

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Казанский национальный исследовательский технологический
университет»
(ФГБОУ ВО «КНИТУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по УР
А.В. Бурмистров
« 21 » 10 2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

По дисциплине Б1.В.ОД.5 «Механика сплошной среды»

Специальность 18.05.01 «Химическая технология энергонасыщенных
материалов и изделий»

Специализации: №1 «Химическая технология органических соединений
азота»;

№2 «Химическая технология полимерных композиций, порохов и твердых
ракетных топлив»;

№3 «Технология энергонасыщенных материалов и изделий»;

№4 «Технология пиротехнических средств»;

№5 «Автоматизированное производство химических предприятий».

Квалификация (степень) выпускника ИНЖЕНЕР

Форма обучения ОЧНАЯ

Институт, факультет ИХТИ, ФЭМИ, ФЭТИБ

Кафедра-разработчик рабочей программы ТТХВ

Курс, семестр 3 курс, 6 семестр

	Часы	Зачетные единицы
Лекции	18	0,5
Практические занятия		
Семинарские занятия		
Лабораторные занятия	36	1
Самостоятельная работа	54	1,5
Форма аттестации - зачет		
Всего	108	3

Казань, 2017 г.

Рабочая программа составлена с учетом требований Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования № 1176 от 12.09.2016 года по специальности 18.05.01 «Химическая технология энергонасыщенных материалов и изделий» специализации:
№1 «Химическая технология органических соединений азота»;
№2 «Химическая технология полимерных композиций, порохов и твердых ракетных топлив»;
№3 «Технология энергонасыщенных материалов и изделий»;
№4 «Технология пиротехнических средств»;
№5 «Автоматизированное производство химических предприятий».
для набора обучающихся 2017 года.

Типовая программа по дисциплине Б1.В.ОД.5 «Механика сплошной среды» отсутствует.

Разработчик программы:

доцент каф. ТТХВ



И.Г.Бекбулатов

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ТТХВ, протокол № 3 от 20.10.2017 г.

Зав. кафедрой ТТХВ



В.Я.Базотов

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания учебно-методической комиссии ИХТИ от 24 октября 2017 г. № 35.

Председатель комиссии, профессор



В.Я. Базотов

Начальник УМЦ



Л.А. Китаева

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины являются изучение основных принципов построения моделей конкретных сплошных сред.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Механика сплошной среды» относится к вариативной части ООП и формирует у обучающихся по специальности подготовки 18.05.01 «Химическая технология энергонасыщенных материалов и изделий» специализации «Технология энергонасыщенных материалов и изделий» набор знаний, умений, навыков и компетенций, предусмотренных учебным планом.

Для успешного освоения дисциплины «Механика сплошной среды» обучающийся по направлению подготовки 18.05.01 «Химическая технология энергонасыщенных материалов и изделий» должен освоить материал предшествующих дисциплин:

- а) Б1.Б.8 Высшая математика
- б) Б1.Б.7 Физика
- в) Б1.Б.17.1 Теоретическая механика
- г) Б1.Б.17.2 Сопротивление материалов

Дисциплина «Механика сплошной среды» является предшествующей и необходима для успешного усвоения последующих дисциплин:

- а) Б1.Б.25.9 Композиционные энергонасыщенные материалы и изделия на их основе
- б) Б1.Б.25.3 Методы исследования структуры и свойств энергонасыщенных материалов

Знания, полученные при изучении дисциплины «Механика сплошной среды», могут быть использованы при прохождении производственной и преддипломной практик, а также при подготовке отчетов по ним и выполнении выпускных квалификационных работ по направлению подготовки инженеров 18.05.01 «Химическая технология энергонасыщенных материалов и изделий».

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

1. ОК-1- способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу.
2. ОПК-1- способностью использовать математические, естественнонаучные и инженерные знания для решения задач своей профессиональной деятельности.
3. ПК-10 - способностью изучать научно-техническую информацию, отечественный и зарубежный опыт по тематике исследований;

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

1) Знать:

- а) основные гипотезы, лежащие в основе построения механики сплошных сред;
- б) два основных способа описания движения сплошной среды, основные характеристики напряженно-деформируемого состояния сплошной среды;
- в) интегральную и дифференциальную формы законов сохранения, законы термодинамики.

2) Уметь:

- а) строить полные системы уравнений, описывающих поведение конкретной среды, ставить для них краевые и начальные условия;
- б) выбрать метод решения поставленной задачи.

3) Владеть:

- умением правильного выбора определяющих соотношений, соответствующих сути рассматриваемого натурального явления.
- навыками самостоятельного решения задач механики сплошной среды.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

[illegible]

5. Содержание лекционных занятий по темам с указанием формируемых компетенций.

№ п/п	Раздел дисциплины	Часы	Тема лекционного занятия	Краткое содержание	Формируемые компетенции
1	Р.1 Физические законы и постановка задач механики сплошной среды. Гипотеза сплошности. Кинематика сплошной среды	2	Т.1 Физические законы и постановка задач механики сплошной среды. Гипотеза сплошности. Кинематика сплошной среды	Гипотеза сплошности. Кинематика сплошной среды. Методы описания движения сплошной среды. Локальная и субстанциональная производная. Скалярные и векторные поля.	ОК-1, ОПК-1, ПК-10.
2	Р.2 Силы и напряжения в сплошной среде. Тензор напряжений	2	Т.2 Силы и напряжения в сплошной среде. Тензор напряжений	Силы и напряжения в сплошной среде. Тензор напряжений. Определение тензора второго ранга. Общее определение тензора. Обозначение тензоров. Алгебраические операции над тензорами. Геометрическая интерпретация тензоров второго ранга. Линейная векторная функция и тензор второго ранга. Главные значения и главные направления симметричного тензора второго ранга. Силы и напряжения в сплошной среде. Принцип напряжений Коши. Теорема о напряженном состоянии в точке сплошной среды.	ОК-1, ОПК-1, ПК-10.
3	Р.3 Интегральные законы сохранения сплошной среды. Дифференциальные законы сохранения сплошной среды.	2	Т.3 Интегральные законы сохранения сплошной среды. Дифференциальные законы сохранения сплошной среды.	Интегральные законы сохранения сплошной среды. Закон сохранения массы. Закон сохранения количества движения. Закон изменения момента количества движения. Закон сохранения энергии. Закон баланса энтропии. Дифференцирование по времени интеграла, взятого по подвижному (материальному) объему. Дифференциальные законы сохранения сплошной среды. Уравнение неразрывности (закон сохранения массы). Уравнение неразрывности для трубки тока. Уравнение неразрывности (закон сохранения массы) в переменных Лагранжа. Уравнения движения в напряжениях. Уравнения движения в напряжениях для трубки тока. Закон сохранения количества движения для трубки тока. Закон изменения момента количества движения (закон парности касательных напряжений). Закон сохранения энергии. Закон сохранения энергии для трубки тока. Теорема об изменении кинетической энергии (теорема живых сил). Теорема живых сил для трубки тока. Уравнение притока тепла. Система уравнений движения сплошной среды.	ОК-1, ОПК-1, ПК-10.
4	Р.4 Тензор деформаций. Тензор скоростей деформаций	2	Т.4 Тензор деформаций. Тензор скоростей деформаций	Тензор деформаций. Тензор скоростей деформаций. Деформация малой частицы. Теорема Гельмгольца. Тензор деформаций. Геометрический смысл компонент тензора деформаций. Инварианты тензора деформаций. Кубическое (объемное) расширение. Теорема Коши-Гельмгольца. Тензор скоростей деформаций. Геометрический смысл компонент тензора деформаций. Главные компоненты тензора скоростей деформаций. Инварианты тензора скоростей деформаций. Скорость кубического (объемного) расширения.	ОК-1, ОПК-1, ПК-10.
5	Р.5 Математическая модель идеальной жидкости. Основы газовой динамики.	2	Т.5 Математическая модель идеальной жидкости. Основы газовой динамики.	Математическая модель идеальной жидкости. Математическая модель идеальной несжимаемой жидкости. Уравнения Эйлера в форме Громеко-Ламда. Интеграл Бернулли. Частные виды интеграла Бернулли. Интеграл Коши-Лагранжа идеальной жидкости. Частные виды интеграла Коши-Лагранжа. Потенциальные течения баротропной идеальной жидкости. Малые возмущения состояния идеальной жидкости. Основы характеристики газа. Адиабата Пуассона. Адиабатическая скорость звука. Законы со-	ОК-1, ОПК-1, ПК-10.

				хранения для газа в дифференциальной постановке. Интеграл Бернулли установившегося движения газа. Интеграл Бернулли изометрического течения газа. Интеграл Бернулли адиабатического течения газа. Одномерное движение газа в трубе переменного сечения. Уравнение баланса энергии вдоль линии тока. Число Маха. Критические параметры. Уравнение Гюгонио. Изозэнтропические формулы для газа. Газодинамическая функции. Истечение газа через сходящиеся насадки. Расчетные и нерасчетные режимы течения. Расчет истечения без учета сжимаемости газа. Адиабатическое течение с трением в трубе постоянного сечения. Скорость распространения волн малых возмущений в газе. Простые волны. Распространение волн конечной интенсивности. Волны Римана. Ударные волны. Соотношения на скачке. Адиабата Гюгонио. Косой скачок уплотнения. Задача о распаде произвольного разрыва.	
6	Р.6 Математическая модель вязкой жидкости.	2	Т.6 Математическая модель вязкой жидкости.	Вязкая жидкость. Тензор напряжений в вязкой жидкости. Ньютоновская жидкость. Уравнения движения вязкой жидкости. Уравнения Навье-Стокса. Закон сохранения энергии для вязкой жидкости. Работа внутренних сил. Уравнение притока тепла. Понятие ламинарного и турбулентного течения. Прямолинейное движение вязкой несжимаемой жидкости по призматическим трубам. Прямолинейное течение между двумя параллельными стенками. Прямолинейное течение в осесимметричных трубах (течение Пуазейля). Течение в межтрубном пространстве. Гидравлические приложения теории вязкой жидкости. Расчет трубопроводов. Уравнение Бернулли для потока вязкой жидкости. Виды потерь напора. Расчет трубопроводов.	ОК-1, ОПК-1, ПК-10.
7	Р.7 Математическая модель линейного упругого тела.	2	Т.7 Математическая модель линейного упругого тела.	Определение упругого тела. Закон Гука. Постановка статических задач линейной теории упругости. Уравнение совместности деформаций. Постановка статических задач линейной теории упругости в перемещениях. Постановка статических задач линейной теории упругости в напряжениях. Простейшие случаи упругого равновесия. Растяжение стержня под действием осевой силы. Растяжение стержня под действием собственного веса. Деформации и напряжения, возникающие в круглой трубе под воздействием внутреннего и внешнего давления.	ОК-1, ОПК-1, ПК-10.
8	Р.8 Основные понятия механики многофазных сред.	2	Т.8 Основные понятия механики многофазных сред.	Введение в механику многофазных сред. Классификация многофазных сред. Метод объемного осреднения, как способ введения параметров двухфазного континуума. Определение N фазного континуума. Параметры многофазного континуума. Законы сохранения для многофазного континуума. Интегральные уравнения изменения массы фаз и смеси в целом.	ОК-1, ОПК-1, ПК-10.
9	Р.9 Дифференциальные, интегральные законы сохранения многофазных сред.	2	Т.9 Дифференциальные, интегральные законы сохранения многофазных сред.	Интегральные уравнения движения фаз. Дифференциальные уравнения движения фаз и смеси в целом. Тензор напряжений в фазах. Кинетическая, внутренняя и полная энергии фаз. Интегральные уравнения полной энергии фаз. Межфазный теплообмен. Фазовое равновесие. Дифференциальные уравнения полной энергии фаз и смеси в целом.	ОК-1, ОПК-1, ПК-10.

