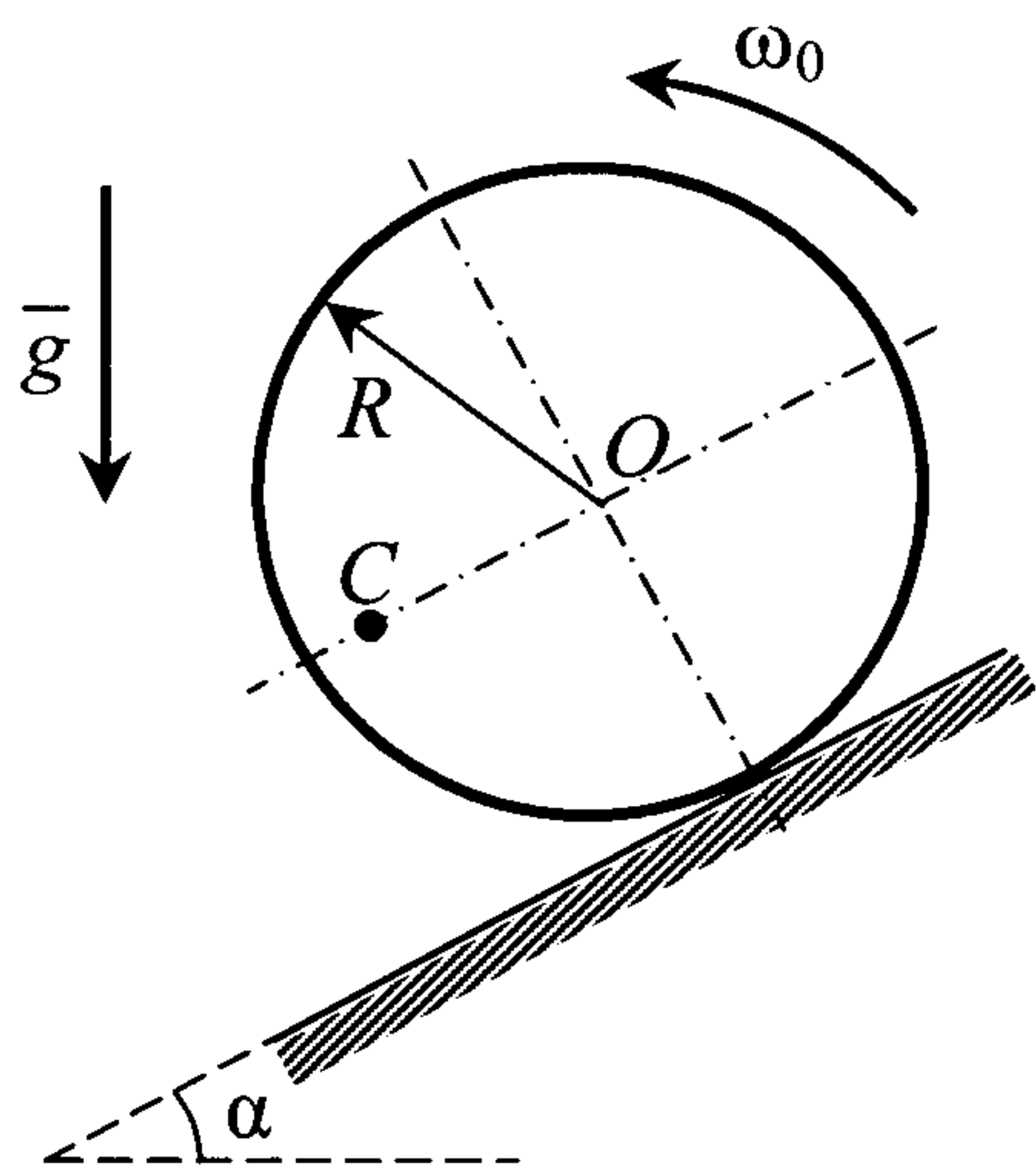


Рис. 4

Задача 2 (40 баллов). Тонкое кольцо радиуса $R = 0.5$ м находится на плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ (рис. 4). Плоскость гладкая, абсолютно неупругая. Кольцо неоднородное, его центр масс C находится на расстоянии $l = 0.45$ м от центра окружности кольца O . В момент $t = 0$ точка C находилась на диаметре кольца, параллельном наклонной плоскости, как указано на рисунке. При этом кольцу придали начальную угловую скорость ω_0 против часовой стрелки. Определите для момента времени t угловую скорость кольца ω с учетом знака

(«+» – против часовой стрелки, «-» – по часовой стрелке). Принять ускорение свободного падения $g = 9.8$ м/с².

Входные данные: ω_0, t .

Выходные данные: ω .

Примеры для отладки. При $\omega_0 = 6$ рад/с получим:

при $t = 0.2$ с $\omega = 11.965$ рад/с;

при $t = 0.8$ с $\omega = 4.898$ рад/с;

при $t = 1.2$ с $\omega = 10.241$ рад/с.