6. Практические занятия и контрольные работы не предусмотрены учебным планом.

7. Содержание лабораторных занятий.

Студенты выполняют четыре лабораторные работы по основным разделам курса, читаемого в шестом семестре. Каждая лабораторная работа содержит цель работы, постановку задачи, алгоритм решения задачи, задание на выполнение работы и содержание пояснительной записки.

№ п/п	Раздел дисциплины	Часы	Наименование лабораторной работы	Формируемые компетенции
1	Р.1- Р.3. Интегральные, дифференциальные законы сохранения сплошной среды.	9	Л.1. Лабораторное занятие № 1. Применение уравнений сохранения при изучении течения несжимаемой жидкости.	ОК-1, ОПК-1, ПК-10.
2	Р.3- Р.5. Математическая модель идеальной жидкости. Основы газовой динамики.	9	Л.2. Лабораторное занятие № 2. Применение уравнений сохранения при изучении течения сжимаемого газа.	ОК-1, ОПК-1, ПК-10.
3	Р.5- Р.7. Математическая модель вязкой жидкости. Модель линейного упругого тела.	9	Л.3. Лабораторное занятие № 3. Расчет стационарного течения в газодинамическом сопле Лавалля.	ОК-1, ОПК-1, ПК-10.
4	Р.7- Р.9. Модель линейного упругого тела. Дифференциальные, интегральные законы сохранения многофазных сред.	9	Л.4. Лабораторное занятие № 4. Применение метода характеристик для расчета нестационарных течений сжимаемого газа.	ОК-1, ОПК-1, ПК-10.

Лабораторные работы проводятся в помещении учебной лаборатории кафедры ТТХВ без использования специального оборудования.

8. Самостоятельная работа инженера.

№ п/п	Темы, выносимые на самостоятельную работу	Часы	Форма СРС	Формируемые компетенции
1	Р.1- Р.5. Законы сохранения сплошной среды. Тензор скоростей деформаций. модель идеальной жидкости. Основы газовой динамики.	27	Подготовка к практическому занятию (проработка теоретического материала и рекомендованной литературы) и к зачету, выполнение расчетно-графической работы №1	ОК-1, ОПК-1, ПК-10.
2	Р.5- Р.9. Математическая модель вязкой жидкости. Математическая модель линейного упругого тела. Основные понятия механики многофазных сред.	27	Подготовка к практическому занятию (проработка теоретического материала и рекомендованной литературы) и к зачету, выполнение расчетно-графической работы №2	ОК-1, ОПК-1, ПК-10.

9. Использование рейтинговой системы оценки знаний.

При оценке результатов деятельности студентов в рамках дисциплины «Механика сплошной среды» используется бально-рейтинговая система.

Применение рейтинговой системы осуществляется согласно «Положения о бально-рейтинговой системы оценки знаний студентов в КНИТУ», специально разработанной для данной дисциплины, с учетом значимости и трудоемкости выполняемой учебной работы.

Шкала оценивания

Цифровое выражение	Выражение в баллах БРС	Словесное выражение	Описание оценки в требованиях к уровню и объему компетенций
5	от 87 до 100	Отлично (зачтено)	Освоен превосходный уровень всех составляющих компетенций ОК-1, ОПК-1, ПК-10
4	от 73 до 87	Хорошо (зачтено)	Освоен продвинутый уровень всех составляющих компетенций ОК-1, ОПК-1, ПК-10
3	от 60 до 73	Удовлетворительно (зачтено)	Освоен пороговый уровень всех составляющих компетенций ОК-1, ОПК-1, ПК-10
2	до 60	Неудовлетворительно (незачтено)	Не освоен пороговый уровень всех составляющих компетенций ОК-1, ОПК-1, ПК-10

После окончания семестра, на основании семестровой составляющей (которая распределяется по семестру равномерно), студент, набравший от 60 до 100 баллов, считается успевающим. Студент, набравший менее 60 баллов, считается неуспевающим. Рейтинг студента за итоговую работу: максимально – 40 баллов и минимально – 24. Обязательным условием успеваемости, является выполнение студентом предусмотренных настоящей рабочей программой всех видов контроля: выполнение и защита лабораторных работ, выполнение и защита расчетно-графических работ, выполнение итоговой работы. Текущий рейтинг студентов по дисциплине складывается из оценки следующих видов контроля:

Оценочные средства	Кол-во	Min, баллов	Max, баллов
Лабораторная работа	4	12	20
Расчетно-графическая работа	2	24	40
Итоговая работа	1	24	40
Итого:		60	100

Пересчет рейтинга в традиционную и международную оценки системы оценки знаний производится в соответствии с установленной шкалой, приведенной в таблице. Пересчет рейтинга в традиционную и международную оценки

Оценка	Итоговая сумма баллов	Оценка (ECTS)
Отлично (5)	87- 100	Отлично (A)
Хорошо (4)	83-86	Очень хорошо (B)
	78-82	Хорошо (C)
	74-77	Удовлетворительно (D)
Удовлетворительно (3)	68-73	
	60-67	Посредственно (E)
Неудовлетворительно (2) Не зачтено	Ниже 60	Неудовлетворительно (F) Не зачтено

10. Информационно-методическое обеспечение дисциплины

10.1. Основная литература

При изучении дисциплины «Механика сплошной среды» в качестве основных источников информации рекомендуется использовать следующую литературу.

Источники информации	Кол-во экз.
1. В.Г. Черняк. Механика сплошных сред: учебное пособие для вузов : ФИЗМАТЛИТ, 2006 .	ЭБС «КнигаФонд» <URL: http://www.knigafund.ru/books/106350 > доступ с любой точки интернета после регистрации с IP – адресов КНИТУ.
2. А.Г. Горшков. Основы тензорного анализа и механика сплошной среды [Учебники] : Учебник для студ.вузов, обуч.по машиностр.напр. / Ин-т проблем механики; Под ред.Д.М.Климова .— М. : Наука, 2000 .— 214 с.	10 экз. в УНИЦ КНИТУ
3. Л.Г.Лойцянский. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1978. – 736 с.	26 экз. в УНИЦ КНИТУ

10.2. Дополнительная литература

В качестве дополнительных источников информации рекомендуется использовать следующую литературу:

Источники информации	Кол-во экз.
1. П.К. Рашевский. Риманова геометрия и тензорный анализ. Ч.1 : Евклидовы пространства и аффинные пространства. Тензорный анализ. Математические основы специальной теории относительности /.— 8-е изд., обновл. — М. : УРСС, 2014 .— 343 с.	1 экз. в УНИЦ КНИТУ
2. П.К. Рашевский. Риманова геометрия и тензорный анализ. Ч.2 : Римановы пространства и пространства аффинной связности. Тензорный анализ. Математические основы общей теории относительности .— 8-е изд., обновл. — М. : УРСС, 2014 .— 334 с.	1 экз. в УНИЦ КНИТУ

10.3. Электронные источники информации

При изучении дисциплины «Механика сплошной среды» в качестве электронных источников информации, рекомендуется использовать следующие источники:

1. Научная Электронная Библиотека (НЭБ) – Режим доступа: <http://elibrary.ru>
2. ЭБС «Юрайт» – Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru>
3. ЭБС «РУКОНТ» – Режим доступа: <http://rucont.ru>
4. ЭБС «IPRbooks» – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>
5. ЭБС «Лань» – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/books/>
6. ЭБС «КнигаФонд» – Режим доступа: www.knigafund.ru
7. ЭБС «БиблиоТех» – Режим доступа: <https://kstu.bibliotech.ru>
8. [Ruslan.kstu.ru](http://ruslan.kstu.ru) - Электронный каталог УНИЦ КНИТУ
9. ЭБС - «Консультант СПЕЦИАЛЬНЫЙ»

Согласовано:

Зав.сектором ОКУФ



11. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся и итоговой (государственной итоговой) аттестации разрабатываются согласно положению о Фондах оценочных средств, рассматриваются как составная часть рабочей программы и оформляются отдельным документом.

12. Материально-техническое обеспечение дисциплины.

1. Лекционные занятия:

- а) комплект электронных презентаций/слайдов,
- б) аудитории (И2-325), оснащенные презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук).

2. Лабораторные занятия

Проводятся в традиционной форме.

13. Образовательные технологии

При обучении дисциплине «Механика сплошной среды» используются следующие инновационные образовательные технологии:

- лекции-визуализации (с использованием иллюстрационного материала в виде компьютерных презентаций) на основе методов анализа реальных ситуаций и проблемного изложения учебного материала (предполагающего постановку преподавателем проблемных вопросов и задач с последующим их решением на основании сравнения различных подходов);
- лабораторные занятия в традиционной форме и с элементами решения проблемных задач на основе исследовательского подхода (преподавателем проводится постановка задачи, краткий инструктаж, после чего обучающиеся самостоятельно решают поставленную задачу, обобщая лекционный и практический материал) с последующим обсуждением результатов работы в студенческих учебных подгруппах. На лабораторных занятиях, 11 часов проводятся в интерактивных формах: совместный анализ (с преподавателем, студентами) вопросов, поиск путей решения поставленных задач.

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Казанский национальный исследовательский технологический
университет»

ФЭМИ.ФЭТИБ / ИХТИ

Кафедра ТТХВ

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине Б1.В.ОД.5 «Механика сплошной среды»

Специальность 18.05.01 «Химическая технология энергонасыщенных
материалов и изделий»

Специализации:

«Химическая технология органических соединений азота»;

«Химическая технология полимерных композиций, порохов и твердых
ракетных топлив»;

«Технология энергонасыщенных материалов и изделий»;

«Технология пиротехнических средств»;

«Автоматизированное производство химических предприятий».

Квалификация выпускника ИНЖЕНЕР

Казань 2017

СОСТАВИТЕЛЬ ФОС:

доцент каф. ТТХВ



И.Г.Бекбулатов

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры ТТХВ,
протокол № 3 от 20.10.2017 г.

Зав. кафедрой ТТХВ



В.Я.Базотов

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания учебно-методической комиссии ИХТИ от 24 октября
2017 г. № 35.

Председатель комиссии, профессор



В.Я. Базотов

Начальник УМЦ



Л.А. Китаева

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования

Индекс Компетенции	Содержание компетенции	Этапы формирования компетенции (указать все темы из РПД)			
		Лекции	Лабораторные занятия	Расчетно-графические работы	Оценочные средства
ОК-1	способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу.	Тема 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	л/р №1, л/р №2, л/р №3, л/р №4	Расчетно- графические работы 1,2.	Защита лабораторных работ, выполнение расчетно- графических работ, итоговая работа.
ОПК-1	способностью использовать математические, естественнонаучные и инженерные знания для решения задач своей профессиональной деятельности.	Тема 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	л/р №1, л/р №2, л/р №3, л/р №4	Расчетно- графические работы 1,2.	Защита лабораторных работ, выполнение расчетно- графических работ, итоговая работа.
ПК-10	способностью изучать научно-техническую информацию, отечественный и зарубежный опыт по тематике исследований.	Тема 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	л/р №1, л/р №2, л/р №3, л/р №4	Расчетно- графические работы 1,2.	Защита лабораторных работ, выполнение расчетно- графических работ итоговая работа.

Показатели и критерии оценивания компетенций с описанием шкал оценивания

Индекс компетенции	Содержание компетенции	Уровни освоения компетенции		
		Пороговый	Продвинутый	Превосходный
ОК-1	способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу.	способностью к базовому абстрактному мышлению, анализу, синтезу.	способностью к основным умозаключениям при абстрактном мышлении, анализе, синтезе.	способностью к сложным умозаключениям при абстрактном мышлении, анализе, синтезе, необходимых для решения задач профессиональной деятельности, в том числе творческих, требующих нестандартного подхода.
ОПК-1	способностью использовать математические, естественнонаучные и инженерные знания для решения задач своей профессиональной деятельности.	способностью использовать базовые математические, естественнонаучные и инженерные знания для решения задач своей профессиональной деятельности.	способностью использовать основные математические, естественнонаучные и инженерные знания для решения задач своей профессиональной деятельности.	способностью использовать все основные математические, естественнонаучные и инженерные знания для решения задач своей профессиональной деятельности.
ПК-10	способностью изучать научно-техническую информацию, отечественный и зарубежный опыт по тематике исследований.	способностью изучать рекомендованную научно-техническую информацию, отечественный и зарубежный опыт по тематике исследований.	Способностью самостоятельно находить и изучать научно-техническую информацию, отечественный и зарубежный опыт по тематике исследований.	Способностью самостоятельно находить, изучать и классифицировать научно-техническую информацию, отечественный и зарубежный опыт по тематике исследований.

При оценке результатов деятельности студентов в рамках дисциплины «Механика сплошной среды» используется балльно-рейтинговая система.

Применение рейтинговой системы осуществляется согласно «Положения о балльно-рейтинговой системы оценки знаний студентов в КГТУ», специально разработанной для данной дисциплины, с учетом значимости и трудоемкости выполняемой учебной работы.

Рейтинг студента за текущую работу в течение семестра максимально составляет 100 баллов, минимально – 60 баллов.

Зачет проставляется только при условии набора не менее 60 баллов.

Пересчет рейтинга в 4-х бальную систему оценки знаний производится в соответствии с установленной шкалой.

Шкала оценивания

Цифровое выражение	Выражение в баллах:	Словесное выражение	Описание оценки в требованиях к уровню и объему компетенций
5	от 87 до 100	Отлично (зачтено)	Освоен превосходный уровень всех составляющих компетенций ОК-1, ОПК-1, ПК-10.
4	от 73 до 87	Хорошо (зачтено)	Освоен продвинутый уровень всех составляющих компетенций ОК-1, ОПК-1, ПК-10.
3	от 60 до 73	Удовлетворительно (зачтено)	Освоен пороговый уровень всех составляющих компетенций ОК-1, ОПК-1, ПК-10.
2	до 60	Неудовлетворительно (незачтено)	Не освоен пороговый уровень всех составляющих компетенций ОК-1, ОПК-1, ПК-10..

Перечень оценочных средств и баллы, начисляемые за их выполнение

Вид контроля	Количество	Количество баллов для различных уровней		
		Превосходный	Продвинутый	Пороговый
Расчетно-графическая работа	2	35-40	29-35	24-29
Лабораторная работа	4	17-20	15-17	12-15
Итоговая работа	1	35-40	29-35	24-29
Итого:		87-100	73-87	60-73

Вопросы для проведения итоговой работы

1. Понятие «сплошности» среды.
2. Уравнение Бернулли для стационарного случая.
3. Эйлеров способ описания движения жидкости.
4. Определение функции тока.
5. Лагранжев способ описания движения жидкости.
6. Циркуляция скорости. Теорема Томпсона о циркуляции.
7. Понятие субстанциальной и локальной производной.
8. Уравнение Бернулли для нестационарного случая.
9. Уравнение гидростатики.
10. Уравнение движения идеальной жидкости. Его представление в векторной форме и в проекциях в декартовой системе координат.
11. Условие гидродинамического равновесия.
12. Условия потенциального течения жидкости.
13. Одновалентный тензор в Евклидовом пространстве
14. Симметрический тензор.
15. Двухвалентный тензор в Евклидовом пространстве
16. Разложение аффинора на симметрическую и кососимметрическую части.
17. Двухвалентный тензор как аффинор
18. Тензорные поля, дифференцирование тензора поля.
19. Векторное поле, аффинор скоростей деформаций.
20. Сложение, умножение тензоров.
21. Свертывание тензоров, подстановка индексов
22. Векторное поле, аффинор скоростей деформаций.
23. Кососимметрические тензоры, операция альтернации
24. Соленоидальное, потенциальное векторные поля.
25. Получение инвариантов при помощи кососимметрических тензоров
26. Малая деформация твердого тела, тензор напряжений.
27. Тензорные поля, дифференцирование тензора поля.
28. Зависимость тензора напряжений от тензора деформаций.
29. Поток аффинорного поля через поверхность. Теорема Остроградского.
30. Уравнение Бернулли для нестационарного случая.
31. Уравнение движения идеальной жидкости. Его представление в векторной форме и в проекциях в декартовой системе координат.
32. Определение функции тока.
33. Звуковые волны.
34. Основные уравнения гидродинамики сжимаемой жидкости в линейном приближении.

Критерии оценки по приему зачета
по дисциплине «Механика сплошной среды».

Зачет проставляется лишь после выполнения и защиты лабораторных работ, выполнения расчетно-графических работ, выполнение итоговой работы. Вопросы для проведения итоговой работы предлагаются преподавателем.

Максимальная оценка за выполнение итоговой работы составляет 40 баллов, каждый вопрос оценивается в 4 балл, 0.5 балла дается за ответы на поставленные вопросы, в которых допущены погрешности.

Для того чтобы выполнить итоговую работу, необходимо получить минимально 24 балла.

Лабораторная работа №1

ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЙ СОХРАНЕНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕЧЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

1. Цель работы

Применение уравнений сохранения для изучения движения несжимаемой жидкости при моделировании работы технических систем.

2. Постановка задачи

Жидкость из резервуара сливается через систему сообщающихся сосудов (см. рис.1). Резервуар имеет форму цистерны объемом $W_0 = \frac{\pi D_0^2}{4} \times L_0$, где D_0 – диаметр; L_0 – длина резервуара. Над уровнем жидкости в резервуаре поддерживается постоянное давление P_0 . Через отверстие на дне резервуара жидкость под действием напора h_0 и давления P_0 переливается в систему открытых сообщающихся сосудов с внешним давлением P_n . Площади соединительных отверстий обозначены F_0, F_1, F_2 – площадь сливного отверстия системы. Объемы сосудов $W_i = S_i \times H_i$, где S_i – площадь горизонтального сечения; H_i – высота сосудов ($i=1,2$). Исследовать поведение параметров системы в процессе слива воды.

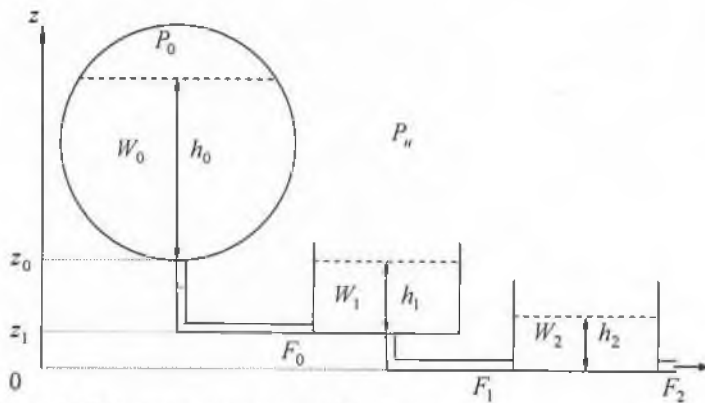


Рис. 1. Схема технической системы

3. Алгоритм решения задачи

Для решения задачи истечения несжимаемой жидкости из резервуара через малое отверстие запишем уравнения сохранения массы и энергии. Для случая несжимаемой жидкости ($\rho = \text{Const}$) это уравнение расхода

$\rho VS = \text{Const}$ и уравнение Бернулли

$$\frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} + gh = \text{Const}.$$

Здесь ρ – плотность жидкости; V – средняя по сечению отверстия скорость течения; S – площадь сечения; P – давление; g – ускорение свободного падения; h – высота уровня жидкости.

Рассмотрим истечение жидкости из резервуара в первый сосуд (рис. 1). Запишем данные уравнения для сечения на поверхности жидкости в резервуаре S_0 и выходного сечения F_0

$$\begin{cases} \rho VS_0 = \rho V_0 F_0 \\ \frac{V^2}{2} + \frac{P_0}{\rho} + g(h_0 + z_0) = \frac{V_0^2}{2} + \frac{P_n}{\rho} + g(h_1 + z_1) \end{cases}$$

где z_0, h_0 – высота расположения и уровень жидкости в резервуаре; z_1, h_1 – высота расположения и уровень жидкости в первом сосуде.

Из приведенной системы найдем средние скорости течения в рассматриваемых сечениях V и V_0

$$\begin{cases} V = V_0 \frac{F_0}{S_0} \\ \frac{V_0^2}{2} \left(\frac{F_0}{S_0} \right)^2 + \frac{P_0}{\rho} + g(h_0 + z_0) = \frac{V_0^2}{2} + \frac{P_H}{\rho} + g(h_1 + z_1) \end{cases}$$

Отсюда скорость истечения из резервуара

$$V_0 = \sqrt{\frac{2g(h_0 + z_0 - h_1 - z_1) + 2(P_0 - P_H)/\rho}{1 - (F_0/S_0)^2}}. \quad (1)$$

Аналогично рассчитываются скорости истечения из первого и второго сосудов V_1, V_2 .

Найденное решение представляет мгновенную скорость истечения при фиксированных параметрах. Для исследования процесса по времени необходимо решить уравнение

$$\frac{dh_i}{dt} = \frac{1}{\rho S_i} (\dot{m}_{i-1} - \dot{m}_i), \quad (2)$$

где h_i – высота уровня жидкости в i -ом сосуде, $0 \leq h_i \leq H_i$, $i=1,2$ (для резервуара $0 \leq h_0 \leq D$), $\dot{m}_i = \rho V_i F_i$ – расход жидкости через соединительные отверстия, V_i – скорость истечения из i -го сосуда, определяемая по формуле (1).

Задача решается численно с фиксированным шагом по времени Δt , выбираемым экспериментально, например $\Delta t \sim 1$ с, для получения порядка 100 шагов по времени. При этом непрерывные параметры от времени заменяются дискретными, зависящими от индекса n . Дифференциальное уравнение (2) аппроксимируется разностным уравнением

$$\frac{h_i^{n+1} - h_i^n}{\Delta t} = \frac{1}{\rho S_i} (\dot{m}_{i-1}^n - \dot{m}_i^n), \quad (3)$$

где параметры в правой части рассчитываются на n -ом временном слое – явная схема. Из уравнения (4) определяется значение уровня в следующий момент времени h_i^{n+1} , а затем рассчитываются значения остальных параметров.

4. Задание на лабораторную работу

- 1) На основе соотношений (1)-(3) построить математическую модель и реализовать алгоритм решения задачи для системы, представленной на рис. 1. Параметры системы выбрать в соответствии с вариантом задания из табл. 1.
- 2) Рассчитать значения и построить графики исследуемых параметров:
 - расход жидкости через соединительные отверстия $\dot{m}_i(t)$;
 - высота уровней жидкости в сосудах $h_i(t)$;
 - общее время процесса τ .
- 3) Отрегулировать систему (подобрать площади отверстий F_0, F_1 при фиксированной площади сливного отверстия F_2) на наискорейший слив жидкости из резервуара, не допуская перелива через края сосудов.
- 4) Составить отчет по лабораторной работе, содержащий следующие пункты: цель работы, постановка задачи, алгоритм решения задачи, исходные данные для расчета, результаты исследования, анализ результатов и выводы.

Таблица 1 Параметры системы для различных вариантов заданий

№ вар.	$D_0, \text{м}$	$L_0, \text{м}$	$P_0, \text{атм}$	$S_1, \text{м}^2$	$H_1, \text{м}$	$S_2, \text{м}^2$	$H_2, \text{м}$	$z_0, \text{м}$	$z_1, \text{м}$	$F_0, \text{см}^2$	$F_1, \text{см}^2$	$F_2, \text{см}^2$
1	2,0	3,0	1,2	0,8	1,0	0,8	1,2	0,5	0,3	5,0	5,0	5,0
2	2,5	2,5	0,8	1,0	1,2	0,6	0,8	0,0	0,0	3,0	5,0	7,0
3	1,5	3,5	1,0	1,2	0,8	1,0	1,2	1,0	0,0	7,0	3,0	10,0
4	2,0	3,0	1,5	1,4	1,4	1,2	0,8	0,5	0,3	10,0	7,0	5,0
5	2,5	3,0	2,0	1,6	1,6	0,8	1,4	0,0	0,0	15,0	10,0	7,0

6	1,5	2,5	0,5	0,8	1,0	0,6	1,6	1,0	0,0	5,0	5,0	10,0
7	2,0	3,5	1,2	1,0	1,0	1,0	1,4	0,5	0,3	3,0	3,0	5,0
8	2,5	3,0	0,8	1,2	1,2	1,2	1,2	0,0	0,0	7,0	7,0	7,0
9	1,5	3,0	1,0	1,4	0,8	0,8	0,8	1,0	0,0	10,0	10,0	10,0
10	2,0	2,5	1,5	1,6	1,4	0,6	1,4	0,5	0,3	15,0	5,0	5,0
11	2,5	3,5	2,0	0,8	1,6	1,0	1,6	0,0	0,0	5,0	3,0	7,0
12	1,5	3,0	0,5	1,0	1,0	1,2	1,0	1,0	0,0	3,0	7,0	10,0
13	2,0	3,0	1,2	1,2	1,0	0,8	1,2	0,5	0,3	7,0	10,0	5,0
14	2,5	2,5	0,8	1,4	1,2	0,6	0,8	0,0	0,0	10,0	5,0	7,0
15	1,5	3,5	1,0	1,6	0,8	1,0	1,2	1,0	0,0	15,0	3,0	10,0
16	2,0	3,0	1,5	0,8	1,4	1,2	0,8	0,5	0,3	5,0	7,0	5,0
17	2,5	3,0	2,0	1,0	1,6	0,8	1,4	0,0	0,0	3,0	10,0	7,0
18	1,5	2,5	0,5	1,2	1,0	0,6	1,6	1,0	0,0	7,0	5,0	10,0
19	2,0	3,5	1,2	1,4	1,2	1,0	0,8	0,5	0,3	10,0	7,0	5,0
20	1,5	3,0	0,8	1,6	0,8	1,2	1,4	0,0	0,0	15,0	10,0	7,0

Наружное давление $P_{\text{н}} = 10^5 \text{ Па}$. В резервуаре находится вода ($\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$).

5. Контрольные вопросы

- 1) Напишите уравнения сохранения для несжимаемой жидкости, их физический смысл.
- 2) Сформулируйте основные допущения принятые при решении задачи.
- 3) Приведите вывод скорости истечения жидкости из резервуара.

Лабораторная работа №2

ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЙ СОХРАНЕНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕЧЕНИЯ СЖИМАЕМОГО ГАЗА

1. Цель работы

Применение уравнений сохранения для изучения течения сжимаемого газа при моделировании работы технических систем.

2. Постановка задачи

Рассматривается система сосудов, заполненных газом (рис. 1). Сосуды соединены тонкой трубкой, которая в начальный момент перекрыта. Объемы сосудов обозначим W_i ; параметры газа в начальный момент времени: P_i – давление газа; T_i – температура ($i=1,2$). Площадь соединительного отверстия F_1 ; площадь спускного отверстия F_2 . Исследовать поведение параметров системы после разгерметизации.

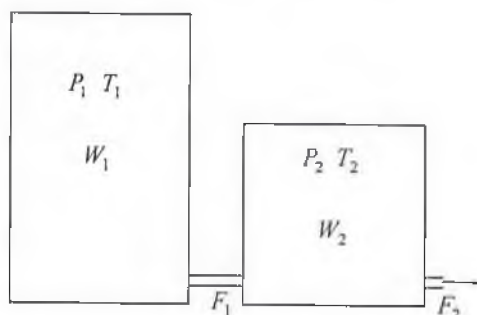


Рис. 1. Схема технической системы

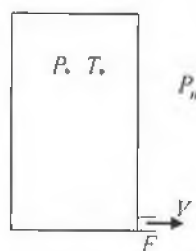


Рис. 2. Схема расчета истечения из сосуда

3. Алгоритм решения задачи

Для решения задачи истечения сжимаемого газа из сосуда через малое отверстие запишем уравнение расхода (рис. 2): $\dot{m} = \rho V F$.

При этом возможны два режима течения: критический и докритический. В случае критического режима течения расход газа равен:

$$\dot{m} = \dot{m}_{\text{кр}} = \rho_{\text{кр}} a_{\text{кр}} F, \quad (1)$$

где $\rho_{кр}$, $a_{кр}$ – критические параметры, плотность и скорость звука соответственно. Критические параметры определяются через параметры торможения:

$\rho_{кр} = \rho_* \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}$, $\rho_* = \frac{P_*}{RT_*}$; $a_{кр} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_*}$, где ρ_* , P_* , T_* – параметры торможения (параметры в сосуде); R – удельная газовая постоянная; k – показатель адиабаты.

После подстановки критических параметров, выраженных через параметры торможения, расход будет равен

$$\dot{m}_{кр} = \frac{P_*}{RT_*} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_*} \cdot F. \quad (2)$$

Обычно расход представляют в следующем виде

$$\dot{m}_{кр} = AP_* F, \quad (3)$$

$$\text{где } A = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \sqrt{\frac{k}{RT_*}} \quad (4)$$

– коэффициент истечения. В случае докритического истечения рассчитывают коэффициент приведенного расхода

$$\varphi = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{кр}} = \frac{\rho v F}{\rho_{кр} a_{кр} F}, \text{ тогда расход газа определяется по формуле } \dot{m} = \varphi \dot{m}_{кр}. \quad (5)$$

Используя газодинамические функции, найдем

$$\varphi = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{кр}} = \frac{\rho v}{\rho_{кр} a_{кр}} = \frac{v}{a_{кр}} \frac{\rho}{\rho_*} \frac{\rho_*}{\rho_{кр}} = \frac{\lambda \varepsilon(\lambda)}{\varepsilon(1)} = \lambda \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}}, \text{ где } \lambda = \frac{V}{a_{кр}} - \text{приведенная скорость;}$$

$\frac{\rho}{\rho_*} = \varepsilon(\lambda) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{k-1}}$. Обычно коэффициент φ выражает в зависимости от перепадов давле-

$$\text{ния } \frac{P_{II}}{P_*} = \pi(\lambda) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}, \text{ отсюда } \lambda = \sqrt{\frac{k+1}{k-1} \left(1 - \left(\frac{P_{II}}{P_*} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)}, \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{k-1}} = \left(\frac{P_{II}}{P_*} \right)^{\frac{1}{k}}.$$

В итоге получим

$$\varphi = \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{P_{II}}{P_*} \right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\frac{k+1}{k-1} \left(1 - \left(\frac{P_{II}}{P_*} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)}. \quad (6)$$

Расчет расхода по формулам (5)-(6) приводит к следующей ситуации (см. рис. 3).

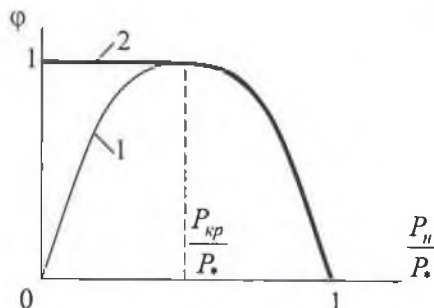


Рис. 3. График зависимости коэффициента приведенного расхода от перепада давлений

Левая часть кривой 1 физического смысла не имеет, реальная картина течения представлена кривой 2.

Явление, когда расход в камере перестаёт зависеть от P_{II} при достижении скорости звука получило название эффекта запиранья. Тогда условие определения режима течения будет иметь

следующий вид. Если $\frac{P_*}{P_n} > \frac{P_*}{P_{кр}} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}}$, то течение критическое $\varphi = 1$, иначе течение докритическое и φ определяется по формуле (6).

В общем случае расход определяется по формуле (5), где критический расход определяется по формулам (3)-(4), а коэффициент φ из следующего условия

$$\varphi = \begin{cases} 1, & \frac{P_*}{P_n} \geq \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}} \\ \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{P_n}{P_*}\right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\frac{k+1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{P_n}{P_*}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}, & \frac{P_*}{P_n} < \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}} \end{cases} \quad (7)$$

Найденное решение представляет мгновенный расход через отверстие при фиксированных параметрах. Для исследования процесса по времени необходимо решить уравнение

$$\frac{dM_i}{dt} = \dot{m}_{i-1} - \dot{m}_i, \quad (8)$$

где M_i – масса газа в i -ом сосуде, $\dot{m}_i$ – расход газа через соединительные трубки, определяемый по формулам (3)-(7).

Для определения остальных параметров системы используются соотношения

$$\rho_i = \frac{M_i}{W_i}; \quad (9)$$

$$P_i = P_i^0 \left(\frac{\rho_i}{\rho_i^0}\right)^k; \quad (10)$$

$$T_i = \frac{P_i}{R\rho_i}, \quad (11)$$

где P_i^0 , ρ_i^0 – давление и плотность в начальный момент времени.

Данные соотношения получены на основе допущений о том, что газ идеальный, а процесс адиабатный. Для рассматриваемого диапазона давлений газ можно считать идеальным. Так как истечение газа сравнительно кратковременно, то теплообменом можно пренебречь, а процесс рассматривать как адиабатный.

Расчет параметров производится до тех пор, пока давление в сосудах и окружающей среде не выровняются.

Задача решается численно с фиксированным шагом по времени Δt , выбираемым экспериментально, например $\Delta t \sim 10^{-3}$ с, для получения порядка 100 шагов по времени. При этом непрерывные параметры от времени заменяются дискретными, зависящими от индекса n . Дифференциальное уравнение (2) аппроксимируется разностным уравнением

$$\frac{M_i^{n+1} - M_i^n}{\Delta t} = (\dot{m}_{i-1} - \dot{m}_i)^n, \quad (12)$$

где параметры в правой части рассчитываются на n -ом временном слое – явная схема. Из уравнения (12) определяется значение массы в следующий момент времени M_i^{n+1} , а затем рассчитываются значения остальных параметров по формулам (9)-(11).

4. Задание на лабораторную работу

- 1) На основе соотношений (8)-(11) построить математическую модель и реализовать алгоритм решения задачи для системы, представленной на рис. 1. Параметры системы выбрать в соответствии с вариантом задания из табл. 1.
- 2) Рассчитать значения и построить графики исследуемых параметров системы:
– массу M_i ; давление P_i ; плотность ρ_i и температуру T_i газа в сосудах;

– скорость истечения газа через соединительные трубки V_i , которую определить из расхода $\dot{m}_i = \rho_i V_i F_i$;

– время критического истечения τ^* и общее время процесса τ .

3) Отрегулировать систему (подобрать площадь сечения F_1 при фиксированной площади спускного отверстия F_2), не допуская во втором сосуде превышения давления больше P_2^{max} .

4) Составить отчет по лабораторной работе, содержащий следующие пункты: цель работы, постановка задачи, алгоритм решения задачи, исходные данные для расчета, результаты исследования, анализ результатов и выводы.

Таблица 1 Параметры системы для различных вариантов заданий

№ вар.	$W_1, \text{м}^3$	$W_2, \text{м}^3$	$P_1, \text{атм}$	$P_2, \text{атм}$	$P_2^{max}, \text{атм}$	$F_1, \text{см}^2$	$F_2, \text{см}^2$
1	1,0	0,5	40,0	1,0	10,0	3,0	5,0
2	1,5	1,0	30,0	1,0	5,0	5,0	3,0
3	2,0	1,5	50,0	1,0	15,0	7,0	5,0
4	2,5	0,5	20,0	1,0	5,0	10,0	7,0
5	1,0	1,0	40,0	1,0	10,0	3,0	3,0
6	1,5	1,5	30,0	1,0	5,0	5,0	3,0
7	2,0	0,5	50,0	1,0	15,0	7,0	5,0
8	2,5	1,0	50,0	1,0	15,0	3,0	7,0
9	1,0	1,5	20,0	1,0	5,0	5,0	5,0
10	1,5	0,5	40,0	1,0	10,0	7,0	3,0
11	2,0	1,0	50,0	1,0	10,0	10,0	7,0
12	2,5	1,5	20,0	1,0	5,0	5,0	7,0
13	1,0	0,5	40,0	1,0	10,0	7,0	3,0
14	1,5	1,0	50,0	1,0	10,0	5,0	5,0
15	2,0	1,5	20,0	1,0	5,0	7,0	7,0
16	2,5	0,5	40,0	1,0	10,0	10,0	3,0
17	1,0	1,0	40,0	1,0	10,0	3,0	5,0
18	1,5	1,5	30,0	1,0	5,0	5,0	7,0
19	2,0	0,5	50,0	1,0	15,0	7,0	10,0
20	2,5	1,5	20,0	1,0	5,0	10,0	3,0

Наружное давление $P_n = 10^5 \text{ Па}$. Начальная температура газа $T_1 = T_2 = 300 \text{ К}$. В сосудах находится воздух, который считается идеальным газом с постоянными характеристиками: $R = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}$; $k = 1,4$.

5. Контрольные вопросы

- 1) Напишите уравнения сохранения для сжимаемого газа, их физический смысл.
- 2) Сформулируйте основные допущения принятые при решении задачи.
- 3) Приведите основные этапы вывода соотношения для расчета скорости истечения газа из сосуда.
- 4) Опишите возможные режимы истечения, условия смены режима.
- 5) Объясните эффект запираания при истечении газа через малое отверстие, как он влияет на параметры истечения.

Лабораторная работа №3

РАСЧЕТ СТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ В ГАЗОДИНАМИЧЕСКОМ СОИЛЕ ЛАВАЛЯ

1. Цель работы

Применение газодинамических функций для расчета стационарного течения в канале переменного сечения. Изучение механизма получения сверхзвукового потока в газодинамическом со-

пле.

2. Постановка задачи

Газодинамическое сопло (сопло Лавала) – устройство, предназначенное для разгона потока до сверхзвуковой скорости. Сопло Лавала представляет собой канал переменного сечения (рис. 1). Особенность данного устройства в том, что во входной части площадь сечения сопла уменьшается, а затем в выходной части – увеличивается. Такая форма канала позволяет получить на выходе сверхзвуковой поток. Причем на всем протяжении сопла скорость потока увеличивается. Во входной части сопла поток дозвуковой и для разгона потока необходимо сужение канала. Самое узкое сечение сопла называется критическим. Здесь скорость потока становится равной скорости звука. В выходной части сопла для разгона сверхзвукового потока площадь сечения увеличивается.

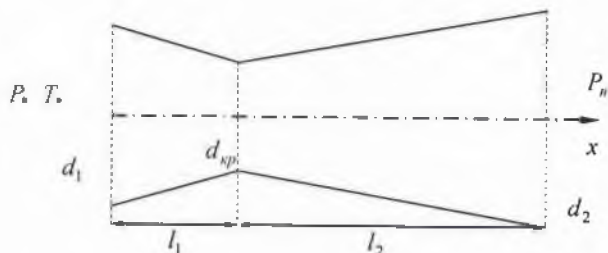


Рис. 1. Схема сопла

На входе в сопло поддерживаются постоянные параметры: P_* , T_* – параметры торможения ($V=0$) (параметры в камере сгорания). Рассмотрим простейшую геометрию осесимметричного сопла, когда диаметр меняется линейно от входного d_1 до критического $d_{кр}$ на длине l_1 и от $d_{кр}$ до выходного диаметра d_2 на длине l_2 . Тогда площадь сечения

$$F(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{4} \left(d_1 - \frac{x}{l_1} (d_1 - d_{кр}) \right)^2, & x \leq l_1 \\ \frac{\pi}{4} \left(d_{кр} + \frac{x-l_1}{l_2} (d_2 - d_{кр}) \right)^2, & x > l_1 \end{cases} \quad (1)$$

Исследуется изменение параметров течения по длине сопла.

3. Алгоритм решения задачи

Рассмотрим алгоритм решения задачи с помощью газодинамических функций.

Вывод основных зависимостей производится на основе законов сохранения массы и энергии. В случае одномерного течения это уравнения расхода:

$$\rho V F = \text{const}$$

и уравнение Бернулли:

$$H = \frac{V^2}{2} + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{P}{\rho} = \text{const}.$$

Течение считается изэнтропийным, поэтому

$$\theta = \frac{P}{\rho^k} = \text{const}.$$

Здесь H – энтальпия; θ – энтропия.

Зависимость скорости от площади сечения определяется из уравнения расхода:

$$\rho V F = \text{const} = \rho_{кр} a_{кр} F_{кр}.$$

Преобразуем последнее уравнение:

$$\frac{\rho V}{\rho_{кр} a_{кр}} = \frac{F_{кр}}{F} = q(\lambda),$$

где $\lambda = \frac{V}{a_{кр}}$ – приведенная скорость; $\rho_{кр}$, $a_{кр}$ – плотность и скорость звука в критическом сече-

нии $F_{кр}$ соответственно.

Рассмотрим левую часть последнего уравнения:

$$\frac{\rho V}{\rho_{кр} a_{кр}} = \frac{V}{a_{кр}} \frac{\rho}{\rho_*} \frac{\rho_*}{\rho_{кр}} = \frac{\lambda \varepsilon(\lambda)}{\varepsilon(1)} = \lambda \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}}.$$

$$q(\lambda) = \lambda \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \frac{F_{кр}}{F}, \quad (2)$$

где k – показатель адиабаты. Получили нелинейное уравнение, решив которое находим λ .

Решать данное уравнение удобнее численно, при помощи какого либо итерационного метода решения нелинейных уравнений. При решении уравнения в общем случае получается два корня $\lambda_1 < 1$ и $\lambda_2 > 1$. Требуемое решение выбираем в соответствии с режимом течения: $\lambda < 1$ – для дозвуковой части сопла ($x < l_1$) и $\lambda > 1$ – для сверхзвуковой части сопла ($x > l_1$), в критическом сечении $\lambda = 1$. Поиск требуемого решения численным методом можно настроить путем выбора начального приближения.

При задании исходных параметров необходимо проверить условие получения сверхзвукового потока

$$\frac{P_*}{P_n} > \frac{P_*}{P_{кр}} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (3)$$

При выполнении данного условия поток в критическом сечении становится звуковым, и на выходе из сопла получаем сверхзвуковой поток. Если условие не выполняется, то энергии потока не хватает чтобы перейти звуковой барьер. При этом в выходной части сопла дозвуковой поток тормозится. Такое устройство получило название трубка Вентури, которое используется для создания пониженного давления. Для расчета параметров в этом случае на всей длине сопла берется $\lambda < 1$.

Для определения других параметров используются газодинамические функции

$$\frac{T}{T_*} = \tau(\lambda) = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2, \quad (4)$$

$$\frac{P}{P_*} = \pi(\lambda) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad (5)$$

$$\frac{\rho}{\rho_*} = \varepsilon(\lambda) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}. \quad (6)$$

Скорость

$$V = a_{кр} \lambda, \quad (7)$$

где

$$a_{кр} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_*}.$$

Исследуемыми параметрами при расчете сопла являются параметры потока в выходном сечении. В случае сверхзвукового потока давление на выходе из сопла P_a может отличаться от давления окружающей среды P_n . Это обусловлено свойством сверхзвукового потока – нечувствительность к параметрам окружающей среды, так как возмущения распространяются только по направлению потока. Если $P_a > P_n$ сопло недорасширенное, если $P_a < P_n$ – перерасширенное. Сечение сопла, в котором $P_a = P_n$ называется расчетным.

В случае дозвукового потока давление в выходном сечении всегда равно давлению окружающей среды.

Для расчета параметров течения по всей длине сопло разбивается на конечное число сечений с шагом $\Delta x = \frac{l_1 + l_2}{N}$, где N – число разбиений. Тогда все параметры будут зависеть от индекса i ,

например V_i , $i=0, \dots, N$. В каждом сечении отдельно решается уравнение (2) и находятся параметры по формулам (4)–(7).

4. Задание на лабораторную работу

- 1) Реализовать алгоритм решения задачи для сопла представленного на рис. 1. Параметры сопла выбрать в соответствии с вариантом задания из табл. 1.
- 2) Рассчитать значения и построить графики исследуемых параметров: скорость V_i , скорость звука $a_i = \sqrt{kRT_i}$, давление P_i , плотность ρ_i , температуру T_i газа по длине сопла.
- 3) Показать выполнение законов сохранения массы и энергии для рассматриваемого течения.
- 4) Исследовать качественную зависимость параметров на выходе из сопла от диаметров критического и выходного сечения $d_{кр}$, d_2 .

Таблица 1. Параметры системы для различных вариантов заданий

№ вар.	$d_1, \text{мм}$	$d_{кр}, \text{мм}$	$d_2, \text{мм}$	$l_1, \text{мм}$	$l_2, \text{мм}$	$P_*, \text{МПа}$	$T_*, \text{К}$
1	150	100	200	150	250	4,0	500
2	100	70	250	250	250	5,0	700
3	200	150	250	200	250	3,0	800
4	150	70	150	150	150	6,0	900
5	100	50	200	150	350	4,0	1000
6	200	100	250	250	250	5,0	600
7	150	100	250	150	350	3,0	500
8	100	70	200	150	250	6,0	1500
9	200	150	200	250	450	4,0	800
10	150	100	300	250	250	5,0	600
11	100	70	300	150	350	3,0	700
12	200	150	300	350	450	6,0	900
13	150	70	200	150	250	4,0	600
14	100	50	150	150	200	5,0	700
15	200	100	250	250	250	3,0	900
16	150	100	250	250	350	6,0	600
17	100	70	200	150	250	4,0	700
18	200	150	300	350	500	5,0	900
19	150	100	250	150	250	3,0	600
20	200	100	300	250	250	6,0	1200

Наружное давление $P_n = 10^5 \text{ Па}$. В качестве рабочего тела рассматривается воздух с постоянными характеристиками: $R = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$; $k = 1,4$.

6. Контрольные вопросы

- 1) Опишите сопло Лаваля: назначение, геометрические особенности, условия применения.
- 2) Сформулируйте условия получения сверхзвукового потока в канале переменного сечения.
- 3) Назовите типы газодинамических параметров, их физический смысл.
- 4) Напишите законы сохранения, используемые при расчете параметров течения в сопле Лаваля.
- 5) Напишите газодинамические функции, способы их применения.
- 6) Приведите основные этапы алгоритма расчета течения в сопле Лаваля с помощью газодинамических функций.

Лабораторная работа №4

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ РАСЧЕТА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ СЖИМАЕМОГО ГАЗА

1. Цель работы

Изучение постановки задачи расчета нестационарного течения и постановки граничных условий методом характеристик. Реализация алгоритма расчета течения методом характеристик. Изучение нестационарных процессов в газе.

2. Постановка задачи

Исследуется нестационарное течение сжимаемого газа в канале с постоянной площадью сечения. Рассматриваются два случая. В первом случае заданы параметры газа на левой границе канала: давление P_0 , температура T_0 (рис. 1). Правая выходная граница открыта, сообщается с окружающей средой с параметрами: давление $P_{\text{н}}$, температура $T_{\text{н}}$. В начальный момент времени параметры в канале равны параметрам окружающей среды.

Во втором случае в начальный момент времени посередине канала установлена перегородка (рис. 2). В разделенных частях канала поддерживаются различные параметры газа P_1, T_1, P_2, T_2 . Левая и правая границы канала закрыты. Затем перегородка убирается.

Исследуется изменение параметров в канале с течением времени.

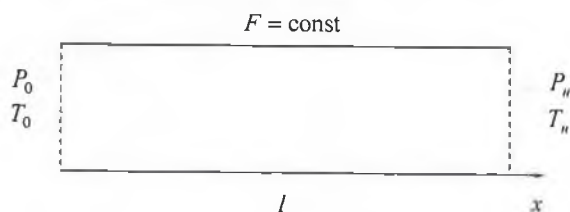


Рис. 1. Схема канала (вариант 1)

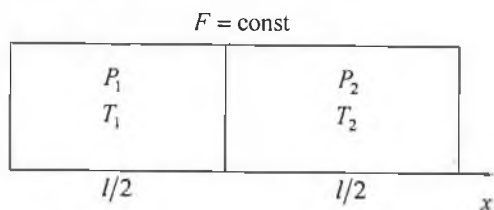


Рис. 2. Схема канала (вариант 2)

3. Математическая модель

Нестационарное течение сжимаемого газа в канале постоянного сечения описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial V}{\partial x} = 0, \\ \frac{dV}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = 0, \\ \frac{d\theta}{dt} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где ρ – плотность; V – скорость; P – давление; $\theta = \frac{P}{\rho^k}$ – энтропия; $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x}$ – оператор полной производной.

Введем вспомогательную функцию $\tilde{P} = \int_{P_0}^P \frac{dP}{\rho a}$, где a – скорость звука.

Выразим члены уравнений системы (1)

$$a^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\theta} = \frac{kP}{\rho} = kRT,$$

$$\frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} = \frac{1}{\rho a} \frac{\partial P}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = \rho a \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \left(\frac{d\rho}{dP} \right)_\theta \frac{dP}{dt} + \left(\frac{d\rho}{d\theta} \right)_P \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial P}{\partial t},$$

$$\frac{d\tilde{P}}{dt} = \frac{1}{\rho a} \frac{dP}{dt} \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\rho a}{a^2} \frac{d\tilde{P}}{dt}.$$

Подставим в (1)

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{P}}{dt} + a \frac{\partial V}{\partial x} = 0, \\ \frac{dV}{dt} + a \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} = 0, \\ \frac{d\theta}{dt} = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{d}{dt}(\tilde{P} + V) + a \frac{\partial}{\partial x}(\tilde{P} + V) = 0, \\ \frac{d}{dt}(\tilde{P} - V) - a \frac{\partial}{\partial x}(\tilde{P} - V) = 0, \\ \frac{d\theta}{dt} = 0. \end{cases}$$

Обозначим $r = \tilde{P} + V$ $\mu = \tilde{P} - V$ – I и II инварианты Римана.

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} + a \frac{\partial r}{\partial x} = 0, \\ \frac{d\mu}{dt} - a \frac{\partial \mu}{\partial x} = 0, \\ \frac{d\theta}{dt} = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial r}{\partial t} + (V + a) \frac{\partial r}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \mu}{\partial t} + (V - a) \frac{\partial \mu}{\partial x} = 0, \\ \frac{d\theta}{dt} = 0. \end{cases}$$

Используем определение производной по направлению

$$\left(\frac{dr}{dt} \right)_l = \frac{\partial r}{\partial t} + \left(\frac{\partial r}{\partial x} \right) \left(\frac{dx}{dt} \right)_l, \quad l: \frac{dx}{dt} = V(t),$$

получим

$$\begin{cases} \left(\frac{dr}{dt} \right)_1 = 0, \quad 1: \frac{dx}{dt} = V + a; \\ \left(\frac{d\mu}{dt} \right)_2 = 0, \quad 2: \frac{dx}{dt} = V - a; \\ \left(\frac{d\theta}{dt} \right)_3 = 0, \quad 3: \frac{dx}{dt} = V. \end{cases}$$

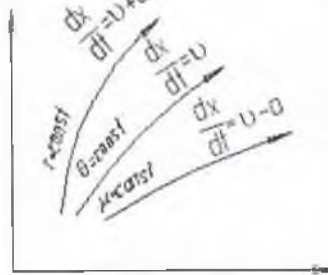


Рис. 3. Характеристики

Направления 1, 2, 3 называются

характеристическими.

Вдоль первого и второго направления сохраняются инварианты Римана I и II соответственно; вдоль третьего направления сохраняется энтропия.

Таким образом, система дифференциальных уравнений в частных производных для одномерного течения сводится к системе ОДУ.

Физический смысл характеристик: характеристики 3-го семейства – траектории частиц; характеристики 1-го и 2-го семейства представляют собой линии распространения малых возмущений в газе.

Рассмотрим функцию $\tilde{P}$

$$\tilde{P} = \int_{P_0}^P \frac{dP}{\rho a} = \int_{a_0}^a \frac{2}{k-1} da = \frac{2}{k-1} (a - a_0) = \frac{2}{k-1} a,$$

тогда система примет вид

$$\begin{cases} r = \frac{2}{k-1} a + V = \text{const}, \quad \frac{dx}{dt} = V + a; \\ \mu = \frac{2}{k-1} a - V = \text{const}, \quad \frac{dx}{dt} = V - a; \\ \theta = \frac{P}{\rho^k} = \text{const}, \quad \frac{dx}{dt} = V. \end{cases} \quad (2)$$

4. Алгоритм решения задачи

Метод характеристик – самый первый численный метод решения нестационарных уравнений газовой динамики. Он наиболее полно соответствует физике протекающих процессов.

Для реализации численного метода канал по длине разбивается на конечное число интервалов с шагом $\Delta x = \frac{l}{N}$, где N – число разбиений. Временной интервал выбирается из условия устойчивости численного алгоритма (условие Куранта-Фридрихса-Леви):

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{\max(|V+a|, |V-a|)} \quad (3)$$

Тогда все параметры будут дискретными функциями двух индексов, например V_i^n , где $i=0, \dots, N$, $n=0, 1, 2, \dots$.

Рассмотрим основные этапы реализации метода характеристик по слоям.

В начальный момент времени $t=0$ параметры системы известны. Для расчета параметров в течение времени реализуется последовательный расчет параметров по новом временном слое по известным параметрам на предыдущем слое.

Для расчета параметров на $n+1$ -ом временном слое из точки x_i опускаются характеристики на n -ый слой (рис. 3). Точки пересечения x_1, x_2, x_3 находятся из уравнений

$$\begin{aligned} x_1 &= x_i - (V+a)_i^n \Delta t, \\ x_2 &= x_i - (V-a)_i^n \Delta t, \\ x_3 &= x_i - V_i^n \Delta t. \end{aligned} \quad (4)$$

Затем определяются значения параметров в точках x_1, x_2, x_3 методом линейной интерполяции (например, для случая $V > 0$, $V < a$)

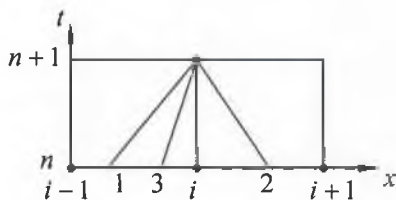


Рис. 3. Схема расчета

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{i-1} + \frac{V_i - V_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}(x_1 - x_{i-1}); & a_1 &= a_{i-1} + \frac{a_i - a_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}(x_1 - x_{i-1}); & P_3 &= P_{i-1} + \frac{P_i - P_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}(x_3 - x_{i-1}); \\ V_2 &= V_i + \frac{V_{i+1} - V_i}{x_{i+1} - x_i}(x_2 - x_i); & a_2 &= a_i + \frac{a_{i+1} - a_i}{x_{i+1} - x_i}(x_2 - x_i); & \rho_3 &= \rho_{i-1} + \frac{\rho_i - \rho_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}(x_3 - x_{i-1}). \end{aligned} \quad (5)$$

Вычисляются инварианты r_1, μ_2, θ_3 в точках x_1, x_2, x_3 соответственно

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{2}{k-1} a_1 + V_1; \\ \mu_2 &= \frac{2}{k-1} a_2 - V_2; \\ \theta_3 &= \frac{P_3}{(\rho_3)^k}. \end{aligned} \quad (6)$$

Значения инвариантов на $n+1$ -ом временном слое в точке x_i определяются в соответствии с системой (2)

$$\begin{cases} r_i^{n+1} = \frac{2}{k-1} a_i^{n+1} + V_i^{n+1} = r_1; \\ \mu_i^{n+1} = \frac{2}{k-1} a_i^{n+1} - V_i^{n+1} = \mu_2; \\ \theta_i^{n+1} = \frac{P_i^{n+1}}{(\rho_i^{n+1})^k} = \theta_3. \end{cases} \quad (7)$$

Из системы уравнений (7) затем определяются значения параметров на $n+1$ -ом временном слое

$$\begin{aligned}
 V_i^{n+1} &= \frac{r_1 - \mu_2}{2}; \quad a_i^{n+1} = \frac{k-1}{2} \frac{r_1 + \mu_2}{2}; \\
 T_i^{n+1} &= \frac{(a_i^{n+1})^2}{kR}; \quad \rho_i^{n+1} = \left(\frac{RT_i^{n+1}}{\theta_3} \right)^{\frac{1}{k-1}}; \\
 P_i^{n+1} &= \rho_i^{n+1} RT_i^{n+1}.
 \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, алгоритм расчета параметров внутри расчетной области заключается в последовательном расчете на каждом временном слое по формулам (4)-(8). Однако на границах расчетной области существуют особенности и необходимы специальные алгоритмы расчета параметров на границах.

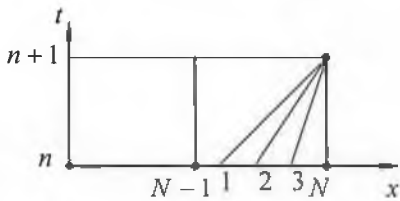


Рис. 4. Схема расчета

При постановке граничных условий возможны следующие случаи:

1) На выходной границе x_N сверхзвуковой поток $V_N > a_N$.

В этом случае характеристики всех семейств будут иметь положительный наклон и при проецировании на n -ый слой будут направлены внутрь расчетной области (рис. 4). При этом алгоритм определения параметров в точке x_N на $n+1$ -ом временном слое ничем не будет отличаться от алгоритма определения параметров внутри расчетной области – формулы (4)-(8).

2) На выходной границе x_N дозвуковой поток $V_N < a_N$.

В этом случае характеристика 2-го семейства выходит за пределы расчетной области (рис. 5). Таким образом, в системе уравнений (7) останется два уравнения и для определения параметров необходимо дополнительное условие. Как правило, можно считать, что при $V_N < a_N$: $P_N = P_n$.

При этом алгоритм определения параметров в точке x_N на $n+1$ -ом временном слое будет следующим

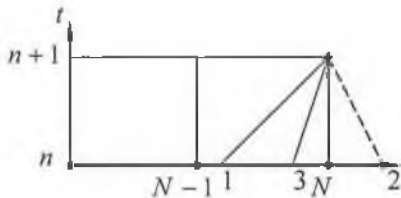


Рис. 5. Схема расчета

$$P_N^{n+1} = P_n; \quad \rho_N^{n+1} = \left(\frac{P_N^{n+1}}{\theta_3} \right)^{\frac{1}{k}}; \quad T_N^{n+1} = \frac{P_N^{n+1}}{\rho_N^{n+1} R}; \quad a_N^{n+1} = \sqrt{kRT_N^{n+1}}; \quad V_i^{n+1} = r_1 - \frac{2}{k-1} a_N^{n+1} \quad (9)$$

3) Случай, когда граница x_N закрыта.

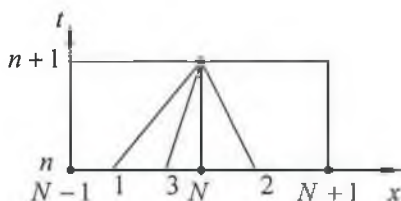


Рис. 6. Схема расчета

В этом случае для определения параметров вводится фиктивная точка $x_{N+1} = x_N + \Delta x$ (рис. 6), параметры в которой рассчитываются из условия симметрии: $P_{N+1} = P_{N-1}$, $T_{N+1} = T_{N-1}$, скорость $V_{N+1} = -V_{N-1}$. Тогда параметры в точках x_1 , x_2 , x_3 рассчитываются по общему алгоритму – формулы (4)-(8).

Аналогично рассчитываются параметры на границы x_0 в случае если там установлена перегородка (вариант 2). Если x_0 – входная граница, то параметры задаются (вариант 1).

Нестационарная задача решается до момента установления стационарного режима течения, то

есть до выполнения условия (например, для давления)

$$\max_i \left| \frac{P_i^{n+1} - P_i^n}{P_i^n} \right| \cdot 100 < \varepsilon, \quad (10)$$

где ε – погрешность, задаваемая в %.

5. Задание на лабораторную работу

- 1) Изучить постановку задачи и различные типы граничных условий с помощью метода характеристик.
- 2) Реализовать алгоритм метода характеристик расчета нестационарного течения для задач представленных на рис. 1 и 2. Исходные параметры выбрать в соответствии с вариантом задания из табл. 1.
- 3) Рассчитать значения и построить графики исследуемых параметров: скорость V_i , скорость звука a_i , давление P_i , плотность ρ_i , температуру T_i газа по длине канала в различные моменты времени.
- 4) Исследовать нестационарные процессы, наблюдаемые при решении рассмотренных задач.
- 5) Составить отчет по лабораторной работе, содержащий следующие пункты: цель работы, постановка задачи, алгоритм решения задачи, исходные данные для расчета, результаты исследования, анализ результатов и выводы.

Таблица 1 Исходные параметры для различных вариантов заданий

№ вар.	$l, м$	$P_0, МПа$	$T_0, К$	$P_1, МПа$	$T_1, К$	$P_2, МПа$	$T_2, К$
1	1,0	4,0	500	2,0	400	1,0	300
2	0,5	5,0	600	3,0	500	1,0	300
3	1,5	3,0	700	4,0	400	1,0	300
4	2,0	6,0	800	2,0	600	1,0	300
5	1,0	5,0	500	3,0	400	1,0	300
6	0,5	3,0	500	4,0	700	1,0	300
7	1,5	4,0	600	2,0	400	1,0	300
8	2,0	5,0	700	3,0	800	1,0	300
9	1,0	3,0	800	4,0	400	1,0	300
10	0,5	6,0	500	2,0	900	1,0	300
11	1,5	4,0	600	3,0	400	1,0	300
12	2,0	3,0	700	4,0	500	1,0	300
13	1,0	6,0	800	2,0	400	1,0	300
14	0,5	5,0	500	3,0	600	1,0	300
15	1,5	3,0	500	4,0	400	1,0	300
16	2,0	4,0	600	2,0	700	1,0	300
17	1,0	5,0	700	3,0	400	1,0	300
18	0,5	3,0	800	4,0	800	1,0	300
19	1,5	6,0	900	2,0	400	1,0	300
20	2,0	4,0	500	5,0	900	1,0	300

Наружное давление $P_n = 10^5 \text{ Па}$, температура $T_n = 300 \text{ К}$. В канале находится воздух с постоянными характеристиками: $R = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}$; $k = 1,4$.

6. Контрольные вопросы

- 1) Напишите законы сохранения, используемые при расчете параметров нестационарного течения в канале постоянного сечения.
- 2) Приведите этапы вывода основных соотношений метода характеристик.
- 3) Сформулируйте понятие характеристик и инвариантов, их физический смысл.
- 4) Укажите основную идею применения метода характеристик для расчета нестационарного течения.
- 5) Приведите основные этапы алгоритма расчета нестационарного течения с помощью метода характеристик.
- 6) Опишите особенности расчета параметров на границах расчетной области с помощью метода характеристик.

Критерии оценки по приему лабораторных работ

(Сдача отчетов и защита лабораторных работ)

по дисциплине «Механика сплошной среды».

Проведение опроса осуществляется после выполнения работы и предоставления отчета с выполнением всех пунктов. Вопросы предлагаются преподавателем.

Максимальная оценка за сдачу отчетов и защиту лабораторных работ составляет 20 баллов, каждый вопрос оценивается в 1 балл, 0.5 балла дается за ответы на поставленные вопросы, в которых допущены погрешности. Из них:

- лабораторная работа 1 - 5 баллов;
- лабораторная работа 2- 5 баллов;
- лабораторная работа 3 - 5 баллов;
- лабораторная работа 4- 5 балла;

Для того чтобы лабораторные работы были сданы, необходимо получить минимально 12 баллов.

Комплект заданий для выполнения расчетно-графических работ №1,2.

Задание к расчетно-графической работе №1:

Решить одну задачу, привести все необходимые формулы. Работа сдается в печатной и электронной формах, 1-й лист титульный лист общепринятого образца. Номер задачи совпадает с номером студента в списке студентов журнала группы.

Задачи

1. Определить траекторию частицы жидкости в гравитационной волне, если известны ее компоненты скорости:

$$v_x = -Ak \sin(kx - \omega t) \operatorname{ch}[k(z + h)],$$

$$v_z = Ak \cos(kx - \omega t) \operatorname{sh}[k(z + h)].$$

Ответ: траекторией частицы жидкости является эллипс.

2. Определить связь между частотой и длиной волны для гравитационных волн на поверхности раздела двух жидкостей. Верхняя жидкость ограничена сверху, а нижняя — снизу горизонтальными неподвижными плоскостями. Плотность и глубина слоя нижней жидкости ρ_1 и h_1 , а верхней — ρ_2 и h_2 .

Указание: на границе раздела двух жидкостей давление непрерывно и скорости жидкостей равны.

Ответ:

$$\omega^2 = \frac{kg(\rho_1 - \rho_2)}{\rho_1 \operatorname{ctg} kh_1 + \rho_2 \operatorname{ctg} kh_2}.$$

3. Определить кинетическую E_k и потенциальную U_p энергии бегущей гравитационной волны в жидкости глубиной $z = -h$.

Ответ:

$$E_k = U_p = \frac{\rho g \lambda}{4} A^2,$$

где A — амплитуда смещений свободной поверхности.

4. Покажите, что для гравитационных волн при условии $kh \ll 1$ можно использовать приближенный закон дисперсии

$$\omega = v_0 k - \beta k^3.$$

Найдите константы v_0 и β . Покажите, что учет капиллярности в

этом приближении приводит лишь к поправке на величину β .

Ответ:

$$v_0 = \sqrt{gh}, \quad \beta = \sqrt{gh} \left[\frac{h^2}{6} - \frac{\sigma}{2\rho g} \right]$$

5. По заданным волновым уравнениям получите дисперсионные характеристики и изобразите их:

$$\text{а) } \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \omega_0^2 F = 0.$$

$$\text{б) } \frac{\partial F}{\partial t} + v \frac{\partial F}{\partial x} - \alpha \frac{\partial^3 F}{\partial x^3} = 0.$$

$$\text{в) } i \frac{\partial F}{\partial t} - \alpha \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0.$$

Ответ:

$$\text{а) } \omega^2 = \omega_0^2 + v^2 k^2; \quad \text{б) } \omega = vk - \alpha k^3; \quad \text{в) } \omega = \alpha k^2.$$

6. Вычислите фазовые v_{ph} и групповые u_g скорости для волн в средах со следующими дисперсионными уравнениями:

$$\text{а) } \omega = \omega_0 + vk; \quad \text{б) } \omega^2 = \omega_0^2 + v^2 k^2;$$

$$\text{в) } \omega^2 = kg + \frac{\alpha k^3}{\rho}; \quad \text{г) } \omega^2 = \frac{c^2 k^2}{1 + r_d^2 k^2}.$$

Постройте зависимости $v_{ph}(k)$ и $u_g(k)$ графически.

7. Определите закон дисперсии капиллярных волн для «глубокой» воды.

Ответ:

$$\omega^2 = \frac{\sigma}{\rho} k^3.$$

8. Определите закон дисперсии гравитационно-капиллярных волн для «глубокой» воды.

Ответ:

$$\omega^2 = \left(kg - \frac{\sigma}{\rho} k^3 \right) \text{th}(kh).$$

9. На корабль, движущийся со скоростью v_0 , набегает волна длиной λ . Определить частоту ударов волн о корабль ν , предположив фронт волны перпендикулярным курсу движения.

Ответ:

$$\nu = \frac{v_0}{\lambda} + \sqrt{\frac{g}{2\pi\lambda}}$$

10. По поверхности жидкости распространяется квазимонохроматический пакет гравитационных поверхностных волн, содержащих N ($N \gg 1$) горбов и впадин. Сколько колебаний «вверх-вниз» совершит находящийся на поверхности легкий поплавоч при прохождении этого волнового пакета.

Ответ: $2N$

11. Показать, что ускорение на вершине гравитационной волны равно $g/2$ и направлено вертикально вниз.

Задание к расчетно-графической работе №2:

Решить одну задачу, привести все необходимые формулы. Работа сдается в печатной и электронной формах, 1-й лист титульный лист общепринятого образца. Номер задачи совпадает с номером студента в списке студентов журнала группы.

Задачи

1. Стальная проволока диаметром $d = 1$ мм натянута в горизонтальном положении между двумя зажимами, находящимися на расстоянии $2l = 2,0$ м друг от друга. К середине проволоки – точке O подвесили груз массы $m = 0,25$ кг. На сколько сантиметров опустится точка O ?

Ответ:

$$x = l \left(\frac{mg}{sE} \right)^{1/3}, \text{ где } s = \frac{\pi d^2}{4}.$$

2. Тонкий однородный медный стержень длины l и массы m равномерно вращается с угловой скоростью ω в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов. Найти силу натяжения в стержне в зависимости от расстояния r до оси вращения, а также удлинение стержня.

Ответ:

$$T = \frac{m\omega^2 l}{2} \left(1 - \frac{r^2}{l^2} \right), \quad \Delta l = \frac{\rho \omega^2 l^3}{3E}.$$

3. Сплошной медный цилиндр длины $l = 61$ см поставили на горизонтальную поверхность и сверху приложили вертикальную сжимающую силу $F = 1000$ Н, которая равномерно распределена по его торцу. На сколько кубических миллиметров изменится при этом объем цилиндра?

Ответ:

$$\Delta V = \frac{Fl}{E} (1 - 2\mu).$$

4. Медный стержень длины l подвесили за один конец к потолку. Найти удлинение стержня Δl под действием его собственного веса и относительное приращение его объема $\Delta V/V$.

Ответ:

$$\Delta l = \frac{\rho g l^2}{2E}, \quad \frac{\Delta V}{V} = (1 - 2\nu) \frac{\Delta l}{l}.$$

5. Кольцо радиуса $r = 25$ см, сделанное из свинцовой проволоки, вращают вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через его центр и перпендикулярной к плоскости кольца. При какой частоте оборотов данное кольцо может разорваться?

Ответ:

$$n = \frac{w_m}{2\pi} = \frac{\sqrt{\sigma_m / \rho}}{2\pi}.$$

6. Какое давление изнутри (при отсутствии наружного давления) может выдержать стальной труба радиусом $r = 25$ мм и толщиной стенок $\Delta r = 10$ мм?

Ответ:

$$p = \sigma_{\sigma} \frac{\Delta r}{r}.$$

7. На верхний торец стоящей вертикально на жёсткой опоре колонны, действует сила F_0 . Как должна меняться площадь поперечного сечения колонны $S(x)$, чтобы напряжение в каждом горизонтальном сечении было одинаково? Найти общее уменьшение длины колонны.

Ответ:

$$S(x) = S_T e^{\frac{\rho g S_T}{F_0}(l-x)}, \quad \Delta l = \frac{F_0 l}{E S_T}.$$

8. Найти форму лопасти турбины $b(x)$, вращающейся вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω , при которой напряжение в каждом прямоугольном сечении, перпендикулярном оси x , одинаково ($\sigma = c \cosh x$).

Ответ:

$$b(x) = b_0 e^{-\frac{\rho \omega^2 x^2}{2\sigma}}.$$

9. Стальной стержень квадратного сечения со стороной a вмонтирован одним концом в стенку так, что выступающий конец его имеет

длину l (рис. 4.2). Пренебрегая массой стержня, найти форму упругой линии и стрелу прогиба λ , если на его конец A действует сила F , направленная вдоль оси y .

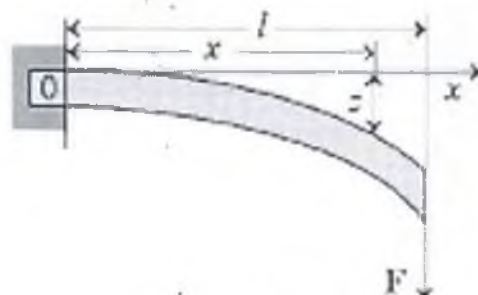


Рис. 4.2

Ответ:

$$z(x) = \frac{F}{EI} \left(\frac{bx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right), \quad \lambda = \frac{Fl^3}{3EI}.$$

10. Стальная пластина толщиной h имеет форму квадрата со стороной l , причем $h \ll l$ (рис. 4.3). Пластина жесткокреплена с вертикальной осью OO , которую вращают с постоянным угловым ускорением β . Найти стрелу прогиба λ , считая изгиб малым.

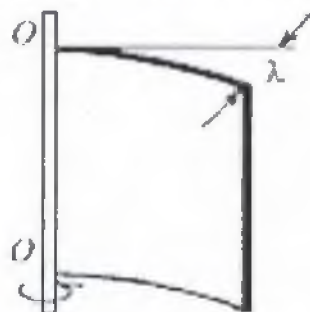


Рис. 4.3

Ответ:

$$\lambda = \frac{9\beta\rho l^5}{5Eh^2}.$$

11. Стальная линейка шириной a и толщиной b концами и длиной l упирается в две планки, прибитые к столу на расстоянии l (рис. 4.4).

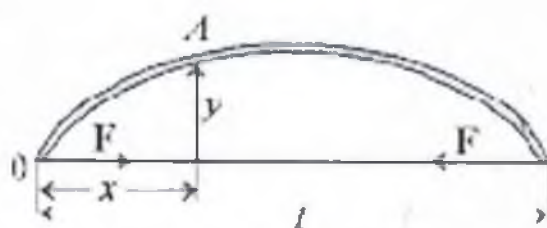


Рис. 4.4. Прогнутой линейка

Определить:

1. Какой кривой описывается форма изогнутой линейки.
2. Какова сила, с которой линейка упирается в планки.

12. Стальной стержень квадратного сечения со стороной a зафиксирован одним концом в стенку так, что выступающий конец его имеет длину l . Пренебрегая массой стержня, найти форму упругой линии и стрелу прогиба λ , если на его конец A действует: а) изгибающий момент пары сил M_0 ; б) сила F , направленная вдоль оси y .

Ответ:

$$\text{а) } y = \frac{M_0}{2EI}x^2, \quad \lambda = \frac{M_0 l^2}{2EI}, \quad \text{б) } y = \frac{F}{2EI}\left(l - \frac{x}{3}\right)x^2, \quad \lambda = \frac{Fl^3}{3EI}.$$

13. Стальная балка длины l свободно опирается своими концами на два упора (рис. 4.5). Момент инерции ее поперечного сечения равен I . Пренебрегая массой балки и считая прогибы малыми, найти стрелу прогиба λ под действием силы F , приложенной к ее середине.



Рис. 4.5

Ответ:

$$\lambda = \frac{Fl^3}{48EI}.$$

Критерии оценки по приему расчетно-графических работ по дисциплине «Механика сплошной среды».

Оценка за выполнение расчетно-графических работ проставляется после предоставления отчетов и проверки их преподавателем.

Максимальная оценка за сдачу отчетов по расчетно-графическим работам составляет 40 баллов, минимальная оценка составляет 24 балла.

Для того чтобы лабораторные работы были сданы, необходимо получить минимально 24 балла.